

การทดสอบรัน

The One - Sample Runs Test For Randomness

อรนุช ศรีสะอาด*

ในวารสารวัดผลการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ มหาสารคาม ปีที่ 5 ฉบับที่ 1 ได้กล่าวถึงสถิตินอนพาราเมตริก (Nonparametric) คือสถิติทดสอบไบนอมิเยล สำหรับกลุ่มตัวอย่างกลุ่มเดียวไปแล้ว ในฉบับนี้ใคร่ขอเสนอสถิตินอนพาราเมตริก สำหรับกลุ่มตัวอย่างกลุ่มเดียวอีกชนิดหนึ่ง เรียกว่าการทดสอบรัน (Runs Test) ซึ่งเป็นการทดสอบเพื่อดูว่ากลุ่มตัวอย่างหรือข้อมูลที่ได้นั้นได้มาอย่างสุ่มหรือไม่ การทดสอบนี้ขึ้นอยู่กับลำดับหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นของ ข้อมูลที่สังเกตได้แต่ละตัว พิจารณาจากการนับจำนวนรัน (Number of Runs) ของข้อมูลที่กำหนดสัญลักษณ์ต่างกัน เช่น สมมติให้เหตุการณ์เกิดขึ้น 2 อย่าง เป็น + และ - ดังนี้

++ - - + - - - + + - +

* อาจารย์ภาควิชาวิจัยและพัฒนาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

การนับจำนวนรันโดยพิจารณาสัญลักษณ์เหมือนกันอยู่ติดกันให้ถือเป็นหนึ่งรัน ถ้าสัญลักษณ์ต่างกันถือเป็นคนละรันจะได้

++ --- + ---- ++ - +

1 2 3 4 5 6 7

เรานับจำนวนรันทั้งหมดได้เท่ากับ 7 หรือ $r = 7$

ในกรณีที่ข้อมูลเป็นค่าตัวเลข ให้พิจารณาโดยใช้ค่ามัธยฐานของข้อมูล (median) คือข้อมูลที่มีค่ามากกว่าให้สัญลักษณ์เป็น + (บวก) หรือเรียกว่าเหตุการณ์ m ข้อมูลที่ค่าน้อยกว่าให้สัญลักษณ์ (ลบ) หรือเรียกว่าเหตุการณ์ n

เมื่อได้จำนวนรันที่เกิดขึ้นแล้ว นำไปเปรียบเทียบกับขอบเขตขนาดของรันเพื่อหาข้อสรุป H_0 เป็นจริงหรือไม่ต่อไป

วิธีทดสอบรันมี 2 วิธี คือ

1. กรณีกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก ($m, n \leq 20$)

กลุ่มตัวอย่างเกิดเหตุการณ์ m หรือ n น้อยกว่า หรือเท่ากับ 20 การทดสอบจะนับจำนวนรัน (r) จากข้อมูลแล้วนำไปเปรียบเทียบกับขอบเขตของ r จากตารางแจกแจงเชิงสุ่มของ r ที่ระดับความมีนัยสำคัญ (α) ที่ต้องการ (ตาราง G) ถ้า r ที่นับได้มีค่าน้อยกว่าหรือมากกว่า r ตารางแสดงว่าปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1 (Reject H_0) หรือการทดสอบมีนัยสำคัญ

ตัวอย่าง จงทดสอบว่าคะแนนของนักเรียนมี 24 คน ดังต่อไปนี้ เป็นคะแนนที่ได้มาจากการสุ่มหรือไม่

31 23 36 43 51 44 12 26 43 78 2 3

15 18 78 24 13 27 86 61 13 7 6 8

วิธีทำ 1. H_0 : คะแนนของนักเรียนที่ได้มาเป็นแบบสุ่ม

H_1 : คะแนนของนักเรียนที่ได้มาไม่เป็นแบบสุ่ม

2. $\alpha = .05$ เขตวิกฤต $7 > r > 19$

3. คำนวณ

ค่ามัธยฐาน (Md) = 25.5

ทำให้ เหตุการณ์ $m = 12$, เหตุการณ์ $n = 12$

จะได้สัญลักษณ์ของคะแนน ดังนี้

นักเรียน	คะแนน	สัญลักษณ์	r
1	31	+	1
2	23	-	2
3	36	+	3
4	43	+	3
5	51	+	3
6	44	+	3
7	12	-	4
8	26	+	5
9	43	+	5
10	75	+	5
11	2	-	6
12	3	-	6
13	15	-	6
14	18	-	6
15	78	+	7
16	24	-	8
17	13	-	8
18	27	+	9
19	86	+	9
20	61	+	9
21	13	-	10
22	7	-	10
23	6	-	10
24	8	-	10

ดังนั้น $r = 10$

4. เปรียบเทียบค่า r กับขอบเขตของ r จากตาราง ได้ว่า $r = 10$ อยู่ในขอบเขต 7 ถึง 9 จึงยอมรับ H_0

5. สรุปว่า คะแนนของนักเรียน 24 คน เป็นคะแนนที่ได้มาแบบสุ่ม

2. กรณีกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ ($m, n > 20$)

กลุ่มตัวอย่างเกิดเหตุการณ์ m หรือ n มากกว่า 20 เราไม่สามารถใช้ตาราง G ในการเปรียบเทียบได้ และการทดสอบจะใช้วิธีการคำนวณโดยสูตร ดังนี้

$$Z = \frac{r \pm .5 - 2mn / N - 1}{\sqrt{[2mn(2mn - N)] / [N^2(N - 1)]}}$$

กรณีที่ใส่ $+ .5$ เมื่อ $r < 2mn/N + 1$

$- .5$ เมื่อ $r > 2mn/N + 1$

เมื่อ r แทน จำนวนรันที่นับได้

m แทน เหตุการณ์ที่เกิดสัญลักษณ์ $+$

n แทน เหตุการณ์ที่เกิดสัญลักษณ์ $-$

N แทน เหตุการณ์ทั้งหมด

การทดสอบโดยการหาค่า Z แล้วนำไปเปรียบเทียบกับขอบเขตของ Z ในตาราง A ที่ระดับความมีนัยสำคัญ (α) ที่ต้องการ ถ้า $Z_{คำนวณ}$ มีค่ามากกว่า $Z_{ตาราง}$ แสดงว่า ปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1 (Reject H_0) หรือการทดสอบมีนัยสำคัญ

ตัวอย่าง ต้องการทราบว่า การจัดที่นั่งในการชมภาพยนตร์ของผู้ชมภาพยนตร์จำนวน 50 คน มีลักษณะการสุ่มตามเพศหรือไม่ จากข้อมูลต่อไปนี้

ช ญ ช ญ ช ช ช ญ ญ ช ญ ช ญ

ช ญ ช ช ช ช ญ ช ญ ช ญ

ช ช ญ ญ ญ ช ญ ช ญ ช ญ ช ช

ญ ช ช ญ ช ช ช ช ญ ช ญ ช ช

วิธีทำ 1. H_0 : การจัดที่นั่งในการชมภาพยนตร์มีลักษณะสุ่มตามเพศ

H_1 : การจัดที่นั่งในการชมภาพยนตร์มีลักษณะไม่สุ่มตามเพศ

2. $\alpha = .05$ $Z_{ตาราง} = 1.96$

3. คำนวณ จำนวนรัน (r) = 35 $N = 50$
 เพศชาย ($ข$) = 30 = m $2mn/N-1 = 2(30)(20)/50+1 = 23.53$
 เพศหญิง ($ญ$) = 20 = n
 แทนค่าในสูตร

$$Z = \frac{r \pm .5 - 2mn/N - 1}{\sqrt{[2mn(2mn - N)]/[N^2(N - 1)]}}$$

$$Z = \frac{35 - .5 - 2(30)(20)/50 - 1}{\sqrt{2(30)(20)[2(30)(20) - 50]/[50^2(50 - 1)]}}$$

$$= 2.83$$

4. เปรียบเทียบค่า $Z_{\text{คำนวณ}}$ กับ $Z_{\text{ตาราง}}$

$Z_{\text{คำนวณ}} = 2.83$ มากกว่า $Z_{\text{ตาราง}} = 1.96$ จึงปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1

5. สรุปว่าการจัดที่นั่งในการชมภาพยนตร์ มีลักษณะไม่สุ่มตามเพศอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เอกสารอ้างอิง

บุบผา อนันต์สุชาติกุล. สถิตินอนพาราเมตริก. ภาควิชาประเมินผลและวิจัยการศึกษา

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, 2529

นิภา ศรีไพโรจน์. สถิตินอนพาราเมตริก. พิมพ์ครั้งที่ 2. โอ เอส พริ้นติ้งเฮ้าส์, 2533

Siegel Sidney and N.John Castellan, Jr. Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences. 2 rd ed. McGraw-Hill Singapore, 1988.

TABLE A (continued)

Selected significance levels for the normal distribution

Two-tailed α	.20	.10	.05	.02	.01	.002	.001	.0001	.00001
One-tailed α	.10	.05	.025	.01	.005	.001	.0005	.00005	.000005
z	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291	3.891	4.417

TABLE G
Critical values of r in the runs test*

Given in the tables are various critical values of r for values of m and n less than or equal to 20. For the one-sample runs test, any observed value of r which is less than or equal to the smaller value, or is greater than or equal to the larger value in a pair is significant at the $\alpha = .05$ level.

$m \backslash n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2											2	2	2	2	2	2	2	2	2
3					2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3
4				2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
5			2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5
6		2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	6	6
7		2	2	3	3	3	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6
8		2	3	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	6	6	7	7	7	7
9		2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	7	8	8	8
10		2	3	3	4	5	5	5	6	6	7	7	7	7	8	8	8	8	9
11		2	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	9
12	2	2	3	4	4	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	10	10
13	2	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	10	10
14	2	2	3	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	10	11	11
15	2	3	3	4	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11	12
16	2	3	4	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12
17	2	3	4	4	5	6	7	7	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12	13
18	2	3	4	5	5	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13	13
19	2	3	4	5	6	6	7	8	8	9	10	10	11	11	12	12	13	13	13
20	2	3	4	5	6	6	7	8	9	9	10	10	11	12	12	13	13	13	14

* Adapted from Swed, and Eisenhart, C. (1943). Tables for testing randomness of grouping in a sequence of alternatives. *Annals of Mathematical Statistics*, 14, 83-86, with the kind permission of the authors and publisher.