

สถิติทดสอบวิลคอกซ์ (Wilcoxon)

และ

แมน-วิทนีย์ ยู (Mann-Whitney U)

* รศ.สมนึก ภัททิยธนี

**ดร.สมบัติ ท้ายเรือคำ

การทดสอบสถิติด้วยวิธีวิลคอกซ์ (Wilcoxon) และ แมน-วิทนีย์ ยู (Mann-Whitney U) เป็นสถิติ Non-Parametric กล่าวคือ ข้อมูลที่ได้ไม่ได้แจกแจงเป็นโค้งปกติ (Distribution Free) ในที่นี้คือกลุ่มตัวอย่างมีจำนวนน้อยและอยู่ในมาตราการวัดแบบเรียงอันดับ (Ordinal Scale) ถ้าข้อมูลอยู่ในมาตราการวัดแบบอันตรภาค (Interval Scale) หรือแบบอัตราส่วน (Ratio Scale) จะต้องแปลงข้อมูลให้อยู่ในมาตราการวัดแบบเรียงอันดับ จะแยกกล่าวแต่ละวิธีดังนี้

สถิติทดสอบวิลคอกซ์

(The Wilcoxon Matched Pairs Signed-Ranks Test)

ปกติถ้าต้องการทดสอบความแตกต่างของข้อมูล 2 ชุด ที่ไม่เป็นอิสระต่อกัน (แบบ Dependent Samples) และข้อมูลเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น (Assumption) ของการใช้สถิติพารามตริก นักวิจัยจะใช้ t-test แต่ถ้าข้อมูลไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นของการใช้ t-test นักวิจัยสามารถเลือกใช้ The Wilcoxon Matched Pairs Signed-Ranks Test แทนได้ ซึ่งสถิติทดสอบนี้เป็นวิธีการทดสอบที่นำเอาขนาดของความแตกต่างของข้อมูลแต่ละคู่มาพิจารณา Frank Wilcoxon

* รองศาสตราจารย์ประจำภาควิชาวิจัยและพัฒนาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

** อาจารย์ประจำภาควิชาวิจัยและพัฒนาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

ได้เสนอการทดสอบนี้ในปี ค.ศ. 1949 จึงมักเรียกการทดสอบนี้ว่า สถิติทดสอบวิลคอกซัน (Wilcoxon Matched Pairs Signed-Ranks Test) โดยมีข้อตกลงเบื้องต้นที่สำคัญดังนี้

1. ตัวแปรตามอยู่มาตราเรียงอันดับ (Ordinal Scale) ถ้าอยู่ในมาตราอันตรภาค (Interval Scale) หรืออัตราส่วน (Ratio Scale) ต้องแปลงให้เป็นข้อมูลในมาตราเรียงอันดับ (Ordinal Scale)

2. ลักษณะของข้อมูล เป็นข้อมูล 2 ชุด ที่ได้จากกลุ่มตัวอย่างกลุ่มเดิมหรือเป็นกลุ่มตัวอย่างที่มีความสัมพันธ์กัน เช่น จากเด็กฝาแฝด เป็นต้น

3. สมมติฐาน H_0 : กลุ่มตัวอย่างทั้งสองไม่แตกต่างกัน (หรือมาจากประชากรเดียวกันหรือมาจากประชากรที่เหมือนกัน)

H_1 : กลุ่มตัวอย่างทั้งสองแตกต่างกัน หรือน้อยกว่า มากกว่า (หรือมาจากประชากรคนละกลุ่ม หรือมาจากประชากรที่ไม่เหมือนกัน)

4. การทดสอบ มีขั้นตอนดังนี้

4.1 หาความแตกต่างของข้อมูลแต่ละคู่โดยคิดเครื่องหมายตามหลักคณิตศาสตร์

$$(d) = X - Y$$

4.2 จัดอันดับความแตกต่างของข้อมูล โดยพิจารณาค่าสัมบูรณ์ (Absolute Values) ของความแตกต่างของข้อมูลแต่ละคู่ (คือไม่คิดเครื่องหมายลบ) วิธีการจัดอันดับให้ความแตกต่างของข้อมูลที่น้อยที่สุดอยู่ในอันดับที่ 1 ในกรณีที่ความแตกต่างของข้อมูล (โดยไม่คิดเครื่องหมาย) เท่ากัน อันดับที่จะจัดให้ก็จะเป็นอันดับเฉลี่ย ถ้าข้อมูลคู่ใดมีค่าความแตกต่างของข้อมูลเป็นศูนย์ ($d = 0$) จะไม่นำมาพิจารณาในการจัดอันดับ

4.3 แยกอันดับที่ตามเครื่องหมายออกเป็นกลุ่มบวกและกลุ่มลบ

4.4 หาผลรวมของอันดับที่ในกลุ่มบวกและกลุ่มลบ

4.5 พิจารณาให้ค่าของผลรวมของอันดับที่น้อยกว่า (โดยไม่คิดเครื่องหมาย) เป็นค่า T ซึ่งถือเป็นค่าที่ได้จากการคำนวณ

5. เปิดค่า T ในตารางค่าวิกฤตโดยใช้ $N =$ จำนวนคู่ที่มีความแตกต่างกัน (ยกเว้น $d = 0$)

6. เปรียบเทียบค่า T คำนวณกับ ค่า T ตาราง

6.1 ถ้าค่า T ที่คำนวณน้อยกว่าหรือเท่ากับค่า T ในตาราง จะปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1

6.2 ถ้าค่า T คำนวณมากกว่า ค่า T ตารางจะยอมรับ H_0

หมายเหตุ 1. จะเห็นว่า การเปรียบเทียบและสรุปในข้อ 6.1 และ 6.2 จะตรงข้ามกับการทดสอบค่าสถิติ

2. กรณีที่ผู้วิจัยสุ่มข้อมูลมาเป็นคู่ การทดสอบแบบวิลคอกซันนี้ (The Wilcoxon Matched Pairs Signed-Ranks Test) สามารถใช้แทน t-test ได้เช่นเดียวกับ Sign Test บางครั้งจึงเรียก การทดสอบนี้ว่า Wilcoxon T Test
3. ข้อมูลคู่ใดมีค่าความแตกต่างของข้อมูลเป็นศูนย์ ($d = 0$) จะไม่นำมาพิจารณาในการจัดอันดับ ดังนั้น ค่าของ N (Sample Size) ก็จะลดลงด้วย
4. การแจกแจงการสุ่มตัวอย่างของ X ก็คือการแจกแจงโปโนเมียล $(p+q)^N$ โดยที่ $p = q = 0.5$

ตัวอย่าง 1 ข้อมูลต่อไปนี้เป็นคะแนนความวิตกกังวลในการทำวิทยานิพนธ์ของนิสิตปริญญาโท จำนวน 13 คน ก่อนและหลังการเข้ารับการให้คำปรึกษาการทำวิทยานิพนธ์

นิสิตคนที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
ก่อนการรับคำปรึกษา	57	60	63	40	38	48	52	54	50	56	55	38	60
หลังการรับคำปรึกษา	44	53	45	45	41	49	40	42	50	50	62	36	58

อยากทราบว่า ความวิตกกังวลในการทำวิทยานิพนธ์ของนิสิตปริญญา ก่อนและหลังการเข้ารับการให้คำปรึกษาการทำวิทยานิพนธ์ จะเปลี่ยนแปลงหรือไม่

วิธีทำ สมมติฐาน H_0 : คะแนนความวิตกกังวลในการทำวิทยานิพนธ์ของนิสิตปริญญา ก่อนและหลังการเข้ารับการให้คำปรึกษาไม่แตกต่างกัน

H_1 : คะแนนความวิตกกังวลในการทำวิทยานิพนธ์ของนิสิตปริญญา ก่อนและหลังการเข้ารับการให้คำปรึกษา แตกต่างกัน

ระดับนัยสำคัญ กำหนดให้ $\alpha = .05$

- การทดสอบ
- 1) หาความแตกต่างของข้อมูลแต่ละคู่ (d)
 - 2) เรียงลำดับ d จากน้อยไปมากโดยไม่พิจารณาเครื่องหมาย
 - 3) บันทึกเครื่องหมายของอันดับตามเครื่องหมายของ d
 - 4) หาผลรวมของอันดับที่มีเครื่องหมายบวก และผลรวมของอันดับที่มีเครื่องหมายลบจากขั้นที่ 1) - 4) ผลเป็นดังนี้

นิสิต คนที่	คะแนนความวิตกกังวล		ผลต่างของ คะแนน (d)	อันดับที่ของ ความแตกต่าง	อันดับที่ตามเครื่องหมาย	
	ก่อน (X)	หลัง (Y)			บวก	ลบ
1	57	44	+13	11	11	
2	60	53	+7	7.5	7.5	
3	63	45	+18	12	12	
4	40	45	-5	5		-5
5	38	41	-3	4		-4
6	48	49	-1	1		-1
7	52	40	+12	9.5	9.5	
8	54	42	+12	9.5	9.5	
9	50	50	0	-	-	-
10	56	50	+6	6	6	-7.5
11	55	62	-7	7.5		
12	38	36	+2	2.5	2.5	
13	60	58	+2	2.5	2.5	
				รวม	60.5	-17.5

5) ให้ T เป็นผลรวมของอันดับที่มีค่าน้อยกว่า (โดยไม่คิดเครื่องหมาย)
ดังนั้น ค่า T ที่คำนวณได้เท่ากับ 17.5

6) เปิดตารางหาค่าวิกฤต T ในภาคผนวก (ตาราง 1) ณ $\alpha = .05$
(Two-tailed) $N = 13$ คู่ - 1 คู่ = 12 (เพราะ $d = 0$ 1 คู่) พบว่า
ค่า T ในตารางเท่ากับ 13

7) ค่า T คำนวณมากกว่าค่า T ในตารางจึงยอมรับ H_0

สรุปว่า ความวิตกกังวลในการทำวิทยานิพนธ์ของนิสิตปริญญาโท ก่อนและหลังการ
เข้ารับการให้คำปรึกษาไม่แตกต่างกัน

สถิติทดสอบแมน - วิทนี ยู (The Mann - Whitney U Test)

The Mann-Whitney U Test เป็นสถิตินอนพาราเมตริกที่มีคุณสมบัติการทดสอบ ไกล่เคียง
และสามารถใช้แทน t-test (Independent Sample t- test) ได้และถือว่ามีประสิทธิภาพในการทดสอบ
สูง ซึ่งใช้ทดสอบสมมติฐานที่ว่ากลุ่มตัวอย่างทั้งสองที่เป็นอิสระจากกัน มาจากประชากรที่มีการ

แจกแจงเหมือนกันหรือใช้ทดสอบว่าประชากร 2 ประชากรมีการแจกแจงความน่าจะเป็นชนิดเดียวกันหรือไม่ รวมทั้งเพื่อทดสอบความแตกต่างของข้อมูล 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกันด้วย จึงเป็นการทดสอบที่เหมาะสมสำหรับการเปรียบเทียบประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน

Mann และ Whitney ได้ค้นคิดวิธีการทดสอบนั้นเมื่อปี ค.ศ. 1947 และให้ค่าสถิติคำนวณได้เป็นค่า U จึงตั้งชื่อการทดสอบแบบนี้ว่า “Mann-Whitney U Test” ซึ่งการทดสอบจะต้องอาศัยอันดับ (Rank) เช่นเดียวกับ Wilcoxon Matched Pairs Signed-Rank Test คือพิจารณาถึงตำแหน่งที่จัดเรียงตามอันดับของข้อมูลตามที่ปรากฏในกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

การทดสอบตามวิธี The Mann-Whitney U Test มีข้อกำหนดที่สำคัญดังนี้

1. ระดับของตัวแปรอยู่ในมาตราเรียงอันดับ (Ordinal Scale) หรือเป็น Interval Scale หรือ Ratio Scale แล้วถูกแปลงให้เป็น Ordinal Scale

2. ลักษณะของข้อมูล ข้อมูลได้จากกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่เป็นอิสระจากกันและ ได้มาโดยการสุ่มข้อมูลเป็นคะแนนแบบต่อเนื่องกัน (Continuous Score)

3. สมมติฐาน H_0 : กลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมาอย่างอิสระทั้ง 2 กลุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงเหมือนกัน (ค่าเฉลี่ยเท่ากัน)

H_1 : กลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมาอย่างอิสระทั้ง 2 กลุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงไม่เหมือนกัน

4. การทดสอบมีขั้นตอนในการทดสอบดังนี้

4.1 จัดลำดับค่าสังเกตในกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม ซึ่งรวมเข้าเป็นชุดเดียวกัน โดยเรียงจากน้อยไปหามาก ให้อันดับที่ 1 เป็นค่าที่น้อยที่สุด ถ้าค่าสังเกตค่าใดเท่ากันให้อยู่ในอันดับเฉลี่ยที่เฉลี่ย

4.2 หาผลรวมอันดับของแต่ละกลุ่มแยกจากกัน โดยให้

$\sum R_1$ คือ ผลรวมอันดับที่ของกลุ่มตัวอย่างกลุ่มที่ 1 ซึ่งมีสมาชิก n_1

$\sum R_2$ คือ ผลรวมอันดับที่ของกลุ่มตัวอย่างกลุ่มที่ 2 ซึ่งมีสมาชิก n_2

4.3 คำนวณหาค่า U โดยใช้สูตร

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - \sum R_1$$

$$U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2 + 1)}{2} - \sum R_2$$

- เมื่อ n_1 แทน กลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมาจากประชากรกลุ่มที่ 1
 n_2 แทน กลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมาจากประชากรกลุ่มที่ 2
 $\sum R_1$ แทน ผลรวมของอันดับของข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างกลุ่มที่ 1
 $\sum R_2$ แทน ผลรวมของอันดับของข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างกลุ่มที่ 1

U Statistic ที่จะนำไปทดสอบ พิจารณาจากค่าของ U_1 และ U_2 ที่คำนวณได้โดยเลือกค่าที่น้อยกว่าเป็น U Statistic

การทดสอบนัยสำคัญ กรณีที่ $n_1 \leq 8$ และ $n_2 \leq 8$ (พิจารณาให้ $n_1 < n_2$) เมื่อหาค่า U ได้แล้วก็นำไปเทียบกับความน่าจะเป็นของ Mann-Whitney U Test จากตาราง 2 ภาคผนวก และถ้า $9 \leq n_2 \leq 20$ ก็อาจหาค่าวิกฤติของ U (Critical Values of U in the Mann-Whitney U Test) ได้จากตาราง 3 ภาคผนวก (ในที่นี้จะไม่กล่าวถึงกรณี $n_2 > 20$)

- การตัดสินใจ
1. กรณี $n_1 \leq 8$ และ $n_2 \leq 8$ ถ้าระดับนัยสำคัญที่ตั้งไว้ (.01 หรือ .05) มากกว่าหรือเท่ากับ ค่าที่ได้จากการเปิดตาราง 2 ซึ่งมาจากการคำนวณหาค่า U จะปฏิเสธ H_0
 2. กรณี $9 \leq n_2 \leq 20$ ถ้าค่า U ที่คำนวณได้ น้อยกว่า ค่าวิกฤติของ U ที่เปิดจากตาราง 3 จะปฏิเสธ H_0

การแปลผล ถ้าปฏิเสธ H_0 สรุปว่า กลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมาอย่างอิสระทั้ง 2 กลุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงไม่เหมือนกัน
 ถ้ายอมรับ H_0 สรุปว่า กลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมาอย่างอิสระทั้ง 2 กลุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงเหมือนกัน

หมายเหตุ ผู้วิจัยอาจตรวจสอบความถูกต้องของการคำนวณค่าของ U ได้จาก

$$U = n_1 n_2 - U'$$
 เมื่อ U แทนค่า U ที่น้อยกว่า ซึ่งนำมาพิจารณาเป็นค่า U ในการคำนวณ
 U' แทนค่า U ที่มากกว่า ซึ่งไม่นำมาพิจารณาในการคำนวณ

ตัวอย่าง 2 ในการทดลองเพื่อตรวจสอบว่านิสิต 2 กลุ่มมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เท่ากันหรือไม่ ผู้วิจัยได้เลือกนิสิตมาจากกลุ่มแรก 4 คน และกลุ่มที่สอง 5 คน ให้ตั้งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จากตัวเลขและคำตอบที่กำหนดไว้ แล้วตรวจให้คะแนน หลังจากนั้นจัดอันดับของคะแนนของคนที่ได้คะแนนน้อยที่สุดเป็นอันดับ 1 และเรื่อย ๆ ไปจนถึงอันดับที่ 9 คือคนที่ได้คะแนนมากที่สุด ปรากฏผลดังนี้

กลุ่มที่	คะแนน				
1	26	27	29	32	
2	30	33	34	37	38

กลุ่มที่	อันดับที่รวมกัน 2 กลุ่ม				
1	1	2	3	5	
2	4	6	7	8	9

วิธีทำ สมมุติฐาน H_0 : นิสิตจากสองกลุ่มมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เท่ากัน

H_1 : นิสิตจากสองกลุ่มมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ต่างกัน

ระดับนัยสำคัญ กำหนดให้ $\alpha = .05$

การทดสอบ 1) รวมข้อมูลทั้งสองกลุ่มเข้าด้วยกันแล้วจัดอันดับ ซึ่งได้จัดอันดับแล้วข้างต้น
2) หาผลรวมของอันดับของข้อมูลในแต่ละกลุ่มตัวอย่าง ดังนี้

$$\begin{aligned}\therefore \sum R_1 &= 1 + 2 + 3 + 5 = 11 \\ \sum R_2 &= 4 + 6 + 7 + 8 + 9 = 34\end{aligned}$$

3) จากตัวอย่าง $n_1 = 4$ $n_2 = 5$

คำนวณหาค่า U จากสูตร U_1 และ U_2 โดยใช้สูตร ดังนี้

$$\begin{aligned}U_1 &= n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - \sum R_1 = (4)(5) + \frac{4(4 + 1)}{2} - 11 \\ &= 20 + 10 - 11 = 19\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}U_2 &= n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2 + 1)}{2} - \sum R_2 = (4)(5) + \frac{5(5 + 1)}{2} - 34 \\ &= 20 + 15 - 34 = 1\end{aligned}$$

นั่นคือ $U = 1$ ($U_1 = 19$, $U_2 = 1$ คัดเลือกค่าน้อยกว่า จึงใช้ค่า $U_2 = 1 = U$)

36 การวัดผลการศึกษา มมส

การทดสอบนัยสำคัญ เนื่องจาก $n_1 < 8$ และ $n_2 < 8$ จึงนำค่า U ที่คำนวณได้ไปเปิดตาราง ความน่าจะเป็นของ Mann-Whitney U test (ตาราง 2 ภาคผนวก) ที่ $U = 1$, $n_1 = 4$, $n_2 = 5$ มีค่า .016

การตัดสินใจ ค่าของ U ที่คำนวณได้แล้วนำไปเปิดตาราง (.016) มีค่าน้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนดขึ้น (.05) จึงปฏิเสธ H_0

แปลผล สรุปว่า นิสิตสองกลุ่มนี้มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน

หมายเหตุ จากตัวอย่างนี้ถ้าจะตรวจสอบความถูกต้องของการคำนวณค่า U หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}U &= n_1 n_2 - U' \quad \text{..... เมื่อ } U' \text{ คือค่า } U \text{ ที่มีค่ามากกว่าในที่นี้คือ } 19 \\ &= 4(5) - 19 \\ &= 1\end{aligned}$$

จากการคำนวณหาค่า U ได้เท่ากับ 1 และในการทดสอบความถูกต้องของค่า U ก็ได้เท่ากับ 1 แสดงว่าค่า U ที่คำนวณได้ถูกต้อง

TABLE 1 Critical Values of T in the Wilcoxon Matched Pairs Signed-Ranks Test
 Critical Values of T at Various Levels of Probability

N	Level of significance for one-tailed test				N	Level of significance for one-tailed test			
	.05	.025	.01	.005		.05	.025	.01	.005
	Level of significance for two-tailed test					Level of significance for two-tailed test			
	.10	.05	.02	.01		.10	.05	.02	.01
5	0	--	--	--	28	130	116	101	91
6	2	0	--	--	29	140	126	110	100
7	3	2	0	--	30	151	137	120	109
8	5	3	1	0	31	163	147	130	118
9	8	5	3	1	32	175	159	140	128
10	10	8	5	3	33	187	170	151	138
11	13	10	7	5	34	200	182	162	148
12	17	13	9	7	35	213	195	173	159
13	21	17	12	9	36	227	208	185	171
14	25	21	15	12	37	241	221	198	182
15	30	25	19	15	38	256	235	211	194
16	35	29	23	19	39	271	249	224	207
17	41	34	27	23	40	286	264	238	220
18	47	40	32	27	41	302	279	252	233
19	53	46	37	32	42	319	294	266	247
20	60	52	43	37	43	336	310	281	261
21	67	58	49	42	44	353	327	296	276
22	75	65	55	48	45	371	343	312	291
23	83	73	62	54	46	389	361	328	307
24	91	81	69	61	47	407	378	345	322
25	100	89	76	68	48	426	396	362	339
26	110	98	84	75	49	446	415	379	355
27	119	107	92	83	50	466	434	397	373

TABLE 2 ค่าความน่าจะเป็นที่ได้จากค่าต่ำสุดของ U ใน Mann-Whitney U Test

$n_1 \backslash U$	1	2	3
0	.250	.100	.050
1	.500	.200	.100
2	.750	.400	.200
3		.600	.350
4			.500
5			.650

$n_1 \backslash U$	1	2	3	4
0	.200	.067	.028	.014
1	.400	.133	.057	.029
2	.600	.267	.114	.057
3		.400	.200	.100
4		.600	.314	.171
5			.429	.243
6			.571	.343
7				.443
8				.557

$n_1 \backslash U$	1	2	3	4	5
0	.167	.047	.018	.008	.004
1	.333	.095	.036	.016	.008
2	.500	.190	.071	.032	.016
3	.667	.286	.125	.056	.028
4		.429	.196	.095	.048
5		.571	.286	.143	.075
6			.393	.206	.111
7			.500	.278	.155
8			.607	.365	.210
9				.452	.274
10				.548	.345
11					.421
12					.500
13					.579

$n_1 \backslash U$	1	2	3	4	5	6	7
0	.125	.028	.008	.003	.001	.001	.000
1	.250	.056	.017	.006	.003	.001	.001
2	.375	.111	.033	.012	.005	.002	.001
3	.500	.167	.058	.021	.009	.004	.002
4	.625	.250	.092	.036	.015	.007	.003
5		.333	.133	.055	.024	.011	.006
6		.444	.192	.082	.037	.017	.009
7		.556	.258	.115	.053	.026	.013
8			.333	.158	.074	.037	.019
9			.417	.206	.101	.051	.027
10			.500	.264	.134	.069	.036
11			.583	.324	.172	.090	.049
12				.394	.216	.117	.064
13				.464	.265	.147	.082
14				.538	.319	.183	.104
15					.378	.223	.130
16					.438	.267	.159
17					.500	.314	.191
18					.562	.365	.228
19						.418	.267
20						.473	.310
21						.527	.355
22							.402
23							.451
24							.500
25							.540

$n_1 \backslash U$	1	2	3	4	5	6	7	8
0	.143	.040	.012	.005	.002	.001	.000	.000
1	.286	.071	.024	.010	.004	.002	.001	.000
2	.429	.143	.048	.019	.009	.004	.002	.001
3	.571	.214	.083	.033	.015	.006	.003	.001
4		.321	.131	.057	.026	.013	.006	.003
5		.429	.190	.086	.041	.021	.010	.005
6		.571	.274	.129	.063	.032	.016	.008
7			.357	.176	.089	.044	.022	.011
8			.452	.238	.123	.062	.031	.015
9			.548	.305	.165	.081	.040	.020
10				.381	.214	.110	.055	.027
11				.457	.268	.135	.067	.033
12				.545	.331	.197	.097	.049
13					.396	.242	.122	.061
14					.465	.294	.147	.073
15					.535	.350	.172	.085
16						.409	.207	.107
17						.469	.259	.129
18						.531	.311	.151

TABLE 2 (continued)

 $n_2 = 8$

n_1 U	1	2	3	4	5	6	7	8	t	Normal
0	.111	.022	.006	.002	.001	.000	.000	.000	3.308	.001
1	.222	.044	.012	.004	.002	.001	.000	.000	3.293	.001
2	.333	.089	.024	.008	.003	.001	.001	.000	3.098	.001
3	.444	.133	.042	.014	.005	.002	.001	.001	2.993	.001
4	.556	.200	.067	.024	.009	.004	.002	.001	2.888	.002
5		.267	.097	.036	.015	.006	.003	.001	2.783	.003
6		.356	.139	.055	.023	.010	.005	.002	2.678	.004
7		.444	.188	.077	.033	.015	.007	.003	2.573	.005
8		.556	.248	.107	.047	.021	.010	.005	2.468	.007
9			.315	.141	.064	.030	.014	.007	2.363	.009
10			.387	.184	.085	.041	.020	.010	2.258	.012
11			.461	.230	.111	.054	.027	.014	2.153	.016
12			.539	.285	.142	.071	.036	.019	2.048	.020
13				.341	.177	.091	.047	.025	1.943	.026
14				.404	.217	.114	.060	.032	1.838	.033
15				.467	.262	.141	.076	.041	1.733	.041
16				.533	.311	.172	.095	.052	1.628	.052
17					.362	.207	.116	.065	1.523	.064
18					.416	.245	.140	.080	1.418	.078
19					.472	.286	.168	.097	1.313	.094
20					.528	.331	.198	.117	1.208	.113
21						.377	.232	.139	1.102	.135
22						.426	.268	.164	.998	.159
23						.475	.306	.191	.893	.185
24						.525	.347	.221	.788	.215
25							.389	.253	.683	.247
26							.433	.287	.578	.282
27							.478	.323	.473	.318
28							.522	.360	.368	.356
29								.399	.263	.396
30								.439	.158	.437
31								.480	.052	.481
32								.520		

TABLE 3 Critical Values of U in the Mann-Whitney Test

(a) Critical Values of U for a One-Tailed Test at .001 or for a Two-Tailed Test at .002

n_1	n_2											
	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1												
2												
3									0	0	0	0
4		0	0	0	1	1	1	2	2	3	3	3
5	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	7	7
6	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	12
7	3	5	6	7	8	9	10	11	13	14	15	16
8	5	6	8	9	11	12	14	15	17	18	20	21
9	7	8	10	12	14	15	17	19	21	23	25	26
10	8	10	12	14	17	19	21	23	25	27	29	32
11	10	12	15	17	20	22	24	27	29	32	34	37
12	12	14	17	20	23	25	28	31	34	37	40	42
13	14	17	20	23	26	29	32	35	38	42	45	48
14	15	19	22	25	29	32	36	39	43	46	50	54
15	17	21	24	28	32	36	40	43	47	51	55	59
16	19	23	27	31	35	39	43	48	52	56	60	65
17	21	25	29	34	38	43	47	52	57	61	66	70
18	23	27	32	37	42	46	51	56	61	66	71	76
19	25	29	34	40	45	50	55	60	66	71	77	82
20	26	32	37	42	48	54	59	65	70	76	82	88

(b) Critical Values of U for a One-Tailed Test at .01 or for a Two-Tailed Test at .02

n_1	n_2											
	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1												
2					0	0	0	0	0	0	1	1
3	1	1	1	2	2	2	3	3	4	4	4	5
4	3	3	4	5	5	6	7	7	8	9	9	10
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
6	7	8	9	11	12	13	15	16	18	19	20	22
7	9	11	12	14	16	17	19	21	23	24	26	28
8	11	13	15	17	20	22	24	26	28	30	32	34
9	14	16	18	21	23	26	28	31	33	36	38	40
10	16	19	22	24	27	30	33	36	38	41	44	47
11	18	22	25	28	31	34	37	41	44	47	50	53
12	21	24	28	31	35	38	42	46	49	53	56	60
13	23	27	31	35	39	43	47	51	55	59	63	67
14	26	30	34	38	43	47	51	56	60	65	69	73
15	28	33	37	42	47	51	56	61	66	70	75	80
16	31	36	41	46	51	56	61	66	71	76	82	87
17	33	38	44	49	55	60	66	71	77	82	88	93
18	36	41	47	53	59	65	70	76	82	88	94	100
19	38	44	50	56	63	69	75	82	88	94	101	107
20	40	47	53	60	67	73	80	87	93	100	107	114

TABLE 3 (continued)

(c) Critical Values of U for a One-Tailed Test at .025 or for a Two-Tailed Test at .05

n_1	n_2											
	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1												
2	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2
3	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	13
5	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
6	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
7	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
8	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
9	17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
10	20	23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
11	23	26	30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
12	26	29	33	37	41	45	49	53	57	61	65	69
13	28	33	37	41	45	50	54	59	63	67	72	76
14	31	36	40	45	50	55	59	64	67	74	78	83
15	34	39	44	49	54	59	64	70	75	80	85	90
16	37	42	47	53	59	64	70	75	81	86	92	98
17	39	45	51	57	63	67	75	81	87	93	99	105
18	42	48	55	61	67	74	80	86	93	99	106	112
19	45	52	58	65	72	78	85	92	99	106	113	119
20	48	55	62	69	76	83	90	98	105	112	119	127

(d) Critical Values of U for a One-Tailed Test at .05 or for a Two-Tailed Test at .10

n_1	n_2											
	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1											0	0
2	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	4
3	3	4	5	5	6	7	7	8	9	9	10	11
4	6	7	8	9	10	11	12	14	15	16	17	18
5	9	11	12	13	15	16	18	19	20	22	23	25
6	12	14	16	17	19	21	23	25	26	28	30	32
7	15	17	19	21	24	26	28	30	33	35	37	39
8	18	20	23	26	28	31	33	36	39	41	44	47
9	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54
10	24	27	31	34	37	41	44	48	51	55	58	62
11	27	31	34	38	42	46	50	54	57	61	65	69
12	30	34	38	42	47	51	55	60	64	68	72	77
13	33	37	42	47	51	56	61	65	70	75	80	84
14	36	41	46	51	56	61	66	71	77	82	87	92
15	39	44	50	55	61	66	72	77	83	88	94	100
16	42	48	54	60	65	71	77	83	89	95	101	107
17	45	51	57	64	70	77	83	89	96	102	109	115
18	48	55	61	68	75	82	88	95	102	109	116	123
19	51	58	65	72	80	87	94	101	109	116	123	130
20	54	62	69	77	84	92	100	107	115	123	130	138

บรรณานุกรม

โกา ศรีไพโรจน์. สถิตินอนพาราเมตริก. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์โอเดียนสโตร์, 2533.
ภาควิชาวิจัยและพัฒนาการศึกษา. วิธีการทางสถิติสำหรับการวิจัย. มหาสารคาม : คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยมหาสารคาม, 2548.

Marascuilo, Leonard A. & McSweeney Maryellen. Nonparametric and Distribution – free
Methods for the Social Sciences. Monterey, California : Brooks/Cole Publishing, 1977.

Siegel, Andrew F. and Charles J. Morgan. Statistics and Data Analysis: 2nd ed. New York ; Jonh
Wiley & Sons, 1996.

Winer, B. J. Statistical Principles in Experimental Design. 2nd ed. Tokyo : McGraw Hill, 1971.