

The Binomial Test

* อจ. อรุณช ศรีสะอาด

สถิติทดสอบไบนอมิเยลเป็นสถิติ Nonparametric ใช้ทดสอบความน่าจะเป็นในการเลือกอย่างกลุ่มเดียวที่ข้อมูลมีลักษณะแบ่งเป็น 2 ลักษณะ เช่น เพศชาย - เพศหญิง, เป็นสมาชิก-ไม่เป็นสมาชิก, โสด - แต่งงาน, สอบได้ - สอบตก โดยให้สัดส่วนที่ข้อมูลจะอยู่ในลักษณะหนึ่งเป็น p และสัดส่วนที่ข้อมูลจะอยู่ในลักษณะหนึ่งเป็น q ($1 - p$) การสังเกตกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากประชากรจะเป็นลักษณะใดลักษณะหนึ่งเพียงลักษณะเดียวเท่านั้น จะไม่เป็นทั้ง 2 ลักษณะพร้อมกัน เช่น การโยนเหรียญ 1 อัน 1 ครั้ง ก็จะได้ผลเป็นหัวหรือก้อยเพียงอย่างเดียว ซึ่งจะทำให้ข้อมูลมีการแจกแจงเชิงสุ่มของสัดส่วนอยู่ในลักษณะเป็น binary หรือ dichotomous

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. ตัวแปรที่มีระดับการวัดอยู่ในมาตรานามบัญญัติ (Nominal Scale)
2. ข้อมูลที่ได้มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบไบนอมิเยล ผลที่ได้จะต้องเป็นเพียงสองอย่างคือ p หรือ q ($1 - p$)
3. การทดลองหรือการกระทำซ้ำ ๆ เป็นอิสระต่อกัน

การทดสอบ สามารถใช้การทดสอบแบบหางเดียว (One - tailed Test) หรือแบบสองหาง (Two - tailed Test) ก็ได้ขึ้นอยู่กับสมมติฐานแบ่งออกเป็น 2 กรณีคือ

กรณีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก ให้ใช้สูตร ดังนี้

$$p(x \leq k) = \sum_{i=0}^k \binom{N}{i} p^i q^{N-i}$$

เมื่อ x แทน จำนวนของข้อมูลที่อยู่ในลักษณะหนึ่ง

k แทน ค่าคงที่ที่กำหนด

N แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมด

p แทน สัดส่วนของข้อมูลในลักษณะหนึ่ง

q แทน สัดส่วนของข้อมูลในอีกลักษณะหนึ่ง ($1 - p$)

* อาจารย์ ภาควิชาการวัดผลและวิจัยการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ มหาสารคาม

$$\binom{N}{i} = \frac{N!}{i! (N-i)!}$$

$$\text{และ } N! = N(N-1)(N-2)!$$

วิธี การใช้สถิติดังกล่าวทดสอบ เพื่อความสะดวกและรวดเร็วอาจกระทำได้นี้

1. ในกรณีที่ต้องการหาความน่าจะเป็นสะสมที่จะสังเกตได้ค่า k หรือน้อยกว่าในไบโนเมียล เมื่อ $N \leq 35$ และ $P = q = \frac{1}{2}$ อาจใช้ตาราง D
2. ในกรณีที่ต้องการหาความน่าจะเป็นที่จะสังเกตได้ค่า k แต่ละค่าในไบโนเมียล เมื่อ $N \leq 30$ และ p มีค่าต่างๆ เช่น .05, .10, .25, .50,... อาจใช้ตาราง E

ตัวอย่าง

1. เมื่อ $N = 15$ และ $p = q = \frac{1}{2}$ จงหา $p(x \leq 2)$ ใช้ตาราง D

$$\begin{aligned} p(x \leq 2) &= \sum_{i=0}^k \binom{15}{i} p^i q^{N-i} \\ &= \sum_{i=0}^2 \binom{15}{i} \left(\frac{1}{2}\right)^i \left(\frac{1}{2}\right)^{15-i} \\ &= .004 \end{aligned}$$

2. เมื่อ $N = 5$, $k = 2$, $p = .10$ และ $q = .90$ จงหา $p(x \leq 2)$ ใช้ตาราง E

$$\begin{aligned} p(x \leq 2) &= \sum_{i=k}^N \binom{15}{i} p^i q^{N-i} \\ &= n \left(\sum_{i=k}^N \binom{15}{i} (.10)^i (.90)^{15-i} \right) \\ &= .5905 + .3280 + .0729 \\ &= .9914 \end{aligned}$$

การตัดสินใจ

ถ้า $p(x \leq k)$	มีค่าน้อยกว่า	α	ปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1
ถ้า $p(x \leq k)$	มีค่ามากกว่า	α	ยอมรับ H_0

สำหรับการทดสอบแบบสองหาง เมื่อใช้ตาราง D ค่าความน่าจะเป็นต้องคูณด้วย 2 ก่อน แล้วจึงนำไปเปรียบเทียบกับค่า α เช่น

$$N = 10, k = 3, p = q = \frac{1}{2}$$

$$p(x \leq 3) = .172 \quad \text{กรณีทดสอบแบบ 1 ทาง}$$

$$p(x \leq 3) = .344 \quad \text{กรณีทดสอบแบบ 2 ทาง}$$

ตัวอย่างที่ 1 ในการเรียนเรื่องความเค้น ผู้วิจัยได้ทดลองกับนักเรียน 18 คน โดยใช้วิธีแก้โจทย์ปัญหา 2 วิธี ให้นักเรียน 9 คน ใช้วิธีแก้โจทย์ปัญหาวิธี A ก่อนแล้ว ตามด้วยวิธี B ส่วนนักเรียนอีก 9 คนใช้วิธีแก้โจทย์ปัญหาวิธี B ก่อนแล้วตามด้วยวิธี A หลังจากนั้นผู้วิจัยได้สอบโดยให้นักเรียนเลือกวิธีแก้โจทย์ปัญหา พบว่านักเรียนใช้วิธีแก้โจทย์ปัญหาโดยวิธี A 16 คน และวิธี B 2 คน ผู้วิจัยต้องการทราบว่านักเรียนจะเลือกใช้วิธีแก้โจทย์ปัญหาวิธี A มากกว่าวิธี B หรือไม่

วิธีทำ

1. $H_0 : p = q = \frac{1}{2}$ (โอกาสที่เลือกแก้โจทย์ปัญหาทั้ง 2 วิธีเท่ากัน $= \frac{1}{2}$)
 $H_1 : p > q$ (โอกาสที่เลือกแก้โจทย์ปัญหาวิธี A มากกว่าวิธี B)
2. กำหนดเขตวิกฤติ $\alpha = .01$ $N = 18$
3. คำนวณโดยใช้ Binomial test เมื่อ $p(x < 2)$

$$p(x \leq 2) = \sum_{i=0}^2 \binom{N}{i} p^i q^{N-i}$$

$$= \sum_{i=0}^2 \binom{18}{i} \left(\frac{1}{2}\right)^i \left(\frac{1}{2}\right)^{N-i}$$

นำค่า $N = 18, k = 2$ ไปเปิดตาราง D จะได้ค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ .001

4. เปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นจากตาราง กับ α

$$p(x \leq 2) = .001 \text{ มีค่าน้อยกว่า } \alpha = .01 \text{ จึงปฏิเสธ } H_0 \text{ ยอมรับ } H_1$$

5. สรุปได้ว่า นักเรียนเลือกใช้วิธี A ในการแก้โจทย์ปัญหามากกว่า วิธี B อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

กรณีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่

จากตาราง D ถ้ากลุ่มตัวอย่างมากกว่า 35 ($N > 35$) จะใช้ไม่ได้ แต่อย่างไรก็ตามถ้ากลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้น การแจกแจงของกลุ่มตัวอย่างจะมีลักษณะเข้าใกล้โค้งการแจกแจงแบบปกติมากขึ้น ดังนั้นถ้า $N > 25$ และ p มีค่าใกล้ $\frac{1}{2}$ เราสามารถใช้การทดสอบสมมติฐาน Z ได้ดังนี้

$$Z = \frac{(x \pm .50) - NP}{\sqrt{Npq}}$$

ใช้ $x + .05$ เมื่อ x มีค่าน้อยกว่า NP

$x - .05$ เมื่อ x มีค่ามากกว่า NP

การตัดสินใจ

ให้นำค่า Z ที่คำนวณได้เปรียบเทียบกับค่า Z จากตาราง A

ถ้า Z คำนวณ $>$ Z ตาราง ปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1

Z คำนวณ $<$ Z ตาราง ยอมรับ H_0

TABLE A (continued)

Selected significance levels for the normal distribution									
Two-tailed α	.20	.10	.05	.02	.01	.002	.001	.0001	.00001
One-tailed α	.10	.05	.025	.01	.005	.001	.0005	.00005	.000005
z	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291	3.891	4.417

ตัวอย่างที่ 2 ต้องการทราบว่านักเรียนที่มาเรียนอยู่ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นั้นได้เรียนภาษาอังกฤษมาก่อนหรือไม่ จึงสุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มา 100 คน ปรากฏว่า 75 คน เคยเรียนภาษาอังกฤษมาก่อน จะสรุปผลอย่างไร

วิธีทำ

1. $H_0 : P_1 = P_2 = \frac{1}{2}$ (สัดส่วนของผู้ที่เคยเรียนกับไม่เคยเรียนภาษาอังกฤษเท่ากัน)
 $H_1 : P_1 > P_2$ (สัดส่วนของผู้ที่เคยเรียนภาษาอังกฤษมากกว่าผู้ที่ไม่เคยเรียน)
2. $\alpha = .05, Z_{.05} = 1.645$
3. คำนวณ โดยใช้ Binomial test เมื่อกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่

$$Z = \frac{(x \pm .50) - NP}{\sqrt{Npq}}$$

เมื่อ $p = q = .05, x = 75 \quad N = 100 \quad NP = 50$

$$\begin{aligned}
 Z &= \frac{(75 - .50) - 50}{\sqrt{100 (.50) (.50)}} \\
 &= \frac{24.50}{\sqrt{25}} \\
 &= 4.90
 \end{aligned}$$

4. Z คำนวณ > 1.645 $\therefore$ ปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1

5. สรุปได้ว่า นักเรียนที่มาเรียนอยู่ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นั้นได้เรียนภาษาอังกฤษมาก่อน มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เอกสารอ้างอิง

บุบผา อนันต์สุชาติกุล สถิตินอนพารามетริก ภาควิชาประเมินผลและวิจัยการศึกษา
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ 2529.

นิภา ศรีไพโรจน์ สถิตินอนพารามетริก พิมพ์ครั้งที่ 2 โอ.เอส.พรินต์ติ้งเฮาส์ 2533.

Siegel, Sidney and N. John Castellan, Jr. Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences. 2rd ed. McGraw-Hill Singapore, 1988.

TABLE D
Table of probabilities associated with values as small as (or smaller than) observed values of k in the binomial test
 Given in the body of the table are one-tailed probabilities under H_0 for the binomial test when $p = q = \frac{1}{2}$.

Entries are $P[Y \leq k]$. Note that entries may also be read as $P[Y \geq N - k]$.

K																		
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
4	062	312	688	938	1.0													
5	031	188	500	812	969	1.0												
6	016	109	344	656	891	984	1.0											
7	008	062	227	500	773	938	992	1.0										
8	004	035	145	363	637	855	965	996	1.0									
9	002	020	090	254	500	746	910	980	998	1.0								
10	001	011	055	172	377	623	828	945	989	999	1.0							
11		006	033	113	274	500	726	887	967	994	999+	1.0						
12		003	019	073	194	387	613	806	927	981	997	999+	1.0					
13		002	011	046	133	291	500	709	867	954	989	998	999+	1.0				
14		001	006	029	090	212	395	605	788	910	971	994	999	999+	1.0			
15			004	018	059	151	304	500	696	849	941	982	996	999+	999+	1.0		
16			002	011	038	105	227	402	598	773	895	962	989	998	999+	999+	1.0	
17			001	006	025	072	166	315	500	685	834	928	975	994	999	999+	999+	1.0
18			001	004	015	048	119	240	407	593	760	881	952	985	996	999	999+	999+
19				002	010	032	084	180	324	500	676	820	916	968	990	998	999+	999+
20				001	006	021	058	132	252	412	588	748	868	942	979	994	999	999+

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
21			001	004	013	039	095	192	332	500	668	808	905	961	987	996	999	
22				002	008	026	067	143	262	416	584	738	857	933	974	992	998	
23				001	005	017	047	105	202	339	500	661	798	895	953	983	995	
24				001	003	011	032	076	154	271	419	581	729	846	924	968	989	
25					002	007	022	054	115	212	345	500	655	788	885	946	978	
26					001	005	014	038	084	163	279	423	577	721	837	916	962	
27					001	003	010	026	061	124	221	351	500	649	779	876	939	
28						002	006	018	044	092	172	286	425	575	714	828	908	
29						001	004	012	031	068	132	229	356	500	644	771	868	
30						001	003	008	021	049	100	181	292	428	572	708	819	
31							002	005	015	035	075	141	237	360	500	640	763	
32							001	004	010	025	055	108	189	298	430	570	702	
33							001	002	007	018	040	081	148	243	364	500	636	
34								001	005	012	029	061	115	196	304	432	566	
35								001	003	008	020	045	088	155	250	368	500	

Note: Decimal points omitted, and values less than .0005 are omitted.

TABLE E
The binomial distribution*

$$P[Y = k] = \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k}$$

Decimal point has been omitted. All entries should be read as .nnnn.

For values of $p \leq .5$ use top row for p and left column for k .

For values of $p > .5$ use bottom row for p and right column for k .

N	k	p												
		.01	.05	.10	.15	.20	.25	.30	.3	.40	.45	.50		
2	0	9801	9025	8100	7225	6400	5625	4900	4444	3600	3025	2500	2	2
	1	198	950	1800	2550	3200	3750	4200	4444	4800	4950	5000	1	1
	2	1	25	100	225	400	625	900	1111	1600	2025	2500	0	0
3	0	9703	8574	7290	6141	5120	4219	3430	2953	2160	1664	1250	3	3
	1	294	1354	2430	3251	3840	4219	4410	4444	4320	4084	3750	2	2
	2	3	71	270	574	960	1406	1890	2222	2880	3341	3750	1	1
	3	0	1	10	34	80	156	270	370	640	911	1250	0	0
4	0	9606	8145	6561	5220	4096	3164	2401	1975	1296	915	625	4	4
	1	388	1715	2916	3685	4096	4219	4116	3951	3456	2995	2500	3	3
	2	6	135	486	975	1536	2109	2646	2963	3456	3675	3750	2	2
	3	0	5	36	115	256	469	756	988	1536	2005	2500	1	1
	4	0	0	1	5	16	39	81	123	256	410	625	0	0
5	0	9510	7738	5905	4437	3277	2373	1681	1317	778	503	312	5	5
	1	480	2036	3280	3915	4096	3955	3602	3292	2592	2059	1562	4	4
	2	10	214	729	1382	2048	2637	3087	3292	3456	3369	3125	3	3
	3	0	11	81	244	512	879	1323	1646	2304	2757	3125	2	2
	4	0	0	4	22	64	146	283	412	768	1128	1562	1	1
	5	0	0	0	1	3	10	24	41	102	185	312	0	0
6	0	9415	7351	5314	3771	2621	1780	1176	878	467	277	156	6	6
	1	571	2321	3543	3993	3932	3560	3025	2634	1866	1359	938	5	5
	2	14	305	984	1762	2458	2966	3241	3292	3110	2780	2344	4	4
	3	0	21	146	415	819	1318	1852	2195	2765	3032	3125	3	3
	4	0	1	12	55	154	330	595	823	1382	1861	2344	2	2
	5	0	0	1	4	14	44	102	165	369	609	938	1	1
	6	0	0	0	0	1	2	7	14	41	83	156	0	0
7	0	9321	6983	4783	3206	2097	1335	824	585	280	152	78	7	7
	1	659	2573	3720	3960	3670	3115	2471	2048	1306	872	547	6	6
	2	20	406	1240	2097	2753	3115	3177	3073	2613	2140	1641	5	5
	3	0	36	230	617	1147	1730	2269	2561	2903	2918	2734	4	4
	4	0	2	26	109	287	577	972	1280	1935	2388	2734	3	3
	5	0	0	2	12	43	115	250	384	774	1172	1641	2	2
	6	0	0	0	1	4	13	36	64	172	320	547	1	1
	7	0	0	0	0	0	1	2	5	16	37	78	0	0
		.99	.95	.90	.85	.80	.75	.70	2/3	.60	.55	.50	k	N
		p												

TABLE E (continued)

N k		p													
		.01	.05	.10	.15	.20	.25	.30	.35	.40	.45	.50			
8	0	9227	6634	4305	2725	1678	1001	576	390	168	84	39	8	8	
	1	746	2793	3826	3847	3355	2670	1977	1561	896	548	312	7		
	2	26	515	1488	2376	2936	3115	2965	2731	2090	1569	1094	6		
	3	1	54	331	839	1468	2076	2541	2731	2787	2568	2188	5		
	4	0	4	46	185	459	865	1361	1707	2322	2627	2734	4		
	5	0	0	4	26	92	231	467	683	1239	1719	2188	3		
	6	0	0	0	2	11	38	100	171	413	703	1094	2		
	7	0	0	0	0	1	4	12	24	79	164	312	1		
	8	0	0	0	0	0	0	1	2	7	17	39	0		
9	0	9135	6302	3874	2316	1342	751	404	260	101	46	20	9	9	
	1	830	2985	3874	3679	3020	2253	1556	1171	605	339	176	8		
	2	34	629	1722	2597	3020	3003	2668	2341	1612	1110	703	7		
	3	1	77	446	1069	1762	2336	2668	2731	2508	2119	1641	6		
	4	0	6	74	283	661	1168	1715	2048	2508	2600	2461	5		
	5	0	0	8	50	165	389	735	1024	1672	2128	2461	4		
	6	0	0	1	6	28	87	210	341	743	1160	1641	3		
	7	0	0	0	0	3	12	39	73	212	407	703	2		
	8	0	0	0	0	0	1	4	9	35	83	176	1		
	9	0	0	0	0	0	0	0	1	3	8	20	0		
10	0	9044	5987	3487	1969	1074	563	282	173	60	25	10	10	10	
	1	914	3151	3874	3474	2684	1877	1211	867	403	207	98	9		
	2	42	746	1937	2759	3020	2816	2335	1951	1209	763	439	8		
	3	1	105	574	1298	2013	2503	2668	2601	2150	1665	1172	7		
	4	0	10	112	401	881	1460	2001	2276	2508	2384	2051	6		
	5	0	1	15	85	264	584	1029	1366	2007	2340	2461	5		
	6	0	0	1	12	55	162	368	569	1115	1596	2051	4		
	7	0	0	0	1	8	31	90	163	425	746	1172	3		
	8	0	0	0	0	1	4	14	30	106	229	439	2		
	9	0	0	0	0	0	0	1	3	16	42	98	1		
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	10	0		
15	0	8601	4633	2059	874	352	134	47	23	5	1	0	15	15	
	1	1303	3658	3432	2312	1319	668	305	171	47	16	5	14		
	2	92	1348	2669	2856	2309	1559	916	599	219	90	32	13		
	3	4	307	1285	2184	2501	2252	1700	1299	634	318	139	12		
	4	0	49	428	1156	1876	2252	2186	1948	1268	780	417	11		
	5	0	6	105	449	1032	1651	2061	2143	1859	1404	916	10		
	6	0	0	19	132	430	917	1472	1786	2066	1914	1527	9		
	7	0	0	3	30	138	393	811	1148	1771	2013	1964	8		
	8	0	0	0	5	35	131	348	574	1181	1647	1964	7		
	9	0	0	0	1	7	34	116	223	612	1048	1527	6		
	10	0	0	0	0	1	7	30	67	245	515	916	5		
	11	0	0	0	0	0	1	6	15	74	191	417	4		
	12	0	0	0	0	0	0	1	3	16	52	139	3		
	13	0	0	0	0	0	0	0	0	3	10	32	2		
	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	5	1		
	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		.99	.95	.90	.85	.80	.75	.70	.65	.60	.55	.50	k	N	
p															

TABLE E (continued)

16

N	k	P												
		.01	.05	.10	.15	.20	.25	.30	1/3	.40	.45	.50		
20	0	8179	3585	1216	388	115	32	8	3	0	0	0	20	20
	1	1652	3774	2702	1368	576	211	68	30	5	1	0	19	
	2	159	1887	2852	2293	1369	669	278	143	31	8	2	18	
	3	10	596	1901	2428	2054	1339	716	429	123	40	11	17	
	4	0	133	898	1821	2182	1897	1304	911	350	139	46	16	
	5	0	22	319	1028	1746	2023	1789	1457	746	365	148	15	
	6	0	3	89	454	1091	1686	1916	1821	1244	746	370	14	
	7	0	0	20	160	545	1124	1643	1821	1659	1221	739	13	
	8	0	0	4	46	222	609	1144	1480	1797	1623	1201	12	
	9	0	0	1	11	74	271	654	987	1597	1771	1602	11	
	10	0	0	0	2	20	99	308	543	1171	1593	1762	10	
	11	0	0	0	0	5	30	120	247	710	1185	1602	9	
	12	0	0	0	0	1	8	39	92	355	727	1201	8	
	13	0	0	0	0	0	2	10	28	146	366	739	7	
	14	0	0	0	0	0	0	2	7	49	150	370	6	
	15	0	0	0	0	0	0	0	1	13	49	148	5	
	16	0	0	0	0	0	0	0	0	3	13	46	4	
	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	11	3	
	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	
	19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
25	0	7778	2774	718	172	38	8	1	0	0	0	0	25	25
	1	1964	3650	1994	759	236	63	14	5	0	0	0	24	
	2	238	2305	2659	1607	708	251	74	30	4	1	0	23	
	3	18	930	2265	2174	1358	641	243	114	19	4	1	22	
	4	1	269	1384	2110	1867	1175	572	313	71	18	4	21	
	5	0	60	646	1564	1960	1645	1030	658	199	63	16	20	
	6	0	10	239	920	1633	1828	1472	1096	442	172	53	19	
	7	0	1	72	441	1108	1654	1712	1487	800	381	143	18	
	8	0	0	18	175	623	1241	1651	1673	1200	701	322	17	
	9	0	0	4	58	294	781	1336	1580	1511	1084	609	16	
	10	0	0	1	16	118	417	916	1264	1612	1419	974	15	
	11	0	0	0	4	40	189	536	862	1465	1583	1328	14	
	12	0	0	0	1	12	74	268	503	1140	1511	1550	13	
	13	0	0	0	0	3	25	115	251	760	1236	1550	12	
	14	0	0	0	0	1	7	42	108	434	867	1328	11	
	15	0	0	0	0	0	2	13	40	212	520	974	10	
	16	0	0	0	0	0	0	4	12	88	266	609	9	
	17	0	0	0	0	0	0	1	3	31	115	322	8	
	18	0	0	0	0	0	0	0	1	9	42	143	7	
	19	0	0	0	0	0	0	0	0	2	13	53	6	
	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	16	5	
	21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	4	4	
	22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	
	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	
	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
	25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		.99	.95	.90	.85	.80	.75	.70	2/3	.60	.55	.50	k	N
		P												

TABLE E (continued)

N	k	p												
		.01	.05	.10	.15	.20	.25	.30	1/3	.40	.45	.50		
30	0	7397	2146	424	76	12	2	0	0	0	0	0	30	30
	1	2242	3389	1413	404	93	18	3	1	0	0	0	29	
	2	328	2586	2277	1034	337	86	18	6	0	0	0	28	
	3	31	1270	2361	1703	785	269	72	26	3	0	0	27	
	4	2	451	1771	2028	1325	604	208	89	12	2	0	26	
	5	0	124	1023	1861	1723	1047	464	232	41	8	1	25	
	6	0	27	474	1368	1795	1455	829	484	115	29	6	24	
	7	0	5	180	828	1538	1662	1219	829	263	81	19	23	
	8	0	1	58	420	1106	1593	1501	1192	505	191	55	22	
	9	0	0	16	181	676	1298	1573	1457	823	382	133	21	
	10	0	0	4	67	355	909	1416	1530	1152	656	280	20	
	11	0	0	1	22	161	551	1103	1391	1396	976	509	19	
	12	0	0	0	6	64	291	749	1101	1474	1265	805	18	
	13	0	0	0	1	22	134	444	762	1360	1433	1115	17	
	14	0	0	0	0	7	54	231	463	1101	1424	1354	16	
	15	0	0	0	0	2	19	106	247	783	1242	1445	15	
	16	0	0	0	0	0	6	42	116	489	953	1354	14	
	17	0	0	0	0	0	2	15	48	269	642	1115	13	
	18	0	0	0	0	0	0	5	17	129	379	805	12	
	19	0	0	0	0	0	0	1	5	54	196	509	11	
	20	0	0	0	0	0	0	0	1	20	88	280	10	
	21	0	0	0	0	0	0	0	0	6	34	133	9	
	22	0	0	0	0	0	0	0	0	1	12	55	8	
	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	19	7	
	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6	6	
	25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	5	
	26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	
	27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	
	28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	
	29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		.99	.95	.90	.85	.80	.75	.70	2/3	.60	.55	.50	k	N
		p												

* Reprinted from Hammond, K. R., Householder, J. E., and Castellan, N. J., Jr. (1970). *Introduction to the statistical method* (second edition) New York: A. A. Knopf, with the permission of the authors and publisher.