ปกิณกะ : การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีจำนวนเท่ากัน

ผศ.อรนุช ศรีสะอาด*

การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว (One – Way Analysis of Variance หรือ One - Way ANOVA) เป็นสถิติที่ใช้ทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างที่มีตั้งแต่ 3 กลุ่มขึ้นไป ในกรณีที่มีตัวแปรอิสระ 1 ตัว และมีตัวแปรตาม 1 ตัว โดยกลุ่มตัวอย่างมีจำนวนเท่ากันหรือไม่เท่ากันก็ได้ การคำนวณก็เป็นไปตามหลักการที่อยู่ในเอกสารตำราทางสถิติวิจัยทั่ว ๆ ไป แต่ถ้าจำนวนกลุ่มตัวอย่างกลุ่มย่อย ๆ มีจำนวนเท่ากัน การคำนวณสามารถใช้สูตรได้อีกแบบหนึ่ง จะยกตัวอย่างดังนี้

ก. วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว กรณีกลุ่มตัวอย่างไม่เท่ากัน

การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว จะมีความแปรปรวนที่ต้องคำนวณ 2 อย่างคือ

1. ความแปรปรวนระหว่างกลุ่ม (Between – Groups Variance) เป็นค่าที่แสดงให้ทราบถึงขนาดของความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง ถ้าระหว่างกลุ่มมีค่าเฉลี่ยแตกต่างกันมาก ความแปรปรวนระหว่างกลุ่มจะมีค่ามากด้วย

2. ความแปรปรวนภายในกลุ่ม (Within – Groups Variance) เป็นค่าที่แสดงให้ทราบว่าข้อมูลแต่ละตัวที่รวบรวมมาได้จากแต่ละกลุ่มมีการกระจายมากหรือน้อย ซึ่งค่านี้อาจเรียกได้ว่าเป็นค่าความคลาดเคลื่อน (Error)

---

* ผู้ช่วยศาสตราจารย์ประจำภาควิชาวิจัยและพัฒนาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

ซึ่งการทดสอบความแปรปรวนแบบทางเดียวมีสูตรในการคำนวณค่า F ดังนี้

$$F = \frac{MS_b}{MS_w}$$ ..... สูตร ①

$df_1 = k - 1$

$df_2 = N - k$

เมื่อ F แทน ค่าการวิเคราะห์ตามแปรปรวน

MS_b แทน ค่าเฉลี่ยของผลต่างกำลังสองระหว่างกลุ่ม (Mean square between – groups)

MS_w แทน ค่าเฉลี่ยของผลต่างกำลังสองภายในกลุ่ม (Mean square within – groups)

การหาค่า MS_b และ MS_w หาได้ ดังนี้

$$MS_b = \frac{SS_b}{k-1}$$

$$MS_w = \frac{SS_w}{N-k}$$

เมื่อ N แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมด (ทุกกลุ่มรวมกัน)

k แทน จำนวนกลุ่ม

SS_b แทน ผลต่างกำลังสองระหว่างกลุ่ม (Sum of Squares between – groups)

SS_w แทน ผลต่างกำลังสองภายในกลุ่ม (Sum of Squares within – groups)

ดังนั้นสิ่งที่จำเป็นในขั้นต้นสำหรับการคำนวณ F จึงเป็นการหาผลต่างกำลังสอง (Sum of Squares : ss) ดังนี้

$$SS_w = \sum(X - \bar{X})^2$$

$$SS_b = \sum n(\bar{X} - \bar{X}_T)^2$$

เมื่อ X แทน ข้อมูลแต่ละตัว

$\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของแต่ละกลุ่ม

$\overline{X}_T$ แทน ค่าเฉลี่ยรวมทุกกลุ่ม

n แทน จำนวนข้อมูลในแต่ละกลุ่ม

จากการคำนวณหาค่า F ที่กล่าวมา สามารถแสดงในรูปตารางได้ ดังนี้

แหล่งความแปรปรวน (Source of variation)	SS (Sum of Squares)	df (degree of freedom)	MS (Mean Squares)	F
ระหว่างกลุ่ม (Between - groups) ภายในกลุ่ม (Within - groups)	SS_w SS_b	$k - 1$ $N - k$	$MS_b = \frac{SS_b}{k-1}$ $MS_w = \frac{SS_w}{N-k}$	$F = \frac{MS_b}{MS_w}$
รวม (Total)	$SS_T = SS_b + SS_w$	$N - 1$		

ตัวอย่าง จากการทดลองสอนด้วยวิธีสอน 3 วิธี คือ วิธีที่ 1 วิธีที่ 2 และ วิธีที่ 3 กับกลุ่มตัวอย่าง 3 กลุ่ม ทำการทดสอบปรากฏว่าได้คะแนนผลการทดสอบ ดังนี้

คะแนนนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีที่ ก คือ 6, 10, 6, 2

คะแนนนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีที่ ข คือ 10, 10, 2, 10

คะแนนนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีที่ ค คือ 12, 20, 20, 12

จงทดสอบว่า ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างที่เรียนด้วยวิธีสอน 3 วิธี แตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = .05$

<u>วิธีทำ</u>

1. $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

   $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$ หรือมีค่าเฉลี่ยอย่างน้อย 1 คู่ไม่เท่ากัน

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = .05$

3. คำนวณค่า F ดังนี้

สูตร ① $F = \frac{MS_b}{MS_w}$

จากข้อมูลหาค่า $\bar{X}_{ก} = 6$ $\bar{X}_{ข} = 8$ $\bar{X}_{ค} = 16$ $\bar{X}_{T} = 10$

หา $SS_w = \sum(X - \bar{X})^2$

แบบ ก. $= (6-6)^2 + (10-6)^2 + (6-6)^2 + (2-6)^2$

$= 0 + 16 + 0 + 16 = 32$

แบบ ข. $= (10-8)^2 + (10-8)^2 + (2-8)^2 + (10-8)^2$

$= 4 + 4 + 36 + 4 = 48$

แบบ ค. $= (12-16)^2 + (20-16)^2 + (20-16)^2 + (12-16)^2$

$= 16 + 16 + 16 + 16 = 64$

$\therefore SS_w = 32 + 48 + 64 = 144$

หา $SS_b = \sum n(\bar{X} - \bar{X}_T)^2$

$= 4(6-10)^2 + 4(8-10)^2 + 4(16-10)^2$

$= 64 + 16 + 144$

$= 224$

$SS_T = SS_b + SS_w$

$= 224 + 144 = 368$

หา $MS_b = \frac{SS_b}{k-1}$

$= \frac{224}{3-1} = \frac{224}{2} = 112$

หา $MS_w = \frac{SS_w}{N-k} = \frac{144}{12-3} = \frac{144}{9} = 16$

$F = \frac{MS_b}{MS_w} = \frac{112}{16} = 7$

ข. วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวน กรณีกลุ่มตัวอย่างเท่ากัน

การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว เมื่อกลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่มมีจำนวนเท่ากัน มีขั้นตอนการทดสอบสมมติฐานเหมือนกับที่กล่าวมาแล้ว แต่ในการคำนวณสามารถใช้สูตร F ได้อีกสูตรหนึ่ง ซึ่งได้มาจากการบรรยาย ของ Prof.Dr.Schuylerw W. Huck College of Education, Health, and Human Sciences of the University of Tennessee, Knoxville. USA. ดังนี้

$$F = \frac{(n)(S_M^2)}{\bar{S}^2_{WG}} \qquad \text{..... สูตร ②}$$

เมื่อ n แทน จำนวนข้อมูลในแต่ละกลุ่ม

S_M^2 แทน $\frac{\sum(\bar{X} - \bar{X}_T)^2}{k-1}$

$\bar{S}^2_{WG}$ แทน ค่าเฉลี่ยของความแปรปรวนภายในกลุ่ม

ตัวอย่าง

แบบ ก	แบบ ข	แบบ ค
6	10	12
10	10	20
6	2	20
2	10	12
$\bar{X}_ก = \frac{24}{4} = 6$	$\bar{X}_ข = \frac{32}{4} = 8$	$\bar{X}_ค = \frac{64}{4} = 16$

$\bar{X}_T = \frac{120}{12} = 10$

$n_1 = 4,\ n_2 = 4,\ n_3 = 4,\ k = 3$

หา $S_M^2 = \frac{\sum(\bar{X} - \bar{X}_T)^2}{k-1}$

$= \frac{(6-10)^2 + (8-10)^2 + (16-10)^2}{3-1} = \frac{16+4+36}{2} = \frac{56}{2} = 28$

หา $\bar{S}^2_{WG} = \frac{S^2_{WG}}{k}$

$S^2_{WG} = \frac{\sum(X - \bar{X})^2}{n-1}$

แบบ ก $S^2_ก = \frac{(6-6)^2 + (10-6)^2 + (6-6)^2 + (2-6)^2}{4-1}$

$= \frac{0+16+0+16}{3} = \frac{32}{2} = 10.67$

$$\text{แบบ ข } S_{ข}^2 = \frac{(10-8)^2+(10-8)^2+(2-8)^2+(10-8)^2}{4-1}$$

$$= \frac{4+4+36+4}{3} = \frac{48}{3} = 16$$

$$\text{แบบ ค } S_{ค}^2 = \frac{(12-16)^2+(20-16)^2+(20-16)^2+(12-16)^2}{4-1}$$

$$= \frac{16+16+16+16}{3} = \frac{64}{3} = 21.33$$

$$\sum S_{WG}^2 = 10.67 + 16 + 21.33 = 48$$

$$\therefore \bar{S}_{WG}^2 = \frac{\sum S_{WG}^2}{k} = \frac{48}{3} = 16$$

$$\text{แทนค่า } F = \frac{(n)(S_M^2)}{\bar{S}_{WG}^2} = \frac{4(28)}{16} = \frac{28}{4} = 7$$

จะเห็นว่าค่าคำนวณ F ที่ได้ จะมีค่าเท่ากับการคำนวณด้วยวิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว กรณีกลุ่มตัวอย่างไม่เท่ากัน

เอกสารอ้างอิง

บุญชม ศรีสะอาด . วิธีการทางสถิติสำหรับการวิจัย เล่ม 1. พิมพ์ครั้งที่ 3 กรุงเทพ ฯ : สุวีริยาส์น, 2541.

บุญเรียง ขจรศิลป์ . สถิติวิจัย 1. พิมพ์ครั้งที่ 8 กรุงเทพ ฯ : พี.เอ็น.การพิมพ์, 2545 .

ภาควิชาวิจัยและพัฒนาการศึกษา วิธีการทางสถิติสำหรับการวิจัย. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิมพ์ครั้งที่ 2 ประสานมิตรการพิมพ์ , 2548

อรนุช ศรีสะอาด . สถิติการศึกษา 1. ภาควิชาวิจัยและพัฒนาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม . 2541

Huck, Schuyler W. การบรรยายในชั้นเรียนวิชา EP 577 (Educational statistics) College of Education , Health and Human Sciences of the University of Tennessee, Knoxville. USA, November 15, 2005