

เอกลักษณ์ของการสอนและ การเขียนข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์

ผศ.สมนึก ภัททิยธนี

ผลจากการศึกษาสาระและข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในระดับประถมและมัธยมศึกษา
มาหลายปี พบว่า ทั้งการสอนและการเขียนข้อสอบวิชานี้จะมีเอกลักษณ์หลายประการที่ต่างจากวิชา
อื่น ๆ ดังนี้

เกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. จะต้องมีความคิดรวบยอด (Concept) ในเนื้อหาสาระที่สอนเป็นอย่างดี จะสอนตาม
เอกสารหรือ คู่มือครูย่อมไม่เกิดผลดีต่อนักเรียน แม้จะใช้คู่มือครูของ สสวท. ก็ตาม เช่น
การสอนเรื่องการหา ค.ร.น. โดยวิธีตั้งหารของจำนวน 100 300 400 โดยหลักการจะ
ต้องเอาจำนวนเฉพาะไปหารซึ่งจะเสียเวลา ดังนั้นในการสอนอาจจะสอนให้นำจำนวนใด ๆ (ไม่จำ
เป็นต้องเป็นจำนวนเฉพาะ) ที่หารลงตัวทุกจำนวนไปหารก็ได้ เช่น เอา 100 ไปหารทุกจำนวนจะหา
ค.ร.น. ได้รวดเร็วกว่า คือ $100 \begin{array}{c} 1 \\ 100 \end{array} \begin{array}{c} 3 \\ 300 \end{array} \begin{array}{c} 4 \\ 400 \end{array}$ ดังนั้น ค.ร.น. คือ $100 \times 1 \times 3 \times 4 = 1,200$

* ผู้ช่วยศาสตราจารย์ภาควิชาวิจัยและพัฒนาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

ขอให้พิจารณาการหา ห.ร.ม. ของตัวอย่างต่อไปนี้

จงหา ห.ร.ม. โดยวิธีแยกตัวประกอบของ 12 15 3

วิธีที่ถูกต้อง	วิธีที่ผิด	วิธีที่อาจมีปัญหา
$12 = 2 \times 2 \times 3$	$12 = 2 \times 2 \times 3$	$12 = 2 \times 2 \times 3$
$15 = 3 \times 5$	$15 = 3 \times 5$	$15 = 3 \times 5$
$3 = 3$	$3 = 1 \times 3$	3 แยกตัวประกอบไม่ได้

ในข้อนี้หากครูผู้สอนมีความคิดรวบยอดที่ไม่ถูกต้อง อาจจะตอบว่า ห.ร.ม. คือ 1 โดยแยกจำนวนเฉพาะเป็น $3 = 1 \times 3$ (ผิดวิธี) หรือเขียนว่าไม่สามารถแยกตัวประกอบได้ ห.ร.ม. จึงเป็น 1 จากตัวอย่างนี้สรุปได้ว่า หากครูผู้สอนมี Concept ในเนื้อหาสาระแม่นยำ ถูกต้อง ย่อมสอนอธิบายตอบคำถามของนักเรียนได้ถูกต้อง และทำให้นักเรียนรักชอบหรือสนใจที่จะเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น

ขอยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการอาศัย ค.ร.น. 2 ข้อนี้ย่อมมีความคล้ายคลึงกันมาก และหาก ไม่มีข้อความตัวทับต่อท้ายในโจทย์ข้อ 2 ย่อมทำให้โจทย์มีปัญหและไม่เกี่ยวกับการอาศัย ค.ร.น. ก็ได้ ซึ่ง นักเรียนประมจะไม่สามารถคำนวณหาคำตอบได้

ข้อ 1. แดงและดำขี่จักรยานรอบสนามในทิศทางเดียวกัน 1 รอบ ใช้เวลา 40 และ 60 วินาที ตามลำดับ ถ้าเริ่มขี่จักรยานพร้อมกัน นานเท่าไรจึงจะพบกันเป็นครั้งแรก

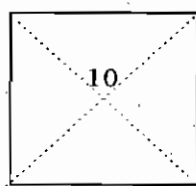
ข้อ 2. แดงและดำขี่จักรยานรอบสนามในทิศทางเดียวกัน 1 รอบ ใช้เวลา 15 และ 60 วินาที ตามลำดับ ถ้าเริ่มขี่จักรยานพร้อมกันนาน เท่าไรจึงจะพบกันเป็นครั้งแรก ณ จุดเริ่มต้นแข่งขัน

2. ใช้เทคนิคหลากหลาย เพราะคณิตศาสตร์มีวิธี Approach หลายวิธี สาระเนื้อหาอย่างเดียวนั้น มีวิธีการสอนหาคำตอบหลากหลายวิธี เช่น การสอนเรื่องการหา พท. ☐ ชนิดต่าง ๆ กรณีนี้ โจทย์ระบุเฉพาะเส้นทแยงมุม และหรือระบุเส้นกึ่งมาให้อด้วย ครูมักจะสอนให้ใช้สูตรตามเอกสารตำรา เช่น การหา พท. ☐ หรือ ☐ จะใช้สูตร $\frac{1}{2}$ เส้นทแยงมุม $\times$ เส้นทแยงมุม หากเป็น ☐ หรือ ☐ จะใช้สูตรเส้นทแยงมุม $\times$ เส้นกึ่ง หรือ พท. ☐ จะใช้สูตร $\frac{1}{2} \times$ ผลบวกของด้านคู่ขนาน $\times$ สูง และยังมีพท. ☐ , พท. สี่เหลี่ยมใด ๆ ลักษณะเช่นนี้ นักเรียนต้องอาศัยความจำอย่างมากโดยไม่จำเป็น หากครูสอนมีวิธีที่ดีกว่านี้จะช่วยให้นักเรียนไม่ต้องใช้ความพยายามจดจำมากมาย เช่น

การอาศัยสูตร พท. $\Delta = \frac{1}{2} \times \text{ฐ} \times \text{ส}$ ซึ่งสามารถใช้ได้กับ พท. สี่เหลี่ยมทุกชนิด เช่น พท. [ป] = $\frac{1}{2} \times \text{ฐ} \times \text{ส} \times 2$ (เมื่อ ฐ คือเส้นทแยงมุมเส้นที่หนึ่ง และสูงคือ $\frac{1}{2}$ ของเส้นทแยงมุมอีกเส้นหนึ่ง)

3. ความรู้ในเชิงคณิตศาสตร์แต่ละด้านหรือกลุ่ม (Set) จะบูรณาการและประสานสัมพันธ์ต่อกันเรื่อย ๆ ดังนั้นหากครูผู้สอนไม่เข้าใจหรือไม่เอาใจใส่ต่อการสอน หรือนักเรียนเรียนอย่างไม่ต่อเนื่องจะมีปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์

ตัวอย่างที่ 1 : การหา พท. [จ] จะสัมพันธ์กับการหา พท. Δ เช่น รูป [จ] มีเส้นทแยงยาว 10 ซม. จะมี พท. เท่าไร ข้อนี้ต้องอาศัยการหา พท. รูป Δ จึงจะง่ายดังนี้



$$\begin{aligned} \text{พท. รูป [จ]} &= \frac{1}{2} \times \text{ฐ} \times \text{ส} \times 2 \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 5 \times 2 = 50 \text{ ซม.}^2 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 : การหาปริมาตรของรูปทรงพีระมิด จะสัมพันธ์กับการหาปริมาตรของรูปของปริซึม ดังนี้

$$\text{ปริมาตรของรูปทรงพีระมิด} = \frac{1}{3} \text{ ของรูปทรงปริซึม}$$

$$\text{ตัวอย่างที่ 3 : } 25 \times 25 = 625$$

$$26 \times 24 = 624$$

$$27 \times 23 = 621$$

$$21 \times 29 = 609$$

จากตัวอย่างที่ 3 นี้จะเห็นว่า หากจะมองในรูปของพื้นที่ 25×25 คือ รูป [จ] ส่วน 26×24 , 27×23 ... 21×29 ล้วนเป็นรูป [ผ] ซึ่งต่างก็มีเส้นรอบรูปยาวเท่ากันคือ 100 หน่วย แต่ พท. รูป [จ] ย่อมมีค่ามากที่สุด ถ้าวางกลมที่มีเส้นรอบรูปยาว 100 หน่วย เช่นกันย่อมมี พท. มากกว่า [จ] และ [ผ] (หรือมี พท. มากกว่ารูป [] ทุกชนิดนั่นเอง)

4. ครูผู้สอนมีส่วนสำคัญที่สุดที่จะช่วยให้นักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีคุณภาพไม่ว่า นักเรียนจะเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับใดก็ตาม แม้แต่นักเรียนที่เรียนอ่อนคณิตศาสตร์ หากครู ผู้สอนสอนอย่างมีคุณภาพ สอนให้นักเรียนได้มองเห็น Concept และลำดับชั้นของเนื้อหาสาระอย่างเป็นระบบ (System) การเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนก็จะมีคุณภาพไปด้วย

ลักษณะของครูสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพ น่าจะจบการศึกษาอย่างน้อยในระดับปริญญาตรี สาขาคณิตศาสตร์ หรือจบในสาขาอื่นแต่เป็นครูสอนที่เอาใจใส่ ศึกษา ค้นคว้าในสาระทางคณิตศาสตร์อยู่เป็นนิจ สามารถค้นหา Concept ของเรื่องที่จะสอนได้อย่างถูกต้อง และสามารถอธิบายถ่ายทอดความรู้รวมทั้งจัดกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างเหมาะสม

ครูผู้สอนควรจะต้องเตรียมการสอน ทำการสอน และเขียนข้อสอบอย่างประสานสัมพันธ์กัน, เพราะภารกิจ 3 ส่วนนี้ จะส่งผลต่อกันแบบเชื่อมโยงซึ่งกันและกัน หากเป็นเช่นนี้จะช่วยพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีคุณภาพทั้งครูผู้สอนและผู้เรียน

แนวทางหนึ่งในการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของการเตรียมการสอน ทำการสอน และเขียนข้อสอบ ก็คือการทำตารางวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาสาระ ความคิดรวบยอด จุดประสงค์ เชิงพฤติกรรม และข้อสอบประจำแต่ละบท ดังตัวอย่างสั้น ๆ ต่อไปนี้ (ผู้เขียนยกตัวอย่างจาก สถานการณ์ในบทเรียนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรปรับปรุง พ.ศ. 2533)

ตัวอย่างข้อสอบและความสัมพันธ์ระหว่าง ชื่อเรื่อง ความคิดรวบยอด และจุดประสงค์การเรียนรู้
วิชาคณิตศาสตร์ บทที่ 3 เรื่อง ตัวประกอบของจำนวนนับ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ชื่อเรื่อง	ความคิดรวบยอด	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อสอบ
1. จำนวนเฉพาะ	1. จำนวนใดที่มี 1 และจำนวนนั้นหารลงตัว เรียกว่าจำนวนเฉพาะ	1. เมื่อกำหนดจำนวนให้สามารถบอกได้ว่าจำนวนใดเป็นจำนวนเฉพาะ	1. ข้อใดเป็นจำนวนเฉพาะทั้งหมด ? ก. 5 21 29 ค. 11 19 34 ข. 7 23 27 (ง) 13 17 41 2. จำนวนนับจาก 1-20 มีจำนวนเฉพาะกี่จำนวน ? (ก) 8 จำนวน ค. 10 จำนวน ข. 9 จำนวน ง. 11 จำนวน
2. ตัวประกอบและตัวประกอบเฉพาะ	2. ตัวประกอบของจำนวนใด ๆ คือ จำนวนที่หารจำนวนนั้นได้ลงตัว	2. เมื่อกำหนดประโยชน์สัญลักษณ์ในรูปของการหาร สามารถระบุได้ว่าตัวหารเป็นตัวประกอบของตัวตั้งหรือไม่	3. จากสมการข้างล่าง 3 เป็นตัวประกอบของ 10289 หรือไม่ ? $10289 \div 3 = \square$ ก. เป็น เพราะ 3 หาร 9 ลงตัว ข. เป็น เพราะ 3 หาร 9 เป็นจำนวนเฉพาะ ค. ไม่เป็น เพราะ 3 เป็นจำนวนเฉพาะ (ง) ไม่เป็น เพราะ 3 หารตัวตั้งไม่ลงตัว
		3. เมื่อกำหนดจำนวน ให้สามารถเขียนตัวประกอบได้ถูกต้อง	4. 11 เป็นตัวประกอบของจำนวนใด ? ก. 1233 ค. 55111 (ข) 2277 ง. ผิดหมดทุกข้อ 5. ตัวประกอบของ 36 ทั้งหมดมีกี่จำนวน ? ก. 7 จำนวน (ค) 9 จำนวน ข. 8 จำนวน ง. 10 จำนวน
	3. ตัวประกอบที่เป็นจำนวนเฉพาะ เรียกว่า ตัวประกอบเฉพาะ	4. เมื่อกำหนดจำนวนในรูปของตัวประกอบ สามารถระบุได้ว่าตัวประกอบจำนวนใดเป็นตัวประกอบเฉพาะ	6. จากจำนวนตัวประกอบในข้อ 5 มีตัวประกอบเฉพาะกี่จำนวน ? ก. 1 จำนวน ค. 3 จำนวน (ข) 2 จำนวน ง. 4 จำนวน

เกี่ยวกับการเขียนข้อสอบคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ระหว่างข้อสอบอัตนัย (บรรยาย) กับข้อสอบเลือกตอบมีคุณภาพพอ ๆ กัน เพราะต้องแสดงวิธีคิดอย่างเป็นระบบไม่สามารถเดาคำตอบอย่างตรงไปตรงมาได้

ข้อสอบอัตนัยดีกว่า เพราะ ผลของการคิดแบบวิเคราะห์หรือสังเคราะห์จะผิดหรือถูก ครูผู้สอนจะได้เข้าใจประเด็นปัญหาเหล่านั้น

ข้อสอบเลือกตอบดีกว่า เพราะสามารถเขียนจำนวนหลาย ๆ ข้อ หลาย ๆ ประเด็นมีโอกาสวัดได้ครอบคลุมเนื้อหา หรือจุดมุ่งหมายที่ต้องการได้ง่ายกว่า (ในบางครั้งพบว่า หากทำ ข้อสอบเลือกตอบที่ถามในเรื่องเดียวกัน หรือประเด็นเดียวกัน 3-5 ข้อ แล้วสามารถตอบได้เพียง 1-2 ข้อ แสดงว่านักเรียนยังไม่ เข้าใจ และครูผู้สอนน่าจะเข้าใจปัญหาของนักเรียนได้ง่าย รวดเร็ว และกระทำพร้อม ๆ กันหลาย ๆ คน)

สรุปได้ว่า สอบครั้งหนึ่ง ๆ เขียนข้อสอบทั้งแบบอัตนัยจำนวนหนึ่งและแบบเลือกตอบอีกจำนวนหนึ่งจะเป็นการทดสอบที่ดี มีประสิทธิภาพกว่าวิธีอื่น ๆ

2. แม้จะเป็นข้อสอบเลือกตอบก็ไม่ได้แปลว่าจะเดาง่าย ๆ โดยอ่านข้อความใดที่เหมาะสมกว่า หรือน่าจะถูกต้องกว่า หรือพยายามดูว่าตัวเลือกใดครอบคลุมกว่า เช่น วิชาอื่น ๆ จะทดลองพิจารณาแต่ละตัวเลือกแล้วตัดออกจนเหลือตัวเลือกที่น่าจะถูกเพียง 1-2 ตัว ก็ทำได้ลำบากเพราะเป็นจำนวนหรือสัญลักษณ์เหมือน ๆ กัน วิธีที่ดีคือ ต้องลองคำนวณหรือหาเหตุผลว่าตัวเลือกใดน่าจะถูกต้องกว่ากัน เช่น

น้ำยาผสม 20 c.c. เกิดจากการผสม ยา : น้ำเกลือ = 1 : 3 ถ้าต้องการให้ส่วนผสมเป็น 1 : 5 ต้องเติมน้ำเกลืออีกเท่าไร

ก. 5 c.c. (ข) 10 c.c. ค. 15 c.c. ง. 18 c.c. จ. 20 c.c.

ในข้อนี้นักเรียนจะเดาคำตอบโดยไม่ลองคำนวณก็คงไม่มีหลักที่จะเดา (เดาแบบหลักลอย โอกาสที่จะถูกก็คือ $\frac{1}{5}$ หรือ 20%)

3. ในสาระหนึ่ง ๆ สามารถเขียนข้อสอบให้ง่ายหรือยาก โดยยังมีคุณภาพได้ง่ายกว่าวิธีอื่น ๆ เช่น (ข้อ 1 ย่อมง่ายกว่าข้อ 2)

1. พีระมิดตรงมีลักษณะตามข้อใด

- (ก) สันทุกสันยาวเท่ากัน
 ข. สูงเอียงทุกเส้นยาวเท่ากัน
 ค. ทุกหน้าเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก
 ง. ฐานเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
 จ. ทุกหน้าเป็นสามเหลี่ยมที่เท่ากัน
 ทุกประการ

หรือ 1. A^3 มีความหมายตรงกับข้อใด ?

- ก. a คูณ 3
 (ข) a คูณกัน 3 ตัว
 ค. 3 คูณกัน a ตัว
 ง. a คูณกัน 3 ครั้ง
 จ. 3 บวกกัน 3 ครั้ง

2. พีระมิดตรงมีลักษณะตามข้อใด

- (ก) สันทุกสันยาวเท่ากัน
 ข. สูงเอียงทุกเส้นยาวเท่ากัน
 ค. ทุกหน้าเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก
 ง. ฐานเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
 จ. ถูกหมดทุกข้อ

2. a^3 มีความหมายตรงกับข้อใด ?

- ก. จำนวนหนึ่งมีสามเท่า
 ข. สามเท่าของจำนวนหนึ่ง
 (ค) จำนวนหนึ่งทวีขึ้นสองเท่า
 ง. จำนวนหนึ่งเพิ่มขึ้นสองเท่า
 จ. จำนวนหนึ่งเพิ่มขึ้นสามเท่า

หรือ ข้อนี้ย่อมง่ายกว่าตัวอย่างในข้อ 2 ที่กล่าวมาแล้ว : น้ำยาผสม 20 c.c. เกิดจากการผสม
 ยา : น้ำเกลือ = 1 : 3 ถ้าเติมน้ำเกลืออีก 10 c.c. อัตราส่วนระหว่าง ยา : น้ำเกลือ จะเป็นเท่าไร

- (ก) 1 : 5 ข. 5 : 1 ค. 2.5 ง. 5 : 2 จ. 3 : 5

4. จุดอ่อนของข้อสอบแบบเลือกตอบในวิชาคณิตศาสตร์ก็คือ นักเรียนมักจะเอาคำตอบในตัวเลือกต่าง ๆ ไปแทนค่าในโจทย์ เช่น

1. จงแก้ระบบสมการ $3x + 2y = 21$ และ $2x - y = 7$

- ก. (2, 1) ข. (3, 1) ค. (4, 2) (ง) (5, 3) จ. (6, 3)

ในเรื่องนี้สามารถแก้ได้โดยใช้ตัวย่อหรือเขียนในรูปสมการต่าง ๆ เช่น

- ก. $3x = 4x$ ค. $x - y = 1$ (จ) $x + y = 8$
 ข. $3y = 5x$ ง. $y - x = 5$

2. จาก $7^x - 7^{x-1} = 6$ จงหาค่า x ที่ทำให้สมการเป็นจริง

- ก. 0 (ข) 1 ค. -1 ง. 2 จ. -2

ในข้อนี้ถ้าปรับตัวเลือกเป็นแบบพิสัยหรือขอบเขตจะมีคุณภาพมากขึ้น เช่น

- ก. $x < -5$ (ค) $0 < x < 5$ จ. $x \geq 10$
 ข. $-1 > x > -4$ ง. $x > 5$

หมายเหตุ

1. ในเรื่องการป้องกันนักเรียนเอาคำตอบในตัวเลือกต่าง ๆ ไปลองแทนค่าในโจทย์แล้วได้คำตอบถูกต้องเป็นข้อบกพร่องของกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างสิ้นเชิง ดังนั้น หากครูผู้สอนเอาใจใส่ จริง ๆ ให้ความสำคัญของการเขียนข้อสอบ ย่อมป้องกันแก้ไขได้ดังเช่น ตัวอย่างในข้อ 1 หรือ 2 (โดยเฉพาะข้อ 2 การไม่ปรับตัวเลือก (ก. 0 ข. 1 ...) กับการปรับตัวเลือก (ก. $X < -5$ ข. $-1 > x > -4$...) จะทำให้ข้อสอบมีความง่ายยากต่างกันมาก)

2. หากมีหลักในการเขียนข้อสอบเลือกตอบดีจริง ๆ นักเรียนก็ต้องคิดอย่างเป็นระบบ จึงจะหา คำตอบได้ เช่นในข้อ 2 หากตัวเลือกเป็น ก. 0, ข. 1 ... นักเรียนก็ลองแทนค่าได้ง่าย ๆ แต่พอเปลี่ยนตัวเลือกเป็นแบบพิสัยหรือขอบเขต นักเรียนก็ต้องคิดหาคำตอบอย่างเป็นระบบ จึงจะหาคำตอบถูกต้อง

5. ข้อสอบที่ให้คำนวณเกือบทุกเรื่อง สามารถพิสูจน์ หรือตรวจคำตอบได้ด้วยนักเรียนเอง เช่น การแก้สมการ ตรวจคำตอบโดยการแทนค่าในสมการ การหารจำนวน 2 จำนวน ตรวจคำตอบโดยนำตัวหาร คูณกับผลหารและบวกกับเศษ ฯลฯ ต่างกับวิชาอื่น ๆ ที่ไม่มีการคำนวณมักจะตรวจสอบคำตอบ อย่างมีระบบไม่ได้

ลองพิจารณาโจทย์ข้อนี้

แดงมีเงิน ก บาท ดำมีเงินมากกว่าแดง 18 บาท สองคนมีรวมกัน 120 บาท แต่ละคนมีเงิน กี่บาท

คำตอบ คือ แดงมีเงิน 51 บาท ดำมีเงิน 69 บาท หากตรวจสอบดูจะ พบว่า เงิน 51 บาท กับ 69 บาท รวมกันเป็น 120 บาท และต่างกันอยู่ 18 บาท จึงเป็นคำตอบที่ถูก

ในข้อนี้ นักเรียนชั้น ป.6 หรือชั้น ม. 1 จำนวนมากจะสร้างสมการเป็น $k+18 = 120$ จะได้ว่าแดงมีเงิน 102 บาท ดำมีเงิน 120 บาท แม้ต่างกัน 18 บาท ตามโจทย์ แต่เงินของ 2 คนรวมกัน จะเป็น 222 บาท ซึ่งเป็นวิธีที่ผิด

6. สามารถเขียนข้อสอบถามเกี่ยวกับความคิดรวบยอด (Concept) ง่ายกว่าวิชาอื่น ๆ และยังสามารถได้หลาย ๆ เรื่องในแบบทดสอบชุดเดียวกัน ซึ่งมักจะเรียกว่า ชุดการวัดเกี่ยวกับความเข้าใจ เช่น

ตัวอย่างที่ 1 ถ้าเพิ่มความยาวของ ☐ ทุกด้านเท่าตัว พื้นที่จะเพิ่มจากเดิมกี่เท่า

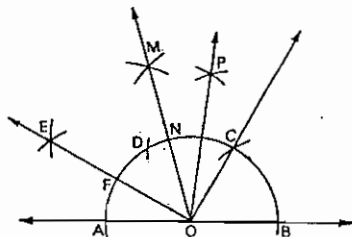
ก. 1 เท่า ข. 2 เท่า (ค) 4 เท่า ง. 6 เท่า จ. 8 เท่า

ตัวอย่างที่ 2 รูปเรขาคณิตที่มีเส้นรอบรูปเท่ากัน 4 ชนิด รูปใดจะมีพื้นที่มากที่สุดให้เรียงลำดับจากมากไปหาน้อย

1. รูปวงกลม
2. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
3. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
4. รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

- ก. 1-2-3-4 ง. 4-1-2-13
 (ข) 1-3-2-4 จ. เรียงลำดับตามลักษณะอื่น ๆ นอกจากที่กล่าวมา
 ค. 3-4-1-2

ตัวอย่างที่ 3 รูปข้างล่างเป็นการสร้างมุมกึ่งศา ?



- ก. 52.5° หรือ 127.5°
 ข. 60° หรือ 120°
 ค. 67.5° หรือ 112.5°
 ง. 75° หรือ 105°
 จ. 82.5° หรือ 97.5°

7. สร้างเป็นข้อสอบวินิจัยง่ายกว่าวิชาอื่น ๆ กล่าวคือ นักเรียนตอบตัวลงได้ก็ทำให้รู้สาเหตุของการตอบว่า คิดอย่างไร หรือทำให้ทราบสาเหตุของการตอบตัวลงนั้น ๆ ง่ายกว่าวิชาอื่น ๆ เช่น ลองพิจารณาโจทย์ข้างล่างนี้

เมื่อ 4 ปีที่แล้ว อัตราส่วนระหว่างอายุของบิดากับบุตรเป็น 4 : 1 ถ้าปัจจุบันบิดามีอายุมากกว่าบุตร 36 ปี ปัจจุบันบุตรมีอายุกี่ปี

- ก. $10\frac{2}{3}$ ปี ข. 12 ปี ค. $14\frac{2}{3}$ ปี (ง) 16 ปี จ. 60 ปี

คำเฉลย (ตอบ ข้อ ง) ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \text{สมมติ เมื่อ 4 ปีที่แล้ว บุตรอายุ} &= x \text{ ปี} \\
 \therefore \text{บิดาอายุ} &= 4x \text{ ปี} \\
 4x - x &= 36 \text{ ปี} \\
 x &= 12 \text{ ปี} \\
 \therefore \text{ปัจจุบันบุตรมีอายุ} &= 12 + 4 \text{ ปี} \\
 &= 16 \text{ ปี}
 \end{aligned}$$

คำตอบผิด

ถ้าตอบข้อ ก ($10\frac{2}{3}$ ปี) โดยคิดว่า ปัจจุบันบิดามีอายุมากกว่าบุตร 36 ปี แสดงว่า 4 ปีที่

แล้วมีอายุมากกว่า 32 ปี (เป็นความเข้าใจที่ผิด) ดังนั้น สมการ คือ $4x - x = 32 : x = 10\frac{2}{3}$ ปี

(ทั้ง ๆ ที่สมมติ 4 ปี ที่แล้วบุตรอายุ x ปี)

ถ้าตอบข้อ ข (12 ปี) แสดงว่านักเรียนคำนวณถูกแล้วเหมือนข้อ ง ($x = 12$) แต่ลืมเอา 4 ปี บวกเพื่อให้เป็นอายุของบุตรในปัจจุบัน

หรืออาจวางระบบการคำนวณผิด ดังนี้

$$\begin{array}{rcll} \text{สมมติ ปัจจุบันบุตร} & = & x \text{ ปี} & \\ \therefore \text{บิดาอายุ} & = & 4x \text{ ปี} & \\ 4x - x & = & 36 \text{ ปี} & \\ x & = & 12 \text{ ปี} & \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{โดยคิดว่าอัตราส่วนอายุ} \\ \text{เป็น } 4 : 1 \text{ ตลอดเวลา} \end{array}$$

ถ้าตอบข้อ ค ($14\frac{2}{3}$ ปี) แสดงว่าคิดแบบข้อ ก คือ $x = 10\frac{2}{3}$ แล้วบวกด้วย 4 ปี เพื่อให้เป็นอายุของบุตรในปัจจุบัน

ถ้าตอบข้อ ง (60 ปี) โดยคิดว่า 4 ปีที่แล้วอัตราส่วนอายุของบิดา : บุตร = 4 : 1 ปัจจุบันจะเป็น $(4+4) : (1+4)$

$$\begin{array}{rcll} \text{สมมติ ปัจจุบัน บุตรอายุ} & = & x & \\ \therefore \text{บิดาอายุ} & = & \frac{8}{5}x & \\ \frac{8}{5}x - x & = & 36 & \\ x & = & 60 & \end{array}$$

แสดงว่าปัจจุบันบุตรอายุ 60 ปี

8. ในงานวิจัยทางการศึกษา ถ้าจำเป็นต้องใช้แบบทดสอบเป็นเครื่องมือในการวิจัย ส่วนใหญ่มักจะใช้แบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพื่อลดข้อบกพร่องต่าง ๆ ได้ดีกว่าวิชาอื่น ๆ เช่น สามารถตัดปัญหาการอ่านข้อความไม่เข้าใจ หรืออ่านไม่ได้โดยเฉพาะข้อสอบระดับประถมศึกษา ถ้าเป็นวิชาอื่น ๆ นักเรียนทำไม่ได้ อาจเกิดจากการอ่านไม่ได้หรือไม่เข้าใจในคำถาม แต่ถ้าเป็นวิชาคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะการทดสอบเชิงทักษะการคำนวณไม่ได้เกี่ยวกับการอ่านข้อความ ความคลาดเคลื่อนในวิจัยจึงมีน้อยกว่า