

การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์

Development of Grade Nine Student's Mathematical Thinking by Using
An Instructional Process to Promote Mathematical Thinking

ปัทมา อนันต์¹ อัญชลี สุขในสิทธิ์² และ มนตา ตุลย์เมธากา³

Pattama Anan¹ Anchalee Suknaisith² and Manaathar Tulmethakaan³

(Received: September 6, 2018; Revised: September 26, 2018; Accepted: October 5, 2018)

บทคัดย่อ

ความมุ่งหมายของการวิจัยเพื่อ เปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเขาสมิงวิทยาคม “จงจินตฺรุจิรวงศ์อุปถัมภ์” สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17 จังหวัดตราด จำนวน 68 คน ตัวแปรอิสระ คือ กระบวนการเรียนการสอน ได้แก่ กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์และกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ ตัวแปรตาม คือ การคิดเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ วิเคราะห์ข้อมูลด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมและการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป

¹ นิสิตปริญญาเอก สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาศักยภาพมนุษย์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

² อาจารย์ ภาควิชาสังคมวิทยา คณะสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

³ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาการวัดผลและวิจัยการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

¹ Ph.D. student, Research and Development on Human Potentials Program, Faculty of Education, Srinakharinwirot University

² Lecturer, Department of Sociology, Faculty of Social Sciences, Srinakharinwirot University

³ Asst. Prof., Department of Educational Measurement and Research, Faculty of Education, Srinakharinwirot University

ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยรวมและรายองค์ประกอบสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้ง 5 องค์ประกอบ

คำสำคัญ การคิดเชิงคณิตศาสตร์ กระบวนการเรียนการสอน

Abstract

This research purpose was to compare mathematical thinking of two groups of students in grade 9, the group that studied by using an instructional process to promote student's mathematical thinking, and the group that studied by using normal instructional process. The sample consisted of 68 grade 9 students from Khaosamingwitthayakhom "Jongjinrujirawongupatham" School under the Secondary Education Service Area Office 17, Trat Province. The independent variables were the instructional processes which were the instructional process to promote student's mathematical thinking and the normal instructional process; while the dependent variables were the 5 components of mathematical thinking: mathematical problem solving, mathematical reasoning and proof, mathematical communication, mathematical connections, and mathematical representation. The research instruments were a mathematical thinking test, lesson plans basing on the instructional process to promote student's mathematical thinking, and lesson plans basing on the normal instructional process. The analysis of covariance (ANCOVA) and multivariate analysis of covariance (MANCOVA) employed ready-made computer programs.

The results revealed that the students who studied by using the instructional process to promote student's mathematical thinking had their mathematical thinking higher than those who studied by using normal instructional process, with statistical significance at the .05 level in all 5 components.

Keywords: mathematical thinking, instructional process

บทนำ

การคิดเป็นเครื่องมือที่มนุษย์ใช้ในการดำรงชีวิต และถือได้ว่าเป็นเครื่องมือที่สำคัญที่สุดของชีวิต การคิดที่มีคุณภาพมีผลโดยตรงต่อคุณภาพชีวิต (ชนาธิป พรกุล, 2554) ความสามารถในการคิดสร้างความแตกต่างระหว่างสังคม การกระทำทั้งหลายที่เกิดขึ้นล้วนแล้วแต่เกิดจากความคิดทั้งสิ้น ดังนั้นประเทศจะพัฒนาไปได้หรือไม่เพียงใดขึ้นอยู่กับขีดความสามารถทางความคิดของคนในประเทศเป็นสำคัญ (บรรจง อมรชีวิน, 2554)

การเรียนรู้เรื่องการคิดจึงมีความสำคัญและจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับทุกคนและทุกแวดวงโดยเฉพาะวงการศึกษานี้ เนื่องจากการสอนให้รู้วิชาการความรู้แต่เพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอกับการเผชิญกับการเปลี่ยนแปลงในโลกยุคปัจจุบันที่มีพลวัตและมีความซับซ้อน ดังนั้นจึงควรมีการปรับเปลี่ยนการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้สอดคล้องกับสภาพสังคมในปัจจุบัน โดยมุ่งเน้นการพัฒนาเด็กให้มีทักษะการคิดมากขึ้น โรงเรียนและห้องเรียนจึงเป็นสถานที่สำคัญเพราะเป็นแหล่งผลิตทุนมนุษย์ป้อนเข้าสู่สังคมและจะกลายเป็นกลไกสำคัญในการเปลี่ยนแปลงสังคมไปในทิศทางที่ต้องการ การพัฒนาความสามารถในการคิดของผู้เรียนจึงควรเป็นงานสำคัญอันดับแรกทีครูต้องตระหนักเมื่อทำการสอน เพราะเป็นการเตรียมคนสำหรับอนาคต (ชนาธิป พรกุล, 2554)

ฟรายวิลลิก (Fraivillig, 2001) เป็นนักการศึกษาที่ได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดของนักเรียน โดยเสนอยุทธศาสตร์ที่ให้ครูผู้สอนได้นำไปพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Strategies for Advancing Children's Mathematical Thinking) โดยเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีความหมาย อย่างเป็นลำดับขั้นตอน เพื่อมุ่งพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มี 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นล้างความคิด ขั้นสนับสนุนความคิด และขั้นขยายความคิด เนื่องจากการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Thinking) เป็นการใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ รอบตัว โดยกระบวนการทำความเข้าใจนี้ไม่ใช่คณิตศาสตร์แต่เป็นการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และการดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบเป็นการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (รุ่งทิภา นามำรุ่ง, 2550 อ้างอิงจาก Manouchehri, 2005) นั่นคือสามารถนำทักษะทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้จริงนอกห้องเรียน สามารถเข้าใจรูปแบบ หาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุข้อผิดพลาด และสร้างยุทธวิธีใหม่ ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงผลลัพธ์หรือคำตอบ ซึ่งถ้าครูสามารถสนับสนุนและพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้นได้ ไม่เพียงแต่จะเป็นประโยชน์ในการเรียนรู้ในเนื้อหาวิชานั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย (Greenwood, 1993)

ในประเทศไทยยังไม่มีนักการศึกษาที่พัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ขึ้นมาใช้ แต่พบว่า กระทรวงศึกษาธิการการได้มอบหมายให้สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เป็นผู้พัฒนาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่ง สสวท. ได้จัดทำคู่มือครูสำหรับใช้ประกอบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แต่ยังมีได้มุ่งเน้นด้านการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังนั้นเพื่อให้กระบวนการจัดการเรียนการสอนมุ่งพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้กระบวนการที่เหมาะสมกับบริบท การศึกษาวิจัยในครั้งนี้จึงนำหลักการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. มาวิเคราะห์ร่วมกับแนวคิดของฟรายวิลลิก เพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกัน ให้เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่สามารถพัฒนานักเรียนได้ตรงตามความมุ่งหมาย คือ มุ่งพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยกระบวนการที่เหมาะสมกับบริบทของนักเรียนไทยไปพร้อม ๆ กัน

ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

สมมติฐานการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยรวมและรายองค์ประกอบสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

วิธีดำเนินการวิจัย

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17 จำนวน 39 โรงเรียน 137 ห้องเรียน และนักเรียนจำนวน 4,755 คน

การกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่าง คำนวณโดยใช้โปรแกรม G*Power 3.1.7 โดยกำหนดค่า $\alpha = 0.05$ และ $1 - \beta = 0.95$ จากการทบทวนงานวิจัยในอดีตของ เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550) ทราบค่าขนาดอิทธิพลมีขนาดเท่ากับ 0.65 ผลการคำนวณจากโปรแกรม พบว่า ขนาดตัวอย่างรวมเท่ากับ 33 คน แต่เนื่องจากกลุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มที่มีอยู่แล้วในสภาพตามธรรมชาติ คือ ห้องเรียน ซึ่งไม่สามารถกำหนดกลุ่มตัวอย่างเข้ากลุ่มอย่างสุ่มได้ จึงใช้วิธีการเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) ดังนั้นกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองนี้จึงเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนเขาสมิงวิทยาคม “จงจินตฺรุจิวรงศ์อุปถัมภ์” สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17 จังหวัดตราด จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 34 คน มีจำนวนนักเรียนรวม 68 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน และกลุ่มควบคุมไม่สมมูล 1 ห้องเรียน ซึ่งวิธีนี้ทำให้กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมเกิดความไม่เท่าเทียมกันก่อนการทดลอง จึงใช้ระเบียบวิธีการทางสถิติปรับเพื่อให้เกิดความเท่าเทียมกันของทั้งสองกลุ่ม โดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (Analysis of Covariance : ANCOVA) และการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณ (Multivariate Analysis of Covariance : MANCOVA) โดยนำคะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองมาเป็นตัวแปรร่วม (Covariate)

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

2.1 แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งเป็นแบบวัดที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้สำหรับวัดองค์ประกอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics : NCTM) จำแนกเป็น 5

องค์ประกอบ 18 มาตรฐาน ได้แก่ 1) การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ 2) การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ 3) การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ 4) การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ และ 5) การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นแบบทดสอบเลือกตอบแบบตัวเลือกถูกผิด (Multiple True – False : MTF) มีการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยนำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 คน เพื่อพิจารณาความสอดคล้องของข้อคำถามเป็นรายข้อกับนิยามที่ต้องการวัด ตรวจสอบความถูกต้องของภาษา และความชัดเจนของข้อคำถาม ซึ่งคัดเลือกข้อคำถามที่มีค่า IOC อยู่ระหว่าง .60 – 1.00 และดำเนินการปรับปรุงข้อคำถามตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ และนำแบบวัดที่ปรับแก้ข้อคำถามแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนสตรีประเสริฐศิลป์ ซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับประชากร แต่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 1 ห้องเรียน 40 คน ซึ่งพบว่าแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง .34 – .71 ค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง .28 – .53 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .89

2.2 แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์

2.3 แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บข้อมูลด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โดยใช้เวลาเรียนรวมทั้งสิ้น 46 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที เป็นเนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน จำนวน 3 หน่วยการเรียนรู้ ได้แก่ ความคล้าย สถิติ และความน่าจะเป็น

แบบแผนการทดลอง

ใช้แบบแผนการทดลองแบบกึ่งทดลอง (Quasi-experimental design) แบบสองกลุ่มมีกลุ่มควบคุมไม่สมมูลวัดก่อนและหลังการทดลอง (Nonequivalent control-group pretest-posttest design) เนื่องจากกลุ่มตัวอย่างที่ทำวิจัยเป็นนักเรียนซึ่งมีการจัดห้องเรียนเพื่อจัดการเรียนการสอนอยู่แล้ว จึงไม่สามารถกำหนดตัวอย่างเข้ากลุ่มการวิจัยได้ด้วยการสุ่ม โดยมีแบบแผนการทดลอง ดังนี้

ตาราง 1 แบบการทดลองแบบสองกลุ่มมีกลุ่มควบคุมไม่สมมูลวัดก่อนและหลังการทดลอง

กลุ่ม	การวัดก่อน	การให้สิ่งทดลอง	การวัดหลัง
E	O_1	X	O_2
C	O_3	$\sim X$	O_4

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

4.1 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นเพื่อให้ทราบลักษณะของกลุ่มตัวอย่างและลักษณะการแจกแจงของข้อมูล ซึ่งเป็นค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

4.2 สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน ได้แก่

4.2.1 การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม โดยนำคะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองมาเป็นตัวแปรร่วม เพื่อเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยรวม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

4.2.2 การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณ โดยนำคะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองมาเป็นตัวแปรร่วม เพื่อเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ผลการวิจัย

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม เพื่อเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยรวมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

จากผลการทดสอบทดสอบข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม โดยทำการทดสอบความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวนของการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยรวม จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน โดยใช้คะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองเป็นตัวแปรร่วม ใช้สถิติทดสอบ Levene's Test of Equality of Error Variances ปรากฏว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยรวม มีความสัมพันธ์กัน ซึ่งเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น จึงทดสอบต่อผลปรากฏดังตาราง 2

ตาราง 2 การทดสอบอิทธิพลของคะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองที่มีต่อการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยรวม และการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนกับหลังการให้สิ่งทดลองของนักเรียน เมื่อใช้กระบวนการเรียนการสอนต่างกัน

แหล่งของความแปรปรวน	SS	df	MS	F	p
กระบวนการเรียนการสอน	62.41	1	62.41	4.93*	.03
คะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลอง	1048.20	1	1048.20	82.75*	.00
ปฏิสัมพันธ์ของกระบวนการเรียนการสอนและคะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลอง	25.95	1	25.95	2.05	.16
ความคลาดเคลื่อน	810.67	64	12.67		

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง 2 การทดสอบอิทธิพลของคะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองที่มีต่อการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยรวม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปรากฏว่า คะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองที่ต่างกันทำให้การคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยรวมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนกับหลังการให้สิ่งทดลองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เมื่อใช้กระบวนการเรียนการสอนต่างกัน ปรากฏว่า ความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนกับหลังการให้สิ่งทดลองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ไม่ต่างกัน เมื่อใช้กระบวนการเรียนการสอนต่างกัน นั่นคือ เส้นตรงที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนกับหลังการให้สิ่งทดลองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จะขนานกัน เมื่อใช้กระบวนการเรียนการสอนที่ต่างกัน จึงสามารถวิเคราะห์ต่อไปโดยใช้ ANCOVA ได้ ผลปรากฏดังตาราง 3

ตาราง 3 การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยรวม จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน โดยใช้คะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองเป็นตัวแปรร่วม

แหล่งของความแปรปรวน	SS	df	MS	F	p
กระบวนการเรียนการสอน	345.25	1	345.25	26.82*	.00
ความคลาดเคลื่อน	836.62	65	12.87		

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง 3 การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยรวม จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน โดยใช้คะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองเป็นตัวแปรร่วม พบว่า ค่าความน่าจะเป็นของการทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยรวมน้อยกว่า .05 จึงสรุปว่า กระบวนการเรียนการสอนที่ต่างกันทำให้การคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยรวม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตาราง 4 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยรวม จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน

ตัวแปรตาม	กระบวนการเรียนการสอน	M	Mean Difference (การคิดฯ - ปกติ)	p
การคิดเชิงคณิตศาสตร์	ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์	53.42	4.58*	.00
	แบบปกติ	48.84		

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง 4 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยรวม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน โดยใช้คะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองเป็นตัวแปรร่วม ปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยรวมสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณ เพื่อเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เพื่อทดสอบข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณ จึงทำการทดสอบความเท่ากันของเมทริกซ์ความแปรปรวน – ความแปรปรวนร่วม ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน โดยใช้คะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองเป็นตัวแปรร่วม ใช้สถิติทดสอบ Box's Test of Equality of Covariance Matrices ปรากฏว่า ความแปรปรวน – ความแปรปรวนร่วมของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ ใน 2 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอน

เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกตินั้น ไม่แตกต่างกัน ซึ่งเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณ จึงทดสอบความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวน ใช้สถิติทดสอบ Levene's Test of Equality of Error Variances ปรากฏว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ มีความสัมพันธ์กัน ซึ่งเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น จึงทำการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน ผลปรากฏดังตาราง 5

ตาราง 5 การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน

แหล่งของความแปรปรวน	Wilks' Lambda	df	F	p
กระบวนการเรียนการสอน	.67	5	5.97*	.00

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง 5 การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้คะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองเป็นตัวแปรร่วม ปรากฏว่า เวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า กระบวนการเรียนการสอนที่ต่างกันทำให้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ โดยเฉลี่ยมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณ ผลปรากฏดังตาราง 6

ตาราง 6 การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณของการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบ จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน

แหล่งของความแปรปรวน	การคิดเชิงคณิตศาสตร์	SS	df	MS	F	p
กระบวนการเรียนการสอน	1. การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์	39.93	1	9.93	21.74*	.00
	2. การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์	9.07	1	9.07	5.11*	.03
	3. การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์	7.37	1	7.37	4.92*	.03
	4. การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์	9.09	1	9.09	5.56*	.02
	5. การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์	12.39	1	12.39	6.77*	.01

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง 6 การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณของการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบ จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน โดยใช้คะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองเป็นตัวแปรร่วม พบว่า ค่าความน่าจะเป็นของการทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ น้อยกว่า .05 จึงสรุปว่า กระบวนการเรียนการสอนที่ต่างกันทำให้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเพื่อทราบความแตกต่างของการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบ จึงเปรียบเทียบ ค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบ ทั้ง 5 องค์ประกอบ แสดงผลดังตาราง 7

ตาราง 7 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ทั้ง 5 องค์ประกอบ จำแนกตาม กระบวนการเรียนการสอน

การคิดเชิงคณิตศาสตร์	กระบวนการเรียนการสอน	M	Mean Difference (การคิดฯ - ปกติ)	p
1. การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์	ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์	11.24	1.56*	.00
	แบบปกติ	9.68		
2. การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์	ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์	10.89	.74*	.03
	แบบปกติ	10.14		
3. การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์	ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์	10.76	.67*	.03
	แบบปกติ	10.09		
4. การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์	ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์	9.92	.74*	.02
	แบบปกติ	9.17		
5. การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์	ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์	10.63	.87*	.01
	แบบปกติ	9.76		

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง 7 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ทั้ง 5 องค์ประกอบ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน โดยใช้คะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองเป็นตัวแปรร่วม ปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทุกองค์ประกอบ

อภิปรายผล

จากผลการศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น และจากผลการวิเคราะห์

ความแปรปรวนร่วม เพื่อเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยรวมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้คะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองเป็นตัวแปรร่วม พบว่า กระบวนการเรียนการสอนที่ต่างกันทำให้การคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยรวม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยรวมสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้ผลจากการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณ เพื่อเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบยังพบว่า กระบวนการเรียนการสอนที่ต่างกันทำให้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีค่าเฉลี่ยคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้ง 5 องค์ประกอบ ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัย และจากผลการวิจัยดังกล่าวแสดงให้เห็นว่า กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น สามารถพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ทั้งการพัฒนาโดยภาพรวมและรายองค์ประกอบ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550) ที่พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูง ประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิกมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ และยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ เกษณีย์ ยอดไพอินทร์ (2556) ที่พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทีอดคอมบิเนชันและยูทึ การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิก มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และ ความสามารถในการนิรนัยทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัด กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทีอดคอมบิเนชันและยูทึการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการนิรนัยทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ทั้งนี้เพราะกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิด เชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นนั้นเกิดจากการออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนโดยครูผู้สอนนำเอาแนวคิด ของฟรายวิลลิก (Fraivillig, 2001) ที่ได้เสนอยุทธศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมาเป็น แนวทางในการออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยมีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนสร้างความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเอง คือ ให้นักเรียนได้เห็นคุณค่าและเห็น ประโยชน์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ได้เรียนรู้จากการนำศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมสู่การปฏิบัติ ที่เป็นรูปธรรมในรูปแบบของกิจกรรมที่สามารถลงมือปฏิบัติและนำไปใช้ได้จริง ให้โอกาสนักเรียนได้พัฒนา ความคิด สนับสนุนการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้กิจกรรมที่ทำทลายความคิดของ นักเรียน ให้โอกาสนักเรียนได้แสดงความคิดบนพื้นที่ปลอดภัย ซึ่งกิจกรรมและกระบวนการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น เป็นไปตามลำดับขั้นตอน 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นล้างความคิด ขั้นสนับสนุนความคิด และขั้นขยายความคิด ร่วมกับการ จัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. ที่ออกแบบกระบวนการเรียนการสอนที่มีความเหมาะสม

สอดคล้อง กับบริบทของนักเรียนไทย เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของสมาคมครูคณิตศาสตร์ แห่งสหรัฐอเมริกาใน 5 องค์ประกอบ คือ การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การ สื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิง คณิตศาสตร์ (NCTM, 2000) ซึ่งเป็นกระบวนการทางปัญญาของบุคคลในการเผชิญปัญหา โดยการใช้เครื่องมือ ทางคณิตศาสตร์และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ในการทำความเข้าใจ ค้นหาความสัมพันธ์ สร้างข้อสรุปและ แก้ปัญหาสิ่งต่าง ๆ รอบตัว ซึ่งมีความสำคัญต่อการดำเนินชีวิต โดยใช้การวิจัยอิงการออกแบบตามแนวคิดของ แอลกามติ และลี (กนิษฐ์ ศรีเคลือบ, 2557; อ้างอิงจาก Alghamdi & Li, 2003) ที่มีขั้นตอนสำคัญของการวิจัย อิงการออกแบบ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ การวิจัยเบื้องต้นเพื่อพัฒนารอบแนวคิดในการวิจัย การวิจัยเป็น วงจรซ้ำเพื่อพัฒนาต้นแบบนวัตกรรม และการวิจัยประเมินกึ่งรวบยอด เพื่อตรวจสอบผลการพัฒนา ซึ่งเป็นการ วิจัยที่เป็นวงจรซ้ำเพื่อพัฒนาระบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยมีการปรับปรุง กระบวนการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับบริบทจริงและมุ่งพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลุ่มเป้าหมาย เป็นหลัก โดยทำการศึกษาเอกสารทฤษฎีและงานวิจัยที่ผ่านมาในอดีต เพื่อใช้เป็นฐานในการ ออกแบบสิ่งต่าง ๆ มีการวิเคราะห์ข้อมูลในสภาพจริง และใช้ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลมาเป็นฐานการปรับการ ออกแบบ รวมถึงการปรับทฤษฎีที่นำมาใช้ด้วยเพื่อให้กระบวนการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นมีความเหมาะสมมากที่สุด

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลวิจัยไปใช้

1.1 ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ สามารถนำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อ ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไปใช้จัดการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้น

1.2 ครูผู้สอนคณิตศาสตร์สามารถนำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ไปใช้วัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนเพื่อประเมินผลการจัดการเรียนการสอน หรือเพื่อเป็นข้อมูลเบื้องต้นสำหรับเตรียมการจัดการเรียน การสอนที่เหมาะสมกับบริบทและความสามารถของนักเรียน

2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยพัฒนารูปแบบ ความสัมพันธ์เชิงสาเหตุของปัจจัยดังกล่าว

2.2 ควรมีการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้ กับรูปแบบการจัดการเรียนรู้ในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อศึกษาความเหมาะสมและประสิทธิภาพของรูปแบบในการพัฒนา ทักษะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้น

2.3 ควรมีการศึกษาโมเดลโค้งพัฒนาการหรือศึกษาความคงทนของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ภายหลังจากการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

เอกสารอ้างอิง

- กนิษฐ์ ศรีเคลือบ. (2557). *การพัฒนาโมเดลการเสริมสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ที่มีประสิทธิผล: การวิจัยอิงการออกแบบและการวิเคราะห์เอ็มเอ็มเอสอีเอ็ม*. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาวิธีวิทยาการวิจัยการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เกษณีย์ ยอดไพอินทร์. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท้อดคอมบินเนชันและยุทธศาสตร์พัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนิรนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชนาธิป พรกุล. (2554). *การสอนกระบวนการคิด: ทฤษฎีและการนำไปใช้*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- บรรจง อมรชีวิน. (2554). *Thinking School สอนให้คิด*. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- เบญจมาศ ฉิมมาลี. (2550). *ผลการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- รุ่งทิภา นามำรุ่ง. (2550). *วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารของเด็กที่มีอายุตั้งแต่ 7 – 10 ปี*. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- Fraivillig, J. (2001). Strategies For Advancing Children's Mathematical Thinking. *Teaching Children Mathematics*, 8(7), 454-459.
- Greenwood, J. J. (1993). On the Nature of Teaching and Assessing 'Mathematical Power' and 'Mathematical Thinking'. *Arithmetic Teacher*, 41(3), 144-152.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principle and Standards for School Mathematics*. USA: NCTM.