

การเปรียบเทียบภายหลังการวิเคราะห์ ความแปรปรวนพหุคูณ กรณี

Hotelling T^2

Post Hoc Comparisons of Hotelling T^2

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมบัติ ท้ายเรือคำ *

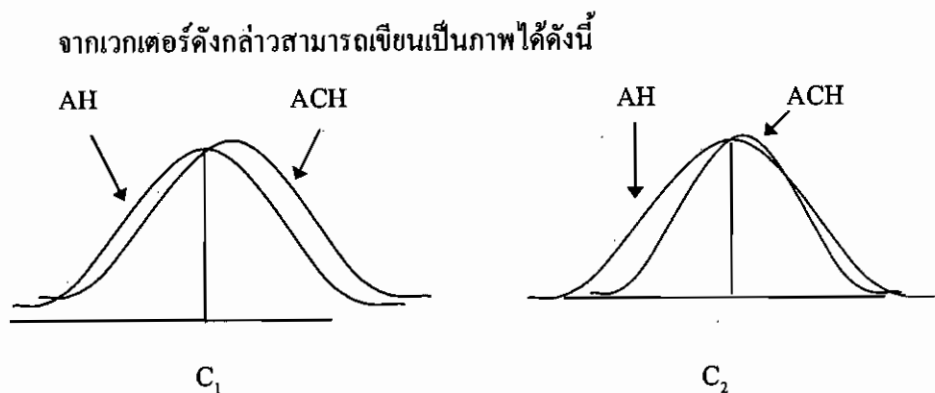
การวิเคราะห์ความแปรปรวนพหุคูณ (Multivariate Analysis of Variance) เป็นเทคนิคการวิเคราะห์ข้อมูลที่มีตัวแปรตามพร้อมกันหลายตัว โดยตัวแปรตามเหล่านั้นต้องมีความสัมพันธ์กันหรือได้รับอิทธิพลอันเนื่องมาจากชุดของปัจจัยเดียวกัน การศึกษาตัวแปรตามพร้อมกันหลายตัวจากตัวแปรอิสระชุดเดียวกันแต่แยกวิเคราะห์ในตัวแปรตามทีละตัว (Univariate Test) ไม่เหมาะสมในกรณีที่ตัวแปรตามมีความสัมพันธ์กัน และนอกจากนี้จะทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (Type I Error) เพิ่มมากขึ้น ลักษณะการเปรียบเทียบชุดของค่าเฉลี่ย (ของตัวแปรตามมากกว่า 1 ตัว) ด้วยการใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนพหุคูณเป็นการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบระยะห่างของจุด ๆ หนึ่งในแต่ละกลุ่ม ซึ่งเป็นค่าเฉลี่ยของตัวแปรตามตัวใหม่ที่ได้จากคะแนนแปลงรูปของตัวแปรตามเดิมทุกตัว หรือที่เรียกว่า Linear Combination ซึ่งในแต่ละกลุ่มของตัวแปรอิสระจะมีค่าเฉลี่ยใหม่อยู่หนึ่งชุด ซึ่งเรียกว่า จุดเซ็นทรอยด์ (Centroid) (สมบัติ ท้ายเรือคำ, 2552 : 168) เช่น นักวิจัยต้องการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (ACH) และเจตคติต่อการเรียน (ATT) และตัวแปรตามทั้งสองตัวนี้มีความสัมพันธ์กัน โดยตัวแปรตามเป็นผลมาจากตัวแปรอิสระหนึ่งตัวคือวิธีสอน แบ่งเป็นสองวิธี คือ วิธีการสอนแบบ CIPPA และวิธีการสอนแบบ STAD สมบัติ ข้อมูลดังนี้

* อาจารย์ประจำภาควิชาวิจัยและพัฒนาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

ตัวแปรตามตัวที่ 1 (ACH)		ตัวแปรตามตัวที่ 2 (ATT)	
CIPPA	STAD	CIPPA	STAD
4	8	5	8
5	6	7	10
3	7	5	8
3	6	6	10
5	8	7	9
$\bar{X}_{11} = 4$	$\bar{X}_{21} = 7$	$\bar{X}_{12} = 6$	$\bar{X}_{22} = 9$

หากพิจารณาเฉพาะตัวแปรตามตัวเดียว คือ ACH ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบ CIPPA ($\bar{X}_{11} = 4$) กับค่าเฉลี่ยของกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบ STAD ($\bar{X}_{21} = 7$) ส่วนถ้าพิจารณาตัวแปรตาม ATT จะเป็นการเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบ CIPPA ($\bar{X}_{12} = 6$) กับกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบ STAD ($\bar{X}_{22} = 9$) โดยลักษณะการเปรียบเทียบดังกล่าวเรียกว่า Univariate Testing ที่แยกทดสอบทีละตัวแปรตามคือ ACH และ ATT ด้วย t-test (Independent samples) 2 ครั้ง โดยไม่สนใจความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามซึ่งได้รับอิทธิพลจากตัวแปรอิสระคือ วิธีการสอนเหมือนกัน การเปรียบเทียบดังกล่าวอาจจะขัดแย้งกับความเป็นจริงที่ตัวแปรตามทั้งสอง (ACH และ ATT) เป็นผลมาจากตัวแปรอิสระตัวเดียวกันคือวิธีสอน หากตัวแปรตามทั้งสองมีความสัมพันธ์กันจริง (จากการทดสอบนัยสำคัญทางสถิติ) จำเป็นอย่างยิ่งที่นักวิจัยจะต้องทดสอบความแตกต่างของตัวแปรตามไปพร้อมๆ กัน ซึ่งเป็นการทดสอบระยะห่างของจุด Centroid ที่เรียกว่า การเปรียบเทียบพหุคูณ (Multivariate Testing) ซึ่ง Centroid ของแต่ละกลุ่มจะเป็นเวกเตอร์ของคะแนนเฉลี่ยในแต่ละกลุ่มดังนี้

$$C1 = \begin{bmatrix} \bar{X}_{11} = 4 \\ \bar{X}_{21} = 7 \end{bmatrix} \quad C2 = \begin{bmatrix} \bar{X}_{12} = 6 \\ \bar{X}_{22} = 9 \end{bmatrix}$$



ภาพ 1 แสดงจุด Centroid ของกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2

เทคนิคทางสถิติที่สามารถทดสอบความแตกต่างของตัวแปรตามทั้งหมดที่เป็นผลมาจากตัวแปรอิสระหนึ่งตัวซึ่งมีเพียงสองกลุ่มได้ด้วยสถิติโฮเทลลิง ที่ -สแควร์ (Hotelling T^2) ซึ่งรายละเอียดของการทดสอบได้กล่าวถึงแล้วในวารสารการวัดผลการศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม ปีที่ 12 ฉบับที่ 1 ที่ผ่านมาในฉบับนี้ ผู้เขียนจะกล่าวถึงการเปรียบเทียบภายหลังเมื่อผลการทดสอบด้วย T^2 มีนัยสำคัญเพื่อจะเป็นการทดสอบว่าความแตกต่างที่เกิดขึ้นนั้นเป็นความแตกต่างที่ตัวแปรตามตัวใด

ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนพหุคูณด้วย Hotelling T^2

ผลจากการทดสอบความแตกต่างของตัวแปรตามมากกว่าหนึ่งตัวและตัวแปรอิสระหนึ่งตัวที่แบ่งเป็นสองกลุ่ม ด้วยสถิติ T^2 จะพบผลการทดสอบ 2 กรณี คือ

กรณีที่ 1 ยอมรับ H_0 (Accept H_0) นั้นสรุปได้ว่า Centroid ของกลุ่มที่ 1 ไม่แตกต่าง หรือเท่ากับ Centroid ของกลุ่มที่ 2 หมายความว่า ระดับ (Levels) ในตัวแปรอิสระที่แตกต่างกัน ไม่ได้ทำให้ตัวแปรตาม (ตั้งแต่สองตัวขึ้นไป) มีความแตกต่างกัน เช่น วิธีการสอน 2 วิธี คือ CIPPA กับ STAD ไม่ได้ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (ACH) และ เจตคติต่อการเรียน (ATT) แตกต่างกัน

กรณีที่ 2 ปฏิเสธ H_0 (Reject H_0) สรุปได้ว่า Centroid ของกลุ่มที่ 1 แตกต่างจาก Centroid ของกลุ่มที่ 2 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับตามที่นักวิจัยกำหนด หมายความว่า ระดับ (Levels) ของตัวแปรอิสระที่แตกต่างกัน ทำให้ตัวแปรตามแตกต่างกัน ซึ่งคำถามที่เกิดขึ้น คือ ความแตกต่างที่พบนั้นเกิดขึ้นที่ตัวแปรตามตัวใด จึงได้ทำการทดสอบภายหลังพบความแตกต่าง (Post Hoc Comparison) ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ผู้เขียนได้ยกตัวอย่างผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนพหุคูณที่ทดสอบด้วย Hotelling T^2 แล้วทดสอบภายหลังการวิเคราะห์ เพื่อให้ผู้อ่านเข้าใจได้ง่ายขึ้นดังนี้

ตัวอย่างการเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ (CRT) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (ACH) และเจตคติต่อการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ (ATT) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการเรียนรู้แบบวัฏจักรการเรียนรู้ 7 ขั้น (7E) กับ การเรียนรู้แบบ KWL (รุ่งระวี สิริบุญนาม, 2551) ผลจากการทดสอบนัยสำคัญด้วย T^2 ปรากฏผลดังนี้

ตาราง 1 แสดงค่าสถิติพื้นฐานของตัวแปรตามจำแนกตามกลุ่มวิธีสอน

ตัวแปร	กลุ่มวิธีสอน	$\bar{X}$	SD	n
CRT	7E	17.58	2.735	53
	KWL	20.33	2.379	54
	รวม	18.97	2.899	107
ACH	7E	20.23	2.833	53
	KWL	23.61	2.798	54
	รวม	21.93	3.277	107
ATT	7E	67.40	6.573	53
	KWL	71.39	6.691	54
	รวม	69.41	6.899	107

จากตาราง 1 พบว่า กลุ่มตัวอย่างที่เรียนด้วย 7E มีค่าเฉลี่ย CRT เท่ากับ 17.58 ACH เท่ากับ 20.23 และ ATT เท่ากับ 67.40 และกลุ่มที่เรียนด้วย KWL มีค่าเฉลี่ย CRT เท่ากับ 20.33 ACH เท่ากับ 23.61 และ ATT เท่ากับ 71.39 ตามลำดับ

ตาราง 2 แสดงผลการเปรียบเทียบการเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ (CRT) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (ACH) และเจตคติต่อการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ (ATT) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการเรียนรู้แบบวัฏจักรการเรียนรู้ 7 ขั้น (7E) กับการเรียนรู้แบบ KWL

Effect	ค่าสถิติ	Value	F	Hypothesis df	Error df	sig
กลุ่มวิธีสอน	Hotelling's Trace	.455	15.620	3	103	.000

จากตารางที่วิเคราะห์ด้วยโปรแกรม SPSS จะให้ค่า F นักวิจัยสามารถประมาณค่า Hotelling's T^2 จากค่า F ได้ดังนี้ (Hair, F and others, 2006 : 394)

$$\text{Hotelling's } T^2 = \frac{p(N_1 + N_2 - 2)}{N_1 + N_2 - p - 1} \times F$$

เมื่อ N แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด

P แทน จำนวนกลุ่ม

ดังนั้น จากผลการวิเคราะห์ สามารถคำนวณค่า Hotelling T^2 ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{Hotelling's } T^2 &= \frac{2(53 + 54 - 2)}{53 + 54 - 2 - 1} \times 15.620 \\ &= 31.54 \end{aligned}$$

จากตารางพบว่า วิธีการสอนแบบ 7E และ KWL ทำให้ตัวแปรตาม CRT, ACH และ ATT แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

การทดสอบภายหลังกรณีที่ Hotelling's T^2 มีนัยสำคัญ

ในกรณีที่พบนัยสำคัญทางสถิติจากการวิเคราะห์ Hotelling's T^2 แสดงว่าสองกลุ่มนั้นมีเวกเตอร์ของค่าเฉลี่ยประชากรแตกต่างกัน แต่ยังใช้ประโยชน์จากการวิจัยได้ไม่มากนัก เนื่องจากไม่ทราบ

ว่าความแตกต่างที่พบ เกิดขึ้นที่ตัวแปรตามใด ซึ่งในประเด็นนี้นักวิชาการบางกลุ่มจะไม่ดำเนินการทดสอบภายหลังเนื่องจากข้อตกลงเบื้องต้นที่ว่าตัวแปรตามมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และตัวแปรตามตัวใหม่ที่น่ามาทดสอบเกิดจาก Linear combination ซึ่งไม่ใช่ค่าเฉลี่ยของตัวแปรตามแต่ละตัว แต่เป็นเวกเตอร์ของค่าเฉลี่ยทั้งหมดที่เรียกว่า Centroid แต่นักวิชาการบางกลุ่มเน้นการใช้ประโยชน์จากการวิจัยมักจะเสนอแนะให้มีการทดสอบภายหลังต่อซึ่งอาจจะขัดแย้งกับข้อตกลงเบื้องต้น ผู้เขียนจึงเสนอแนะให้นักวิจัยพิจารณาตามจุดมุ่งหมายของการวิจัย เพื่อนำผลการวิจัยไปใช้ให้เกิดประโยชน์สูงสุด จึงได้เสนอวิธีการทดสอบภายหลังไว้ 2 วิธี ดังนี้

1. Univariate tests (Hair, F and others, 2006 : 426) ซึ่งสามารถตอบได้ว่าทั้งสองกลุ่มมีความแตกต่างกันที่ตัวแปรตามใด หากแต่การแยกทดสอบทีละตัวแปรจะทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ในการทดสอบต้องมีการปรับลดระดับนัยสำคัญของการทดสอบแต่ละครั้ง เพื่อควบคุม Type I Error เช่น ผู้วิจัยกำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบไว้ที่ .10 (ยอมให้เกิดความคลาดเคลื่อนร้อยละ 10) โดยมีตัวแปรตามทั้งหมด 3 ตัวแปร ผู้วิจัยจะต้องแยกทดสอบ univariate t's 3 ครั้ง ในกรณีนี้ควรปรับลดระดับนัยสำคัญของการทดสอบแต่ละครั้ง เท่ากับ $.10/3 = .033$ จึงจะสามารถควบคุมการเกิด Type I Error ที่เกินจริงได้ ซึ่งกรณีนี้จะใช้ได้ดี ถ้าตัวแปรตามไม่เกิน 7 ตัวแปร (Stevens, 2002 : 188 อ้างถึงในทรงศักดิ์ ภูสีอ่อน, 2551 : 243) ในที่นี้ผู้เขียนจะยกตัวอย่างจากกรณีการเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ (CRT) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (ACH) และเจตคติต่อการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ (ATT) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการเรียนรู้แบบวัฏจักรการเรียนรู้ 7 ขั้น (7E) กับการเรียนรู้แบบ KWL แล้วพบว่าการทดสอบมีนัยสำคัญ จึงทำการทดสอบภายหลังเพื่อดูว่าความแตกต่างนั้นเกิดขึ้นที่ตัวแปรตามใด ได้ผลดังตาราง 3

ตาราง 3 แสดงการเปรียบเทียบรายคู่หลังพบความแตกต่างด้วยวิธี Univariate

ตัวแปรตาม	SOV	SS	df	MS	F	sig
CRT	Between	202.048	1	202.048	30.797	.000
	Within	688.868	105	6.561		
ACH	Between	306.426	1	306.426	38.666	.000
	Within	832.116	105	7.925		
ATT	Between	426.394	1	426.394	9.692	.002
	Within	4619.513	105	43.995		

จากตารางพบว่าวิธีสอนแบบ KWL ทำให้การคิดวิเคราะห์ (CRT) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (ACH) และเจตคติต่อการเรียน (ATT) สูงกว่าวิธีการสอนแบบ 7E อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 (ดังตาราง 1 แสดงค่าสถิติพื้นฐาน โดยดูจากค่าเฉลี่ย) เพราะผลจากการทดสอบภายหลังพบว่า ตัวแปรตามมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้ง 3 ตัวแปรหลังจากที่ได้ปรับระดับนัยสำคัญทางสถิติแล้ว คือ $.01/3 = .003$

2. Univariate test โดยใช้ระดับนัยสำคัญการทดสอบเท่าเดิม ซึ่งจะทำให้มีอำนาจการทดสอบมากกว่าวิธีแรก กล่าวคือจะมีโอกาสพบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยประชากรในตัวแปรแต่ละตัวมากยิ่งขึ้น การใช้วิธีดังกล่าว ผู้วิจัยอาจไม่คำนึงถึง Type I Error แต่มีเหตุผลหรือเชื่อว่าน่าจะมีการมีความแตกต่างเกิดขึ้นในตัวแปรตามทำการทดสอบด้วย t-test (Independent Samples)

จากตัวอย่างเดียวกัน แต่ผู้วิจัยทำการทดสอบภายหลังด้วยการทดสอบ Univariate โดยการทดสอบด้วย t-test (Independent Samples) ที่ละตัวแปร 3 ครั้ง ได้ผลดังตาราง 4

ตาราง 4 ผลการเปรียบเทียบภายหลังด้วยการทดสอบ t-test (Independent Samples)

ตัวแปรตาม	กลุ่มวิธีสอน	df	t-value	Sig
CRT	7E	105	-5.550	.000
	KWL			
ACH	7E	105	-6.218	.000
	KWL			
ATT	7E	105	-3.113	.002
	KWL			

จากตารางพบว่าวิธีสอนแบบ KWL ทำให้การคิดวิเคราะห์ (CRT) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (ACH) และเจตคติต่อการเรียน (ATT) สูงกว่าวิธีการสอนแบบ 7E อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 (ดังตารางแสดงค่าสถิติพื้นฐาน โดยดูจากค่าเฉลี่ยของแต่ละกลุ่ม)

จากการทดสอบภายหลังทั้งสองวิธีให้ผลการทดสอบสอดคล้องกัน ดังนั้นเมื่อพบนัยสำคัญทางสถิติจากการทดสอบ Hotelling's T^2 แล้วผู้วิจัยจะทดสอบภายหลังหรือไม่ก็ได้ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของการวิจัยและประโยชน์ของการวิจัย ซึ่งการเลือกที่จะไม่ทดสอบภายหลังอาจจะเนื่องจากข้อตกลง

เบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวนพหุคูณนั้น ตัวแปรตามต้องมีความสัมพันธ์กันซึ่งจะทำให้เกิด การฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้น (Violated Assumption) แต่หากเลือกที่จะทดสอบก็ควรเลือกใช้วิธีการ ทดสอบให้มีความเหมาะสมและเกิดประโยชน์มากที่สุด เพราะสามารถตอบคำถามงานวิจัยได้ว่า ตัวแปร อิสระที่ทำให้เกิดความแตกต่างในตัวแปรตามนั้น เกิดความแตกต่างที่ตัวแปรตามตัวใด ในฉบับต่อไป จะกล่าวถึงการเปรียบเทียบภายหลังการวิเคราะห์ความแปรปรวนพหุคูณที่มีกลุ่มตั้งแต่ 3 กลุ่มขึ้นไป มีตัวแปรตามตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป แล้วใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนพหุคูณ (Multivariate Analysis of Variance : MANOVA)

หนังสืออ้างอิง

- ทรงศักดิ์ ภูสีอ่อน. การประยุกต์ใช้ SPSS วิเคราะห์ข้อมูลงานวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 2, กภาพสินธุ์ : ประสานการพิมพ์, 2551.
- รุ่งระวี สิริบุญนาม. การเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ เรื่อง กรด - เบส และเจตคติต่อการเรียนเคมีของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการเรียนรู้แบบวัฏจักรการเรียนรู้ 7 ขั้นตอน การเรียนรู้แบบ KWL และการเรียนรู้แบบปกติ. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. มหาสารคาม : มหาวิทยาลัยมหาสารคาม, 2551.
- สมบัติ ท้ายเรือคำ. เอกสารคำสอน สถิติขั้นสูงสำหรับการวิจัยทางการศึกษา Advanced Statistics for Educational Research. กภาพสินธุ์ : ประสานการพิมพ์, 2552..
- Hair, Joseph. F. and others. **Multivariate Data Analysis** 6th ed. New Jersey : Pearson Printice Hall, 2006.
- Stevens, James. **Applied Multivariate Statistics for the Social Sciences**. 4th ed. New Jersey : Lawrence Erlbaum Associates, Inc, 2002.
- Tabachnick, Barbara. G. and Fidell, Linda. S. **Using multivariate Statistics**. 4th ed. Boston : Allyn and Bacon. 2001.