เรขาคณิตเศษส่วนในสถาปัตยกรรมและผังเมือง

Fractal Geometry in Architecture and Urban Planning

สันติรักษ์ ประเสริฐสุข
Santirak Prasertsuk
คณะสถาปัตยกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
Faculty of Architecture, Thammasat University

บทคัดย่อ

การเปลี่ยนผ่านจากทัศนะแม่บททางวิทยาศาสตร์แบบเดิมไปสู่ทัศนะแม่บทแบบใหม่ ซึ่งอยู่ภายใต้วิทยาศาสตร์แบบซับซ้อน ได้ส่งผลต่อความรู้และการทำความเข้าใจต่อชีวิตของมนุษย์แทบทุกระดับ การเปลี่ยนผ่านนี้ได้นำไปสู่การปฏิวัติอันยิ่งใหญ่ครั้งหนึ่งของมนุษยชาติ ทั้งด้านสังคมและวัฒนธรรม ผลกระทบที่สำคัญประการหนึ่งคือ การเปลี่ยนแปลงของภูมิความรู้ในเชิงคณิตศาสตร์และเรขาคณิต ซึ่งเดิมวางอยู่บน 'ระบบเรขาคณิตแบบยูคลิด' มาอย่างยาวนาน

ความรู้ทางวิทยาศาสตร์แบบซับซ้อนได้ก่อให้เกิด 'เรขาคณิตเศษส่วน' อันเป็นระบบเรขาคณิตซึ่งถือกำเนิดขึ้นมาใหม่ในต้นคริสต์ศตวรรษที่ 20 เรขาคณิตแบบเศษส่วนเปลี่ยนแปลงมโนคติ การรับรู้ และความเข้าใจของมนุษย์ ต่อระบบของสิ่ง-มีชีวิตและปรากฏการณ์ทางธรรมชาติ เป็นระบบที่ถูกนำมาใช้ในการอธิบายและวิเคราะห์รูปร่างอันไม่เป็นระเบียบ ซึ่งพบโดยทั่วไปในธรรมชาติ ทั้งในสิ่งมีชีวิตและสิ่งไม่มีชีวิต เรขาคณิตเศษส่วนประกอบด้วยโครงสร้างหรือลวดลาย ซึ่งส่วนย่อยมีลักษณะคล้ายกับรูปทรงส่วนใหญ่ที่ถูกย่อลง ลักษณะ 'ความคล้ายตนเอง' นี้ สะท้อนถึงความสัมพันธ์ระหว่างลวดลายในส่วนย่อยกับส่วนรวม

เรขาคณิตเศษส่วนไม่เพียงแต่เป็นเครื่องมือสำหรับนักคณิตศาสตร์และนักวิทยาศาสตร์ในการสำรวจธรรมชาติเท่านั้น แต่ยังส่งผลถึงการสร้างสรรค์ผลงานทางศิลปะ สถาปัตยกรรม ตลอดจนการเติบโตของเมืองอีกด้วย การนำเอาเรขาคณิตเศษส่วนมาใช้ในการออกแบบสถาปัตยกรรมนั้น ปรากฏในการวางผังอาคาร รูปทรงภายนอก มิติของที่ว่างและลวดลายบนพื้นผิวของอาคาร ส่วนในการผังเมืองนั้น ระบบเรขาคณิตเศษส่วนสามารถใช้อธิบายการเจริญเติบโตและการจัดระบบภายในของเมืองอันซับซ้อนได้เป็นอย่างดี

Abstract

The radical shift from the classical paradigm of science to a new paradigm, which is based on the science of complexity, has affected human knowledge and an understanding of life at all levels. It has led to the great breakthroughs of humanity both in social and cultural aspects. One of the significant effects, for instance, is the profound change of knowledge in Mathematics and Geometry which is long time rooted in the system of 'Euclidean Geometry'.

The science of complexity has brought about a new system of geometry called 'Fractal Geometry' since the beginning of the 20th century. Fractal Geometry has changed human ideas, perception and an understanding of both living systems and natural phenomena. It becomes a systematic explanation and an analytical tool for irregular shapes

both living and non-living things found in nature. Fractal Geometry contains structures or patterns whose smaller part is a miniature version of its larger form. This 'self-similarity' reflects the relation between the patterns seen in parts and the patterns seen in that of the whole.

Fractal Geometry not only provides the mathematicians and scientists with a new tool to explore nature, but also influences the creation of arts, architecture and even urban morphology. The employment of Fractal Geometry in architectural design has been manifested in the planning of buildings, external forms, spatial dimension and ornaments on building skins. In urban planning, it assists to explain the complex growth and internal organizations of cities.

คำสำคัญ (Keywords)

ทัศนะแม่บท (Paradigm)
วิทยาศาสตร์แบบซับซ้อน (Complexity Science)
เรขาคณิตเศษส่วน (Fractal Geometry)
ความคล้ายตนเอง (Self–Similarity)
มิติเรขาคณิตเศษส่วน (Fractal Dimension)
จูเลีย เซ็ตส์ (Julia Sets)
แมนเดลบรอต เซ็ต (Mandelbrot Set)

บทนำ: การเปลี่ยนผ่านทัศนะแม่บท
Introduction: The Paradigm Shift

หลังจากที่ทัศนะแม่บททางวิทยาศาสตร์แบบเดิม (classical science) [1] ซึ่งครอบงำวิถีชีวิตของมนุษย์มาตั้งแต่คริสต์ศตวรรษที่ 15 ได้ถูกพิสูจน์ว่า ก่อให้เกิดวิกฤตทางสังคมและวัฒนธรรมแทบทุกระดับในราวศตวรรษที่ 18 เป็นต้นมา เนื่องจากวิทยาศาสตร์แบบเดิมมองโลกและปรากฏการณ์ธรรมชาติทั้งหลายราวกับเครื่องจักรที่ทำงานอย่างมั่นคง ไม่มีการเปลี่ยนแปลง สิ่งมีชีวิตทั้งหลายล้วนประกอบด้วยชิ้นส่วนย่อย ๆ เหมือนชิ้นส่วนของเครื่องจักร การแก้ไขปัญหาใด ๆ สามารถทำได้ด้วยการแก้ไขที่ส่วนย่อยนั้น ๆ วิทยาศาสตร์แบบกลไกนี้ พยายามอยู่เหนือและควบคุมธรรมชาติให้รับใช้มนุษย์โดยตรง ทำให้เกิดวิกฤตทางวัฒนธรรม สภาพแวดล้อม และการผลาญทรัพยากรธรรมชาติจนไม่เพียงพอต่อความต้องการของมนุษย์ เกิดการแข่งขันเพื่อแย่งชิงทรัพยากรมาเป็นของตน จนนำไปสู่ความขัดแย้งและกลายเป็นสงครามขึ้นในที่สุด

ฟริตจ๊อฟ คาปร้า (Fritjof Capra) นักคิดคนสำคัญท่านหนึ่งของโลกตะวันตก ได้กล่าวไว้ว่า การมองเห็นวิกฤตดังกล่าวอย่างชัดเจน จำเป็นที่จะต้องเปลี่ยนทัศนคติเกี่ยวกับโครงสร้างที่ตายตัวไปสู่การมองโลกที่มีการเปลี่ยนแปลงไม่หยุดนิ่ง เนื่องจากโครงสร้างที่ตายตัวไม่สามารถที่จะปรับตนเข้ากับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นใหม่ได้ ทำให้นำไปสู่จุดพังทลายหรือจุดจบของสังคมหรืออารยธรรมนั้น คาปร้าเสนอว่า สังคมจำเป็นที่จะต้องเปลี่ยนแปลงทัศนะแม่บทแบบเดิมที่ใช้อยู่เสียใหม่ โดยทัศนะแม่บทแบบใหม่ จะต้องมีลักษณะที่เป็นกระบวนระบบ องค์ประกอบย่อยที่มีความสัมพันธ์กันและไม่อาจลดทอนลงเป็นชิ้นส่วนย่อย ๆ อีกได้ จึงจะช่วยลดวิกฤตที่ขัดแย้งในสังคมให้ลดน้อยลงได้ [2]

สำหรับทัศนะแม่บทแบบใหม่นั้น คาปร้ากล่าวว่าเป็นผลพวงมาจากการปฏิวัติทางความรู้ทางวิทยาศาสตร์โดยเฉพาะทางด้านฟิสิกส์ ในราวปลายคริสต์ศตวรรษที่ 19 ต่อเนื่องถึงต้นศตวรรษที่ 20 ทัศนะแม่บททางวิทยาศาสตร์แบบใหม่นี้ วางอยู่บนรากฐานของ 'วิทยาศาสตร์แบบซับซ้อน (complexity science)' [3] และได้เข้ามาแทนที่โลกทัศน์แบบกลไก พร้อมทั้งนำเสนอโลกทัศน์แบบสัมพันธ์เชื่อมโยงเป็นเครือข่ายอันซับซ้อนและไม่อาจลดทอนลงเป็นชิ้นส่วนย่อย ๆ ได้อีกต่อไป ความเข้าใจต่อเอกภพและธรรมชาติที่แวดล้อมรอบตัวมนุษย์จึงเปลี่ยนแปลงไปโดยสิ้นเชิง มนุษย์เริ่มหันมาให้ความสำคัญกับจิตของตนและระบบนิเวศวิทยามากยิ่งขึ้น พยายามอยู่ร่วมกับธรรมชาติเพื่อลดปัญหาขัดแย้งทางสังคมและวัฒนธรรมให้เบาบางลงและเชื่อว่า โลกแวดล้อมที่เป็นอยู่จริงมิได้ดำรงอยู่ภายใต้ความเป็นระเบียบ (order) อย่างที่วิทยาศาสตร์แบบเดิมให้ภาพเอาไว้ แต่กลับอยู่ภายใต้ความไร้ระเบียบ (chaos) [4]

การเปลี่ยนผ่านของทัศนะแม่บทดังกล่าว ส่งผลต่อพื้นฐานทางความรู้และศาสตร์ต่าง ๆ ของมนุษย์แทบทุกระดับและนำไปสู่การปฏิวัติอันยิ่งใหญ่ครั้งหนึ่งของมนุษยชาติ เช่นเดียวกับที่วิทยาศาสตร์แบบเดิมได้กระทำไว้ในราวคริสต์ศตวรรษที่15 มาก่อน ผลกระทบที่สำคัญประการหนึ่งคือ การเปลี่ยนแปลงของภูมิความรู้ในเชิงคณิตศาสตร์และเรขาคณิต ซึ่งเดิมวางอยู่บน 'ระบบเรขาคณิตแบบยูคลิด (euclidean geometry)' [5] มากว่าสองพันปี ระบบเรขาคณิตแบบยูคลิดนี้ ได้ถูกค้นพบว่า มีข้อจำกัดมากมายในการนำไปใช้กับภูมิความรู้ทางวิทยาศาสตร์ใหม่ ทำให้เกิดการคิดค้นระบบเรขาคณิตใหม่ขึ้นเป็นจำนวนมาก เพื่อเข้ามาทดแทนความไม่เพียงพอของระบบเดิม 'เรขาคณิตเศษส่วน (fractal geometry)' เป็นระบบเรขาคณิตซึ่งถือกำเนิดขึ้นมาใหม่ในต้นคริสต์ศตวรรษที่ 20 อันเป็นผลพวงของความรู้ทางวิทยาศาสตร์แบบซับซ้อนดังที่กล่าวมา โดยส่งผลต่อการรับรู้และทำความเข้าใจของมนุษย์ต่อระบบของสิ่งมีชีวิตและปรากฏการณ์ทางธรรมชาติอีกจำนวนมาก ไม่เพียงเท่านั้น เรขาคณิตเศษส่วนยังส่งผลถึงการสร้างสรรค์ผลงานทางศิลปะสถาปัตยกรรม ตลอดจนการผังเมืองอีกด้วย บทความนี้ จะอธิบายถึงกำเนิดและความหมายของเรขาคณิตเศษส่วน รูปแบบของงานสถาปัตยกรรมและผังเมือง อันเกิดจากการนำเอาระบบเรขาคณิตนี้เข้ามาใช้ ตั้งแต่แนวความคิด ไปจนถึงผลลัพธ์ของการออกแบบ

เรขาคณิตเศษส่วนและความคล้ายตนเอง
Fractal Geometry and Self-Similarity

ในปี ค.ศ. 1977 เบนัวต์ แมนเดลบรอต (Benoit Mandelbrot) นักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศส ได้ประพันธ์งานเขียน ที่ชื่อ "Fractals: Form, Chance, and Dimension"

อันเป็นฉบับแปลภาษาอังกฤษจากต้นฉบับภาษาฝรั่งเศส ซึ่งตีพิมพ์ก่อนหน้านั้น [6] ในงานเขียนอันมีชื่อเสียงชิ้นนี้ แมนเดลบรอต ได้วิเคราะห์ถึงระบบเรขาคณิตเศษส่วน เพื่อใช้ในการอธิบายถึงโครงสร้างทั้งสองและสามมิติอันแฝงอยู่ในสิ่งต่าง ๆ ในธรรมชาติเป็นครั้งแรกและยังรวบรวมพร้อมทั้งวิพากษ์งานศิลปะและสถาปัตยกรรมที่สัมพันธ์กับระบบเรขาคณิต ดังกล่าวไว้อย่างน่าสนใจ

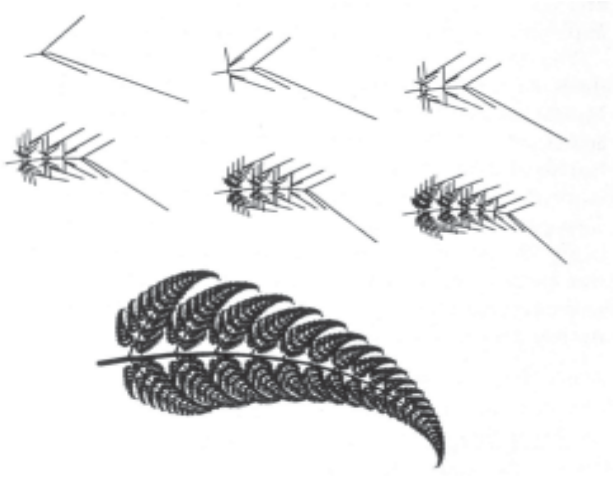
แมนเดลบรอต ค้นพบปัญหาสำคัญของระบบเรขาคณิตว่า รูปทรงส่วนใหญ่ในธรรมชาตินั้น ไม่อาจอธิบายได้ด้วยการลดทอนหลงเหลือรูปทรงทางเรขาคณิตบริสุทธิ์ตามระบบยูคลิด เช่น เราไม่อาจลดทอนรูปทรงของก้อนเมฆบนท้องฟ้าให้เป็นรูปทรงกลม ลูกบาศก์หรือทรงกระบอกได้เป็นต้น เนื่องจาก รูปทรงของก้อนเมฆเป็นรูปทรงที่มีความซับซ้อนและมีขอบที่ไม่เป็นระเบียบ นอกจากนี้ยังพบว่า องค์ประกอบต่าง ๆ ในธรรมชาติล้วนแล้วแต่มีรูปทรงที่ไม่อาจลดทอนได้ด้วยวิธีการเดียวกัน ทำให้ระบบเรขาคณิตที่มนุษย์ใช้กันมาตั้งแต่อดีตเริ่มมีข้อจำกัดและถือเป็นเพียงระบบในอุดมคติที่ไม่ตรงกับธรรมชาติที่เป็นจริง

จุดเริ่มต้นของการศึกษาเรื่องเรขาคณิตเศษส่วนของแมนเดลบรอตปรากฏในบทความที่ชื่อ “How Long is the Coast of Britain?” ตีพิมพ์ในปี ค.ศ.1967 กล่าวถึงความพยายามในการวัดระยะทางรอบชายฝั่งของประเทศอังกฤษ (รูปที่ 1) ข้อมูลที่ได้เมื่อวัดด้วยเส้นตรงตามภาพซ้ายจะมีความคลาดเคลื่อนสูง เนื่องจาก ขอบของชายฝั่งไม่ได้มีความเรียบเป็นเส้นตรง แต่ปรากฏเป็นรอยหยักอันไร้ระเบียบ เมื่อเพิ่มแนวเส้นตรงในการวัดให้มากขึ้นดังภาพขวา ผลจากการวัดจะมีค่ามากขึ้นและใกล้เคียงกับสัณฐานที่เป็นจริงของชายฝั่ง จากการศึกษาดังกล่าว ทำให้แมนเดลบรอตพบว่า เมื่อศึกษาเข้าไปในระยะใกล้ขึ้น ขอบสัณฐานของชายฝั่งนั้นจะมีความไร้ระเบียบเพิ่มมากขึ้นและปรากฏเป็นรูปแบบที่ซ้ำซ้อนไปเรื่อย ๆ อีกด้วย รูปแบบหรือลวดลายซึ่งมี ‘ความคล้ายตนเอง (self–similarity)’ [7] ในขนาดสัดส่วนที่ลดลงเรื่อย ๆ โดยส่วนย่อยยังคงมีลักษณะเหมือนองค์ประกอบส่วนใหญ่ทั้งหมดเช่นนี้ แมนเดลบรอตเรียกว่า ‘เรขาคณิตเศษส่วน (fractal geometry)’ [8]

เรขาคณิตเศษส่วน จึงเป็นระบบเรขาคณิตที่ถูกนำมาใช้ในการอธิบายและวิเคราะห์รูปร่างอันไม่เป็นระเบียบ (irregular shape) ซึ่งพบโดยทั่วไปในธรรมชาติทั้งในสิ่งมี

รูปที่ 1 การวัดสัณฐานของเกาะอังกฤษโดยรอบด้วยเส้นตรง

รูปที่ 2 เรขาคณิตของเกล็ดหิมะซึ่งมีความคล้ายตนเองในสัดส่วนที่เปลี่ยนไป



รูปที่ 3 เรขาคณิตเศษส่วนในธรรมชาติของใบเฟิร์น

ชีวิตและสิ่งไม่มีชีวิต และตั้งแต่สิ่งที่มีขนาดเล็กดังเช่น ระบบเส้นประสาทในสิ่งมีชีวิต ซึ่งมีการแตกแขนงย่อยของเส้นประสาทออกไปในสัดส่วนที่เปลี่ยนไปเรื่อย ๆ เกล็ดของหิมะที่เมื่อขยายด้วยกล้องจุลทรรศน์จะพบเห็นโครงสร้างที่เป็นรูปแฉกซ้ำกัน ยิ่งขยายกำลังของกล้องมากขึ้น ก็จะยิ่งเห็นแฉกที่ซ้ำซ้อนและเล็กลงไปเรื่อย ๆ (รูปที่ 2) ไปจนถึงสิ่งที่มีขนาดใหญ่ขึ้น เช่น ใบไม้ที่มีการแตกแขนงของใบย่อยออกไป โดยรายละเอียดของใบย่อยยังคงมีลักษณะเหมือนใบใหญ่โดยรวม เพียงแต่ต่างขนาดกันเท่านั้น (รูปที่3) นอกเหนือจากนี้ ในสิ่งที่มีขนาดใหญ่มาก ๆ อย่างเช่น ภูเขาก็พบว่ามีคุณลักษณะของเรขาคณิตเศษส่วนแฝงอยู่ด้วย (รูปที่4)

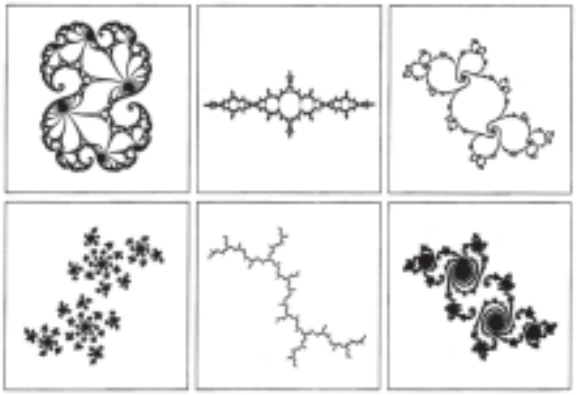
เบนัวต์ แมนเดลบรอต ได้พัฒนาเรขาคณิตเศษส่วนจนเกิดเป็นรูปแบบทางคณิตศาสตร์ที่เรียกว่า ‘มิติของเรขาคณิตเศษส่วน (fractal dimension)’ เพื่อใช้ในการอธิบายความซ้ำซ้อนของลวดลายดังกล่าว โดยค่ามิติของเรขาคณิต-เศษส่วนในสองมิติ จะมีค่าอยู่ระหว่าง 1 ถึง 2 โดยถือว่าค่านี้จะมากกว่าความยาวของเส้นตรงใน 1 มิติ ซึ่งถือเป็น 1หน่วย และมีค่าไม่ถึง 2 ซึ่งเป็นค่าของระนาบที่มี 2 มิติ ดังนั้น ค่านี้จะเพิ่มมากขึ้น เมื่อขอบโดยรอบของสิ่งนั้นมีความไร้ระเบียบหรือมีความหยักมากขึ้น ตัวอย่างเช่น ขอบชายฝั่งของอังกฤษจะมีค่าดังกล่าวเท่ากับ 1.58 ขณะที่ชายฝั่งนอร์เวย์จะมีค่าเป็น 1.70 ซึ่งหมายความว่า ขอบชายฝั่งนอร์เวย์มีความหยักไร้ระเบียบมากกว่าของอังกฤษ [9]

มิติของเรขาคณิตเศษส่วนของสิ่งที่มีสามมิติ จะมีค่าระหว่าง 2 ถึง 3 เช่น บริเวณที่มีค่าดังกล่าวใกล้เคียงกับ 3 แสดงว่ามีความขรุขระของพื้นผิวมากกว่าบริเวณที่มีค่าใกล้-เคียง 2 ดังนั้น สรุปได้ว่า ค่ามิติของเรขาคณิตเศษส่วนจึงเป็นค่าที่บ่งบอกถึงความไร้ระเบียบและความซับซ้อนของเรขาคณิตในสิ่งนั้นและจะมีค่าไม่เกินค่าของตัวเลขภายใต้ระบบยูคลิดของมิตินั้น ๆ ที่ต้องการวัด

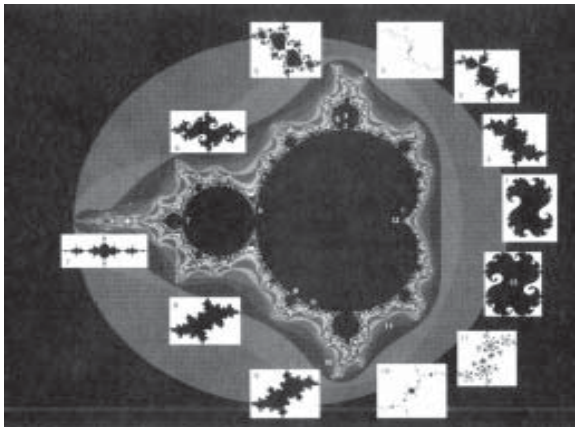
จูเลีย เซ็ตส์ และแมนเดลบรอต เซ็ต
Julia Sets and Mandelbrot Set

หลังจากที่งานเขียนของแมนเดลบรอตออกสู่สาธารณชนและกลายเป็นจุดสนใจของวงการวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ เขาได้หันความสนใจไปสู่ระบบคณิตศาสตร์

รูปที่ 4 รูปร่างอันไร้ระเบียบของภูเขาเมื่อมองจากทางอากาศ



รูปที่ 5 ภาพอันเกิดจาก จูเลีย เซ็ตส์ หลายรูปแบบ



รูปที่ 6 แมนเดลบรอต เซ็ต ซึ่งประกอบด้วย จูเลีย เซ็ตส์ ย่อย ๆ โดยรอบ

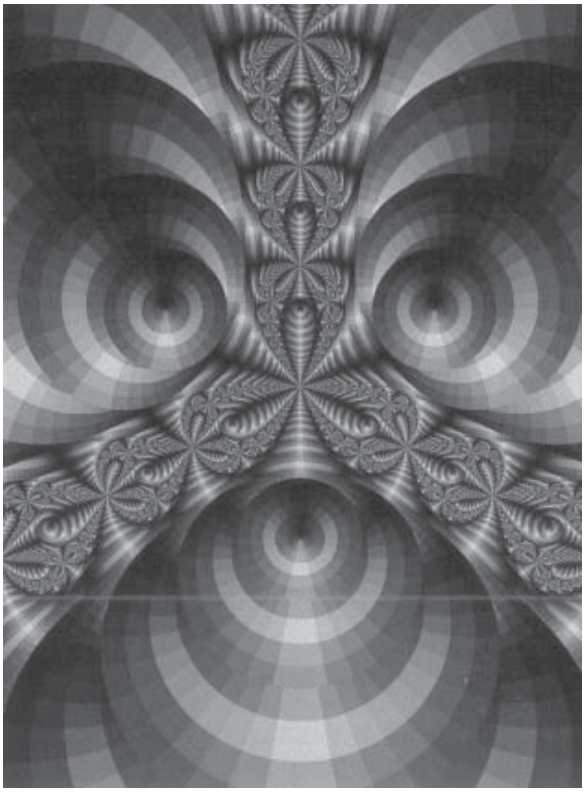
ซึ่งเรียกกันว่า ‘จูเลีย เซ็ตส์ (Julia Sets)’ อันคิดค้นโดยนักคณิตศาสตร์ที่ชื่อ แกสตอง จูเลีย (Gaston Julia) ตั้งแต่ตอนต้นของศตวรรษ แมนเดลบรอตพบว่า ภาพวาดของจูเลียจากชุดสมการที่เขาคิดขึ้นมีความคล้ายคลึงกับรูปร่างของเรขาคณิตเศษส่วนเป็นอย่างยิ่ง เขาจึงใช้คอมพิวเตอร์ในการวิเคราะห์จนเกิดผลลัพธ์ที่น่าแปลกใจ พื้นฐานของจูเลีย เซ็ตส์นั้นคือ ชุดของสมการซึ่งไม่ใช่สมการเชิงเส้น (nonlinear equation) ประกอบด้วยตัวแปรซับซ้อน (z) และตัวคงที่ซับซ้อน (c) ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ได้ด้วยสมการยกกำลังดังต่อไปนี้

$$z \longrightarrow z^2 + c$$

เมื่อแทนค่า z ด้วยตัวเลขใดก็ตาม ยกกำลังสองแล้วบวกด้วยค่าคงที่คือ c จากนั้นเอาผลลัพธ์ที่ได้ย้อนกลับไปแทนค่า z อีกครั้งในสมการซ้ำไปเรื่อย ๆ จะได้ผลลัพธ์เป็นชุดของตัวเลขชุดหนึ่ง แมนเดลบรอตทดลองเปลี่ยนค่า z ด้วยเลขอื่น จะพบว่า ผลลัพธ์ของชุดตัวเลขที่ได้ในบางครั้งจะเป็นอนันต์ นั่นคือ เมื่อเปลี่ยนค่า z ไปผลลัพธ์ก็จะเพิ่มไปเรื่อย ๆ โดยไม่มีขอบเขตที่สิ้นสุด แต่ในบางครั้งเขาพบว่า ค่า z บางค่าจะให้ผลลัพธ์ที่ยังคงอยู่ภายในขอบเขต ไม่มีค่าใดที่เกินออกไปและเมื่อนำค่าทั้งหมดมาเขียนลงบนระนาบแกนทางคณิตศาสตร์ด้วยคอมพิวเตอร์ โดยกำหนดให้ค่าที่ยังคงอยู่ภายในขอบเขตเป็นสีดำและค่าที่เป็นเพิ่มขึ้นอนันต์ ซึ่งแมนเดลบรอตเรียกว่า ‘ค่าที่หลุดออกนอกวงโคจร’ ให้เป็นสีขาว จะได้แผนภาพซึ่งมีรูปร่างน่าสนใจของ จูเลีย เซ็ตส์ เกิดขึ้น (รูปที่ 5) ดังนั้น จูเลีย เซ็ตส์ คือ เซ็ตของค่า z ทั้งหมด ซึ่งยังคงสภาวะภายในขอบเขตไม่เป็นอนันต์นั่นเองและแผนภาพของ จูเลีย เซ็ตส์ นี้มีความสอดคล้องกับระบบเรขาคณิตเศษส่วนเป็นอย่างดี เนื่องจาก แสดงถึงความคล้ายตนเองของลวดลายในสัดส่วนที่เปลี่ยนแปลงไป

จูเลีย เซ็ตส์ นี้สามารถนำมาอธิบายรูปแบบซึ่งปรากฏในธรรมชาติได้มากมาย เช่น กิ่งไม้ที่มีก้านแตกออกไปเป็นแขนงคล้ายกันไปเรื่อย ก้อนเมฆบนท้องฟ้าซึ่งมีขอบซ้ำซ้อนกันไปโดยรอบหรือเกล็ดหิมะที่มีแฉกแยกออกไปในสัดส่วนเท่า ๆ กัน เพียงแต่มีความแตกต่างกันของต้นไม้แต่ละต้น หรือก้อนเมฆแต่ละก้อน เนื่องมาจาก ตัวคงที่ที่มีผลต่อตัวแปรในจูเลีย เซ็ตส์ ไม่เหมือนกัน เมื่อนำจูเลีย เซ็ตส์ หลาย ๆ ชุดมาวาง ทั้งต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่องกัน จะเกิดเป็นลวดลายของเรขาคณิตเศษส่วนที่ซับซ้อนขึ้น จนเรียกรูปแบบนี้ว่า ‘แมนเดล-บรอต เซ็ต (Mandelbrot Set)’ ลวดลายแบบแมนเดลบรอต เซ็ต นี้แสดงถึงความคล้ายตนเองในสัดส่วนที่แตกต่างกันโดยที่มีลวดลายของจูเลียเซ็ตส์ประกอบเป็นส่วนย่อย (รูปที่ 6)

รูปแบบของเรขาคณิตเศษส่วนมิได้มีเพียงแค่ 2 ประเภทดังที่กล่าวมาเท่านั้น แต่มีอีกมากมายหลายประเภท [10] ซึ่งแต่ละประเภทเกิดขึ้นจากสมการทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ใช่แนวเชิงเส้นแตกต่างกัน แสดงถึงคุณสมบัติร่วมของเรขาคณิตเศษส่วนเหมือนกัน อันได้แก่ ‘กระบวนการซ้ำย้อนกลับ (iteration)’ ของผลลัพธ์และการนำผลลัพธ์ไปสู่การคาดการณ์ไม่ได้ นักคณิตศาสตร์สามารถสร้างภาพของเรขาคณิตเศษส่วนเหล่านี้ได้ด้วยการใช้คอมพิวเตอร์ที่มีประสิทธิภาพในการคำนวณสูงและสามารถสร้างลวดลายที่มีสีสันมากกว่าเพียงสีขาวและดำได้ด้วยการกำหนดให้สีแต่ละสีแทนค่าของตัวเลขแต่ละชุดที่แตกต่างกัน ทำให้เกิดภาพ



รูปที่ 7 งานจิตรกรรมซึ่งสร้างสรรค์ขึ้นด้วยคอมพิวเตอร์ โดยใช้องค์ความรู้ของเรขาคณิตเศษส่วน

ของเรขาคณิตเศษส่วนที่มีความสวยงามราวกับงานจิตรกรรมจากฝีมือของศิลปิน (รูปที่ 7) พร้อมทั้งแสดงถึงสภาวะของความไร้ระเบียบที่เปลี่ยนแปลง เมื่อสีของลวดลายเปลี่ยนจากสีหนึ่งไปยังอีกสีหนึ่ง

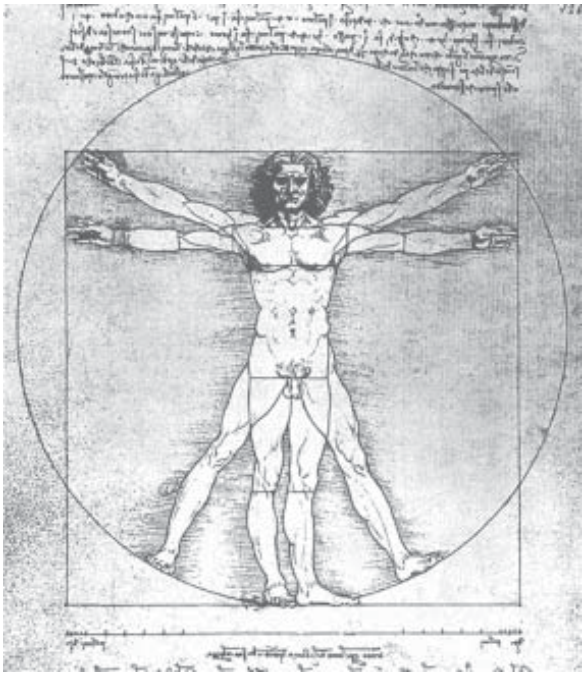
เรขาคณิตเศษส่วนในสถาปัตยกรรม

Fractal Geometry in Architecture

จะเห็นได้ว่า องค์ความรู้ในเรื่องเรขาคณิตเศษส่วนได้เข้ามาเปลี่ยนแปลงความเข้าใจหรือโลกทัศน์ของมนุษย์ต่อระบบของสิ่งมีชีวิตและธรรมชาติเหมือนกับทฤษฎีทางวิทยาศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวพัน และสอดคล้องกับทัศนะแม่บททางวิทยาศาสตร์แบบใหม่ มนุษย์เริ่มเข้าใจว่าธรรมชาติที่ดำรงอยู่มิได้วางอยู่บนรากฐานของเรขาคณิตแบบยูคลิดที่เรียบง่าย เพราะระบบยูคลิดนั้น วางอยู่บนระบบสามมิติที่แบนและเป็นอุดมคติ ทำให้สิ่งประดิษฐ์และสร้างสรรค์จากมนุษย์จึงเป็นเรขาคณิตบนรูปทรงบริสุทธิ์แตกต่างไปจากความซับซ้อนและความไร้ระเบียบที่เป็นจริงของธรรมชาติ ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า เรขาคณิตเศษส่วนถือเป็นระบบหนึ่งทางคณิตศาสตร์ ที่เปิดเผยถึงความเป็นจริงของเอกภพและเชื่อมร้อยมนุษย์เข้าสู่ธรรมชาติอย่างแท้จริง อย่างไรก็ตาม เรขาคณิตเศษส่วนมิได้เข้ามาแทนที่เรขาคณิตแบบยูคลิดอย่างสิ้นเชิง แต่เข้ามาช่วยในการอธิบายโดยอาศัยระบบยูคลิดเป็นพื้นฐาน

ระบบเรขาคณิตเศษส่วนไม่เพียงแต่ถูกนำมาใช้ในกรอบของวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่ได้มีการทดลองนำมาใช้ในการสร้างสรรค์รูปแบบของศิลปะหลากหลายประเภท เช่น จิตรกรรม ประติมากรรม และสถาปัตยกรรม ซึ่งศิลปะแขนงต่าง ๆ เหล่านี้ มีความสัมพันธ์โดยตรงกับเรขาคณิตทั้ง 2 มิติและ 3 มิติ เมื่อเกิดการคิดค้นระบบเรขาคณิตแบบใหม่ขึ้นมา ย่อมส่งผลให้เกิดรูปแบบของศิลปะในแนวทางใหม่ ๆ ขึ้นด้วย

ในการสร้างสรรค์งานจิตรกรรมนั้น เรขาคณิตเศษส่วนได้ส่งผลให้เกิดการทดลองใหม่ ๆ ขึ้น ศิลปินบางส่วนได้นำเอาคอมพิวเตอร์เข้ามาใช้แทนพู่กันวาดรูป โดยการใช้โปรแกรมที่สามารถป้อนค่าตัวเลข เพื่อให้คอมพิวเตอร์คำนวณผลลัพธ์แล้วแสดงออกมาเป็นภาพ เมื่อเปลี่ยนค่าตัวเลขจะได้ผลลัพธ์ทางภาพที่เปลี่ยนไปด้วยทั้งสีสันและลวดลาย [11]



รูปที่ 8 ภาพวาด ‘Vitruvian Man’ ของลีโอนาร์โด ดาร์วินชี่

สำหรับสถาปัตยกรรมตั้งแต่อดีตกาลเรื่อยมา การออกแบบจะวางอยู่ภายใต้กฎเกณฑ์ของ ‘ความสมมาตร (symmetry)’ เป็นหลัก ความสมมาตรนี้จะแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างสถาปัตยกรรมกับร่างกายมนุษย์ ซึ่งมีความสมมาตรของร่างกายตามแกนหนึ่ง ดังนั้น ร่างกายของมนุษย์จึงถูกใช้ในลักษณะของการอุปมา-อุปมัย (metaphor) เปรียบเทียบกับร่างกายของสถาปัตยกรรม [12] โดยเฉพาะร่างกายของมนุษย์ที่มีความสมบูรณ์ (absolute / unified body) เป็นร่างกายอุดมคติหรือตัวแทนของพระเจ้า ไม่มีการเปลี่ยนแปลงหรือเติบโตไปตามกายภาพที่เป็นจริงของสิ่งมีชีวิต เพื่อคงไว้ซึ่งสัดส่วนทางคณิตศาสตร์อันสมบูรณ์ไว้เป็นต้นแบบเสมอดังเช่น ผลงานภาพวาด ‘Vitruvian Man’ ของ ลีโอนาร์โด ดาร์วินชี่ (Leonardo Darvinci) (รูปที่ 8) อันเป็นตัวอย่างที่ชัดเจนของแนวความคิดที่ใช้ร่างกายมนุษย์เป็นศูนย์กลางในการอ้างอิงทุกสิ่งทุกอย่าง (Anthropomorphism)

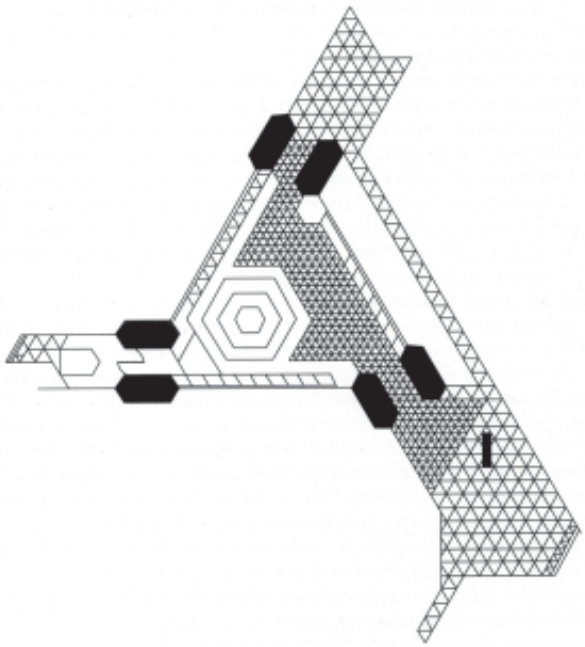
สัดส่วนของร่างกายมนุษย์ซึ่งมีความสมมาตรตามแนวคิดนี้ จึงกลายเป็นเครื่องมือที่สถาปนิกใช้สร้างสรรค์งานสถาปัตยกรรมเรื่อยมา ตลอดเวลากว่าหลายศตวรรษ การวางผังและรูปด้านของอาคารจึงมีความสมมาตรตาม

แกนและวางอยู่บนรูปทรงเรขาคณิตที่บริสุทธิ์และเสถียร อาจกล่าวได้ว่า ความสมมาตรเป็นเครื่องมือในการจัดระบบ (organization) ของสถาปัตยกรรมผ่านทาง 'ความซ้ำซ้อนของความเหมือน (repetition of sameness)' ขององค์ประกอบย่อยซึ่งไม่มีการเปลี่ยนแปลง เช่น ผังอาคารทางซ้ายและขวาเหมือนกัน เพียงแต่ความสมมาตรที่เกิดขึ้นสามารถถูกลดทอนจนเป็นองค์ประกอบย่อยได้อยู่ นั่นก็คือ ยังคงเห็นความเหมือนกันของผังอาคารทางด้านซ้ายและขวาอย่างชัดเจน

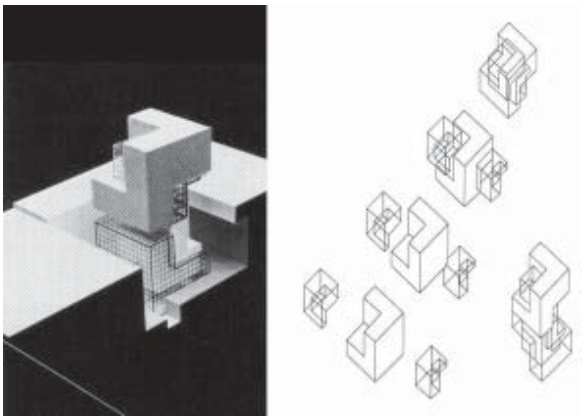
การนำเอาเรขาคณิตเศษส่วนมาใช้ในการออกแบบสถาปัตยกรรมนั้น เป็นการแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างจินตนาการของมนุษย์ในการที่จะสะท้อนถึงธรรมชาติหรือเอกภพที่เป็นจริง ผ่านทางความหมายของรูปทรงและการจัดองค์ประกอบของรูปทรง อาจกล่าวได้ว่า ระบบเรขาคณิตเศษส่วนได้ส่งผลต่อสถาปัตยกรรมโดยตรง 2 ประการด้วยกัน

ประการแรก คือ การเปลี่ยนแปลงความสมมาตรในสถาปัตยกรรม เนื่องมาจาก ระบบเรขาคณิตเศษส่วนแสดงถึงความซ้ำซ้อนของรูปทรงที่เปลี่ยนแปลงสัดส่วนโดยตลอด ทำให้ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นประกอบด้วยความสมมาตรในระดับที่สูงขึ้น และซับซ้อนกว่าความสมมาตรแบบเท่ากันตามแนวแกนใดแกนหนึ่ง คุณลักษณะของความสมมาตรที่เกิดขึ้นใหม่นี้เรียกว่าเป็น 'ความซ้ำซ้อนของความแตกต่าง (repetition of difference)' ซึ่งไม่เหมือนกับความซ้ำซ้อนของความเหมือน อันเกิดจากความสมมาตรแบบเดิม และแฝงด้วยคุณสมบัติของการวิวัฒนาการ (evolution) ความยืดหยุ่น (flexibility) และความเป็นพลวัตของรูปทรงและที่ว่าง

ประการที่สอง เรขาคณิตเศษส่วนได้ทำให้สถาปัตยกรรมก้าวเข้าไปสู่ระบบที่ซับซ้อน โดยเฉพาะ การหลุดพ้นจากระบบความคิดที่เปรียบเทียบสถาปัตยกรรมกับสัดส่วนของร่างกายมนุษย์ ซึ่งสอดคล้องกับการเปลี่ยนผ่านของทัศนะแม่บทจากวิทยาศาสตร์ของความเรียบง่ายไปสู่วิทยาศาสตร์แบบซับซ้อน อย่างไรก็ตาม ความซับซ้อนอันเกิดจากเรขาคณิตเศษส่วนนี้แตกต่างไปจากความซับซ้อนในกรอบความคิดของ 'โพสต์โมเดิร์น (post-modernism)' ที่สถาปนิก โรเบิร์ต เวนทูรี่ (Robert Venturi) ได้แถลงการณ์ไว้ในทศวรรษที่ 1960 เพราะความซับซ้อนของเวนทูรี่นั้นเป็น



รูปที่ 9 ผังอาคารของโครงการ สตูดิโอ โจไพรซ์ มลรัฐโอคลาโฮมา ประเทศสหรัฐอเมริกาออกแบบโดย บรูซ กอฟฟ์

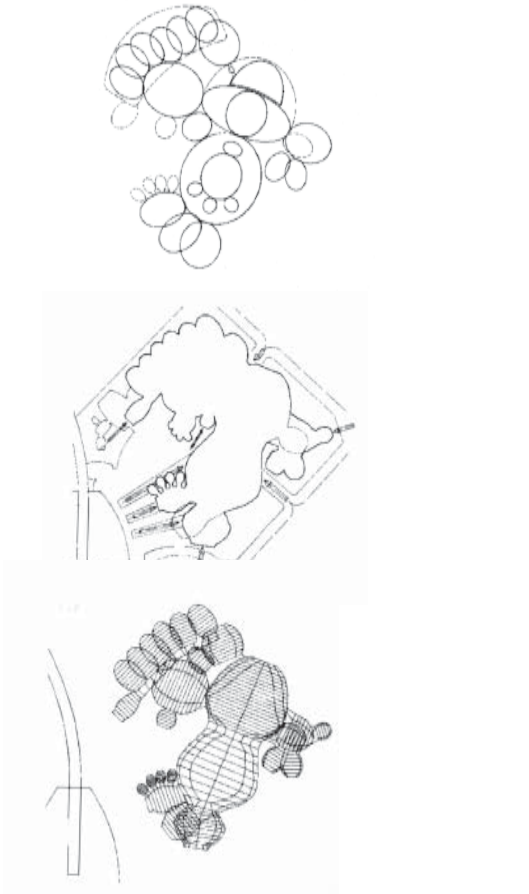


รูปที่ 10 House 11a ออกแบบโดย ปีเตอร์ ไอเซนแมน

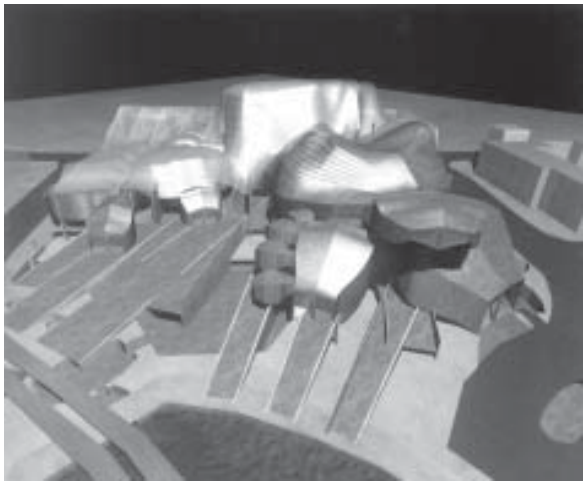
ความซับซ้อนเสมือนสิ่งที่มีตัวตนหรือเป็นคำตอบที่มีพร้อมอยู่แล้วจากประวัติศาสตร์ที่ผ่านมา สถาปนิกสามารถนำองค์ประกอบจากอดีตมาใช้ได้เลย จึงถือเป็นความซับซ้อนอันมาจากภายนอก ขณะที่ความซับซ้อนจากเรขาคณิตเศษส่วนเป็นสิ่งที่มีลักษณะพลวัต คาดการณ์ล่วงหน้าไม่ได้ และถือเป็นความซับซ้อนอันเกิดจากการจัดระบบภายใน (internal organization) ของระบบนั้น ตัวอย่างได้แก่ ‘สถาปัตยกรรมแบบออแกนิค (organic architecture)’ ในช่วงต้นคริสต์ศตวรรษที่ 20 สถาปัตยกรรมรูปแบบนี้มีพื้นฐานทางความคิดวางอยู่บนหลักเกณฑ์ทางธรรมชาติ สะท้อนถึงการจัดระบบภายในที่เป็นพลวัต เช่น อาคารสตูดิโอ โจ ไพรซ์ (Joe Price Studio) ของบรูซ กอฟฟ์ (Bruce Goff) สถาปนิกชาวอเมริกัน สถาปนิกได้ออกแบบให้รูปทรงของอาคารนี้แยกกระจายออกเป็นแฉกสามทิศทางโดยมีขนาดที่เปลี่ยนแปลงไป จึงมีลักษณะของเรขาคณิตเศษส่วนแฝงอยู่ในการวางผังอาคาร (รูปที่ 9) [13]

การนำเอาพื้นฐานความคิดของเรขาคณิตเศษส่วนมาใช้ในการออกแบบสถาปัตยกรรมอย่างจริงจัง ตั้งแต่กระบวนการออกแบบนั้น ปรากฏในผลงานของสถาปนิกอเมริกัน ปีเตอร์ ไอเซนแมน (Peter Eisenman) ในผลงานที่ชื่อ ‘House 11a’ สถาปนิกได้สร้างรูปทรงของบ้านโดยอาศัยกระบวนซ้ำซ้อนในสัดส่วนที่แตกต่างกันของเรขาคณิตเศษส่วน ซึ่งสถาปนิกเรียกว่า ‘กระบวนการสเกลลิ่ง (scaling)’ รูปทรงของบ้านประกอบด้วยรูปทรง ‘แอล’ ในหลายขนาดเชื่อมต่อกันหลายทิศทาง ทำให้เกิดความซับซ้อนของรูปทรงและที่ว่างภายใน (รูปที่ 10) สถาปนิกได้กล่าวไว้ว่ากระบวนการดังกล่าวได้ทำลายความสัมพันธ์ระหว่างสถาปัตยกรรมกับการอ้างอิงร่างกายมนุษย์ และสร้างสภาวะใหม่ที่สถาปัตยกรรมเป็นตัวอ้างอิงถึงตัวเอง (self-reference) [14] นอกจากผลงานชิ้นนี้แล้ว สถาปนิกได้นำกระบวนการดังกล่าวมาใช้ในผลงานออกแบบต่อเนื่องอีกหลายผลงาน

อีกผลงานที่ชัดเจนในการนำเอาเรขาคณิตเศษส่วนมาใช้ในการออกแบบ ได้แก่ ผลงานประกวดแบบโรงอุปรากรอ่าวคาร์ดิฟ (Cardiff Bay Opera House) ประเทศอังกฤษ ของสถาปนิกอเมริกัน เกร็ก ลินน์ (Greg Lynn) กระบวนการออกแบบอาคารนี้ ได้วางอยู่บนรากฐานของเรขาคณิตเศษส่วนตั้งแต่เริ่มต้นอย่างเป็นระบบทางคณิต-



รูปที่ 11 แผนภาพแสดงความซ้ำของรูปทรงในสัดส่วนที่ไม่เท่ากันเมื่อมองจากผังอาคาร



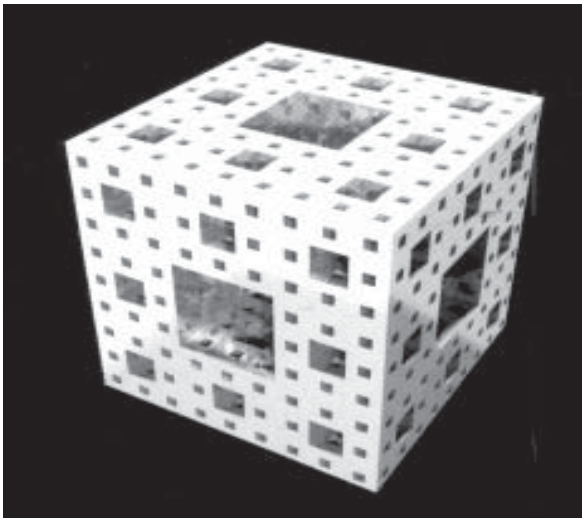
รูปที่ 12 โรงอุปรากรอ่าวคาร์ดิฟ ประเทศอังกฤษ ออกแบบโดย เกร็ก ลินน์

ศาสตร์ ซึ่งข้อกำหนดของการประกวดได้บังคับให้อาคารต้องมีลักษณะของการวางผังสมมาตรตามแกนอันเป็นไปตามประโยชน์ใช้สอยภายใน สถาปนิกได้วางมโนทัศน์ของงานชิ้นนี้ไว้ที่การสร้างความสัมพันธ์ระหว่างที่ตั้งกับตัวอาคารในรูปแบบใหม่ โดยอาศัยแนวความคิดของระบบเรขาคณิตเศษส่วนเพื่อสร้างความสมมาตรที่ซับซ้อนขึ้น เนื่องจากที่ตั้งของอาคารอยู่ติดกับชายฝั่งบริเวณที่เป็นอ่าวเว้าเข้าไปในแผ่นดิน แสดงถึงเรขาคณิตของขอบชายฝั่งที่เปลี่ยนแปลงในสัดส่วนที่ต่างกัน

สถาปนิกได้นำเอารูปทรงทางชีววิทยาที่เรียกว่า 'โพลิป (polyp)' ซึ่งคล้ายกับเซลล์ของสิ่งมีชีวิตใต้ทะเล เช่น ปะการัง มาเป็นรูปทรงต้นแบบสำหรับสร้างรูปทรงรวมของอาคารที่ซับซ้อน รูปทรงโพลิปนี้จะแบ่งตัวออกเหมือนกับกิ่งก้านของปะการังในสัดส่วนที่ไม่เท่ากัน เช่น มีขนาดเพียง 2 ใน 3 หรือ 1 ใน 3 จากขนาดเดิม (รูปที่ 11) ทำให้เกิดเป็นรูปทรงย่อย ๆ ที่มีหน้าตาเหมือนกับต้นแบบเกาะอยู่โดยรอบภายในรูปทรงย่อย ๆ แต่ละอันบรรจุประโยชน์ใช้สอยแตกต่างกัน นอกจากนี้ สถาปนิกได้วางชุดของโครงสร้างแบบผนังรับน้ำหนักขนาดใหญ่เรียงขนานกันเป็นระยะห่างทุก ๆ 10 เมตร เพื่อรองรับรูปทรงโพลิปทั้งหมดให้ตั้งและลอยอยู่เหนือพื้นได้ อีกทั้ง ยังเป็นทางลาดเข้าสู่อาคารอีกด้วย (รูปที่ 12)

ในงานออกแบบชิ้นนี้ ความซับซ้อนที่ปรากฏเป็นความซับซ้อนของการจัดระบบรูปทรงภายนอกที่ว่างภายใน ตลอดจนประโยชน์ใช้สอยของสถาปัตยกรรมซึ่งไม่สามารถคาดการณ์ล่วงหน้าถึงผลลัพธ์ได้ ความซับซ้อนดังกล่าว เกิดจากรูปแบบใหม่ของความสมมาตรของอาคารภายใต้ระบบเรขาคณิตเศษส่วน ถึงแม้งานออกแบบชิ้นนี้เป็นเพียงแค่งานประกวดแบบ แต่ผลลัพธ์ทางสถาปัตยกรรมที่ได้ถือว่าเป็นมิติใหม่ของการสร้างรูปทรงแบบเรขาคณิตเศษส่วน 3 มิติอันน่าสนใจ [15]

ตัวอย่างการออกแบบสถาปัตยกรรมที่น่าสนใจอีกโครงการหนึ่ง ได้แก่ อาคารสำนักงานซาร์ฟาติสสแตรท (Sarphatistratt) ที่เมืองอัมสเตอร์ดัม ประเทศเนเธอร์แลนด์ ออกแบบโดย สตีเวน ฮอลล์ (Steven Holl) สถาปนิกใช้ 'เมนเจอร์สปอนจ์ (Menger Sponge)' อันเป็นแบบจำลองของ เรขาคณิตเศษส่วนบนลูกบาศก์ 3 มิติ บนด้านแต่ละด้านของลูกบาศก์ประกอบด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดใหญ่ตรงกลาง รายล้อม



รูปที่ 13 แบบจำลองของเมนเจอร์ สปอนจ์

ด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเล็ก 8 รูปด้วยกัน ลวดลายของเรขาคณิตเศษส่วนจะปรากฏในสี่เหลี่ยมย่อยแต่ละอัน ซึ่งประกอบด้วยสี่เหลี่ยมขนาดเล็ก 8 รูป ล้อมรอบเหมือนผิวหน้าของลูกบาศก์โดยรวม ยิ่งมองเข้าไปใกล้มากขึ้นก็จะพบรูปแบบที่ซ้ำซ้อนเช่นนี้เรื่อย ๆ ทุกด้านของลูกบาศก์ (รูปที่ 13) สถาปนิกได้นำเอาแบบจำลองดังกล่าวมาทดลองใช้ในงานออกแบบผนังภายนอกซึ่งมีช่องแสงในสัดส่วนที่เปลี่ยนแปลงไปโดยรอบ ส่งผลให้ผัง รูปด้าน และรูปตัดของอาคารแห่งนี้มีลักษณะที่ใกล้เคียงกับลวดลายเรขาคณิตเศษส่วน (รูปที่ 14)

ตัวอย่างการนำเอาเรขาคณิตเศษส่วนมาใช้ทั้งในรูปทรง มิติของที่ว่างและลวดลายบนพื้นผิวอาคาร เห็นได้ชัดเจนในงานออกแบบส่วนต่อเติมของอาคารพิพิธภัณฑ์วิคตอเรียและอัลเบิร์ต (Extension to the Victoria and Albert Museum) เมืองลอนดอน ประเทศอังกฤษ โดย ดาเนียล ลิเบสคินด์ (Daniel Libeskind) (รูปที่ 15) แสดงถึงรูปทรงของอาคารที่ซับซ้อนเหมือนกับกล่องสี่เหลี่ยมที่ถูกคลี่ออก และบิดตัวซ้อนเอียงออกสู่ด้านหน้าของอาคาร ทำให้เกิดเป็นความคล้ายตนเองของรูปทรงต่อเนื่องกันในทิศทางที่เปลี่ยนไปและสะท้อนถึงแนวความคิดในการที่จะต้องการให้สถาปัตยกรรมแสดงถึงวิวัฒนาการและลักษณะพลวัต ขณะเดียวกัน บนผิวภายนอกอาคารถูกออกแบบให้เป็นลวดลายที่ซ้ำซ้อนกันเหมือนเรขาคณิตเศษส่วน โดยเกิดจากกระเบื้องเคลือบขนาดที่ต่างกัน

รูปที่ 14 อาคารสำนักงานซาร์ฟาติสสแตรทเมืองอัมสเตอร์ดัม ประเทศเนเธอร์แลนด์ ออกแบบโดย สตีเวน ฮอลล์

รูปที่ 15 ส่วนต่อเติมของอาคารพิพิธภัณฑ์วิคตอเรียและอัลเบิร์ต เมืองลอนดอน ประเทศอังกฤษ ออกแบบโดย ดาเนียล ลิเบสคินด์

เรขาคณิตเศษส่วนในผังเมือง
Fractal Geometry in Urban Planning

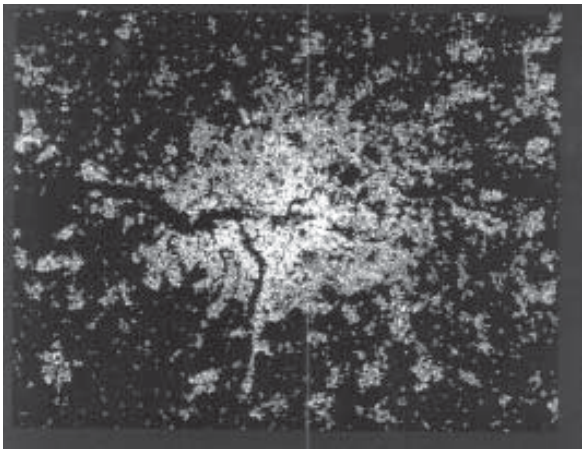
ทฤษฎีทางด้านรูปทรงของผังเมือง (theory of urban form) เกิดขึ้นในราวกลางคริสต์ศตวรรษที่ 20 อันเป็นผลมาจากแนวความคิดแบบโมเดิร์นและความรู้ในเชิงวิทยาศาสตร์แบบเหตุผล แบบแผนของเมืองจึงอยู่ภายใต้ระบบที่ถูกจัดเป็นระเบียบเป็นอย่างดี มีโครงสร้างขององค์ประกอบย่อยต่าง ๆ อย่างชัดเจน และเชื่อว่าจะนำผู้อยู่อาศัยในเมืองนั้น ๆ ไปสู่คุณภาพชีวิตที่ดีขึ้น อีกทั้ง ปัญหาในสังคมสามารถแก้ไขได้ด้วยวิธีการที่ไม่ซับซ้อน พื้นฐานความคิดเช่นนี้ เป็นไปในระบบเดียวกับสถาปัตยกรรมโมเดิร์นที่เชื่อ

ว่า สถาปัตยกรรมที่ดีจะมีผลต่อพฤติกรรมและคุณภาพชีวิตของผู้ใช้งานในเชิงบวกเช่นเดียวกัน

อย่างไรก็ตาม แบบแผนที่ต้องการจัดระเบียบของเมืองตามที่เกิดขึ้นในสังคมที่มีความซับซ้อนและเป็นพลวัตตามความเป็นจริงได้ก่อให้เกิดปัญหามากมาย จวบจนทศวรรษที่ 1970 ปัญหาสังคมจำนวนมากก็ยังคงเรื้อรังและพอกพูนขึ้นเรื่อย ๆ วิธีการแก้ปัญหาในเชิงสมัยใหม่ที่ผ่านมา เช่น การสร้างอาคารพักอาศัยจำนวนมาก เพื่อแก้ปัญหาของชุมชนแออัด กลับทำให้ชุมชนเหล่านั้นกลายไปเป็นชุมชนแออัดบนอาคารสูงแทน การแบ่งบริเวณของเมืองแยกส่วนขาดจากกันเป็นส่วน ๆ ทำให้มนุษย์ต้องใช้เวลาในการเดินทางมากยิ่งขึ้น จึงเกิดการสิ้นเปลืองทรัพยากรเชื้อเพลิงมากขึ้น ระบบนิเวศวิทยาได้ถูกทำลายลงไปอย่างรวดเร็ว สวนทางกับปริมาณของประชากรโลกที่เพิ่มเป็นทวีคูณ ประกอบกับการพ่ายแพ้ในสงครามเวียตนามของอเมริกา ยิ่งส่งผลให้สภาพสังคมขาดความมั่นใจ การแก้ปัญหาที่ล้มเหลวเหล่านี้ ได้ทำให้ผู้คนส่วนหนึ่งเริ่มมองเห็นถึงขอบเขตอันจำกัดของความรู้ของมนุษย์ที่ผ่านมาและเริ่มแสวงหาแนวทางใหม่ในการแก้ปัญหาของสังคม ซึ่งรวมไปถึงทฤษฎีใหม่ในการทำความเข้าใจกับเมืองอีกด้วย

นักผังเมืองตะวันตกส่วนหนึ่งได้หันมาสนใจในการนำเอาทัศนะแม่บททางวิทยาศาสตร์แบบซับซ้อนเข้ามาใช้ในการทำความเข้าใจเมืองที่เป็นอยู่จริง โดยเฉพาะในเรื่องการเจริญเติบโตและการจัดระบบภายในของเมือง นักผังเมืองพบว่า ลักษณะการกระจายตัวของเมืองที่แลดูมีความหลากหลายเป็นอย่างสูงนั้น แท้จริงแล้วประกอบด้วยระบบที่ควบคุมองค์ประกอบย่อยอย่างชัดเจน ระบบที่ว่านี้สามารถอธิบายได้ด้วยระบบเรขาคณิตเศษส่วนเช่นเดียวกับที่พบในธรรมชาติ (รูปที่ 16) โดยที่ การเติบโตของเมืองจะเริ่มจากจุดศูนย์กลางขยายออกไปยังรอบนอก ในสัดส่วนทางเรขาคณิตที่เปลี่ยนแปลงไปเหมือนกับกิ่งไม้ที่แตกแขนงออกไปเรื่อย ๆ กลายเป็นระบบของถนนและชุมชนย่อยลงไป เมื่อพิจารณาเมืองในภาพรวม จะเห็นสัณฐานของเมืองที่มีความซับซ้อนในระดับหนึ่ง เมื่อมองใกล้เข้าไปมากขึ้นจะพบความซับซ้อนของเมืองในรูปแบบคล้ายเดิม แต่มีสัดส่วนที่เปลี่ยนแปลงเรื่อย ๆ กรณีที่เกิดขึ้นนี้ จึงเป็นกรณีเดียวกับสัณฐานของขอบชายฝั่งและอธิบายได้ด้วยความรู้ในเรื่องเรขาคณิตเศษส่วนเช่นเดียวกัน

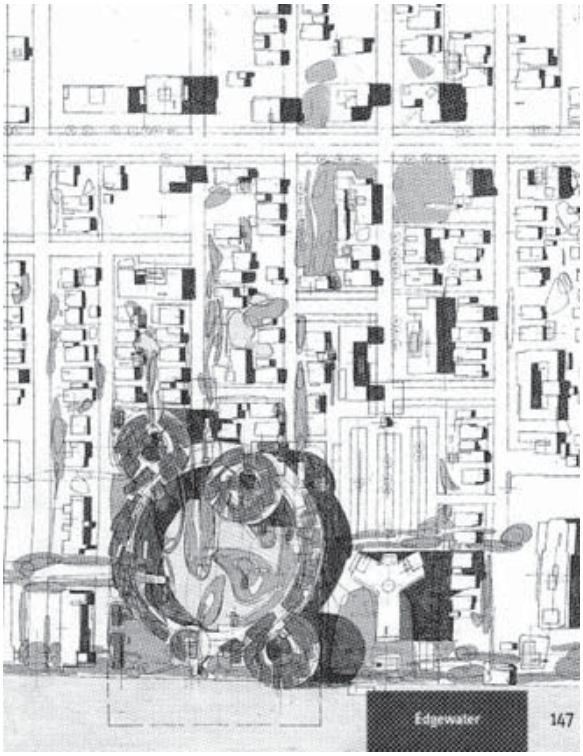
รูปที่ 16 ลวดลายเรขาคณิตเศษส่วนของเมืองอันเกิดจากถนน

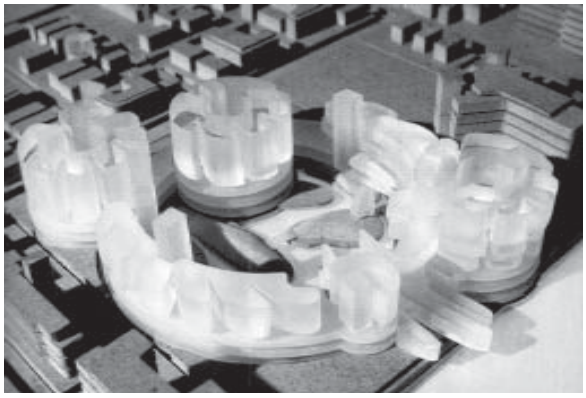


รูปที่ 17 แผนภาพแสดงความหนาแน่นของประชากรในเมืองลอนดอน

ค่ามิติทางเรขาคณิตเศษส่วน สามารถนำมาใช้อธิบายความซับซ้อนของเมืองได้ด้วยวิธีการเดียวกัน เมืองที่มีความซับซ้อนสูงหรือพื้นที่ว่างของเมืองถูกเติมเต็มมากก็จะมีค่ามิตินี้สูงด้วยและค่านี้จะอยู่ระหว่าง 1 ถึง 2 เมื่อพิจารณาเมืองใน 2 มิติ และระหว่าง 2 ถึง 3 เมื่อพิจารณาเมืองใน 3 มิติ เรขาคณิตเศษส่วนไม่เพียงแต่นำมาใช้อธิบายการเติบโตของเมืองที่เป็นอยู่เท่านั้น แต่ยังนำมาใช้กับเมืองที่มีการจัดวางแผนอย่างดีได้อีกด้วย เช่น ชุมชนที่มีการวางผังอย่างเป็นระเบียบ เมื่อมาประกอบกันหลายชุมชนขึ้นเป็นเมืองขนาดใหญ่ขึ้นก็สอดคล้องกับระบบของเรขาคณิตเศษส่วน เพียงแต่เป็นการนำมาอธิบายถึงรูปทรงที่วางแผนมาแล้ว (planned forms) มิใช่รูปทรงที่เติบโตตามกลไกธรรมชาติ (organically growing forms) [16] นอกจากนี้ความหนาแน่นของประชากรในเมือง ยังแสดงได้ด้วยแผนภาพทางเรขาคณิตเศษส่วนได้เช่นเดียวกัน ไม่จำกัดอยู่ที่ลักษณะทางกายภาพของเมืองเท่านั้น (รูปที่ 17) โดยที่ความหนาแน่นจะเริ่มเบาบางลงจากศูนย์กลางของเมืองออกไปด้านนอก เกิดเป็นลวดลายที่มีความคล้ายตนเองแยกกระจายออกไปทุกทิศทาง

สำหรับการนำเอาเรขาคณิตเศษส่วนมาใช้ในการวางผังนั้น เนื่องจากเป็นงานระดับที่ใหญ่ ทำให้การนำแนวความคิดดังกล่าวมาทดลองใช้จึงค่อนข้างยากกว่าสถาปัตยกรรม แต่ก็มีผลงานในเชิงทดลองหลายโครงการ ซึ่งส่วนใหญ่เป็นการวางผังกลุ่มอาคารขนาดเล็ก ตัวอย่าง เช่น โครงการวางผัง มอนโด คอนโด (Mondo Condo) มลรัฐฟลอริดา ประเทศสหรัฐอเมริกา ออกแบบโดยสถาปนิกอเมริกัน ไมเคิ่ล ซอร์กิ้น (Michael Sorkin) เป็นโครงการวางผังกลุ่มอาคารริมน้ำ สถาปนิกได้จัดกลุ่มห้องพักกว่า 700 หน่วยวางอยู่บนอาคารจอดรถ ซึ่งลอยอยู่เหนือระดับดิน เพื่อให้เกิดพื้นที่สวนสาธารณะสำหรับผู้พักอาศัยสามารถใช้ประโยชน์ได้มากที่สุด รูปทรงของกลุ่มอาคารมีความคล้ายตนเองในขนาดที่แตกต่างกัน คล้ายกับเรขาคณิตเศษส่วน (รูปที่ 18-19)





รูปที่ 18-19 โครงการวางผัง มอนโด คอนโด มลรัฐฟลอริดา ประเทศสหรัฐอเมริกา ออกแบบโดย ไมเคิ่ล ซอร์กิ้น

บทสรุป

Conclusion

ทัศนะแม่บททางวิทยาศาสตร์แบบใหม่ ได้เปลี่ยน-แปลงภูมิความรู้ของมนุษย์ โดยเฉพาะในด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ระบบเรขาคณิตเศษส่วน เป็นส่วนหนึ่งขององค์ความรู้ใหม่ภายใต้การเปลี่ยนแปลงดังกล่าว ระบบเรขาคณิตเศษส่วนได้เปิดเผยถึงความสัมพันธ์ระหว่างมนุษย์กับธรรมชาติ ขยายความเข้าใจของมนุษย์ต่อปรากฏการณ์ต่าง ๆ ในธรรมชาติเพิ่มเติมจากระบบเรขาคณิตบริสุทธิ์แบบยูคลิด นำสถาปัตยกรรมก้าวเข้าไปสัมพันธ์กับองค์ความรู้ใหม่ เชื่อมสถาปัตยกรรมเข้ากับเอกภพและธรรมชาติที่เป็นจริง และสร้างความสมมาตรที่ซับซ้อนขึ้น ซึ่งเป็นกฎเกณฑ์ในการออกแบบสถาปัตยกรรมมาตั้งแต่อดีต ส่งผลให้สถาปัตยกรรมก้าวไปสู่รูปทรงและที่ว่างในรูปแบบใหม่และหลุดพ้นไปจากข้อจำกัดของเรขาคณิตแบบยูคลิดเดิม

การนำเอาเรขาคณิตเศษส่วนเข้ามาใช้ในการสร้างสรรค์ศิลปะมีตัวอย่างเป็นจำนวนมาก ส่วนทางด้านสถาปัตยกรรมปรากฏเป็นตัวอย่างไม่มากนัก เพราะระบบดังกล่าวสามารถนำมาใช้ได้ภายใต้ข้อจำกัดบางประการ ส่วนใหญ่จึงเป็นการทดลองกับผังอาคาร รูปทรงภายนอก มิติของที่ว่างภายในและลวดลายบนพื้นผิวของอาคาร เนื่องจากสถาปัตยกรรมยังต้องเป็นสิ่งก่อสร้างที่สัมพันธ์กับวิศวกรรมโครงสร้างและวัสดุ และยังต้องใช้ประโยชน์ภายในได้ การเปลี่ยนแปลงของสัดส่วนที่ลดลงของรูปทรงอาคาร จะทำให้การใช้งานภายในเป็นไปได้ยากยิ่งขึ้น ทำให้อิสระทางความคิดจึงไม่มากเท่ากับงานศิลปะอันมีข้อจำกัดน้อยกว่า นอกจากนี้ อุปสรรคทางด้านการก่อสร้างที่จะรองรับความคิดยังจำกัดอยู่ แต่ยังมีผลงานออกแบบในเชิงทดลองอีกจำนวนมากที่มิได้นำมากล่าวถึง เพราะส่วนใหญ่เป็นเพียงงานทดลองกับการสร้างรูปทรงเป็นหลัก มิได้ลงไปในรายละเอียดของโครงสร้างและประโยชน์ใช้สอยเท่าใดนัก [17]

เรขาคณิตเศษส่วนเปิดโอกาสให้สถาปนิกได้ทดลองกับรูปทรงที่ซับซ้อนและน่าสนใจ มากกว่ารูปทรงเรขาคณิตแบบยูคลิดที่สถาปนิกคุ้นเคยมาแต่อดีต ทำให้จินตนาการของสถาปนิกกว้างไกลขึ้นกว่าเดิม ส่วนการนำเอาเรขาคณิต-เศษส่วนเข้ามาใช้ในผังเมืองยังคงอยู่ระยะเริ่มต้นเช่นเดียวกัน แต่นับได้ว่าเป็นการสร้างองค์ความรู้แบบใหม่ ช่วยให้เข้าใจการเจริญเติบโตของเมืองและคาดการณ์ถึงอนาคตของเมืองได้ง่ายยิ่งขึ้น

รายการอ้างอิง (References)

[1] วิทยาศาสตร์แบบเดิม (Classical Science) วางอยู่บนรากฐานความคิดทางวิทยาศาสตร์แบบกลไกของ ไอแซค นิวตัน (Isaac Newton) นักวิทยาศาสตร์ชาวอังกฤษ และโลกทัศน์แบบแยกส่วนของนักปรัชญา เรเน่ เดส์คาร์ตส์ (Rene Decartes) อ่านเพิ่มเติมใน Fritjof Capra. The Turning Point จุดเปลี่ยนแห่งศตวรรษ 1. แปลโดยพระประชา ปสน. นธม.โม และคณะ. (2542). กรุงเทพฯ: มูลนิธิโกมลคีมทอง, หน้า 49 - 81.

[2] อ่านอ้างอิง [1] หน้า 3 - 44.

[3] วิทยาศาสตร์แบบซับซ้อน (Complexity Science) วางอยู่บนรากฐานของฟิสิกส์แนวใหม่อันเกิดจากทฤษฎีสัมพัทธภาพ (Theory of Relativity) ของ อัลเบิร์ต ไอน์สไตน์ (Albert Einstein) และทฤษฎีควอนตัมฟิสิกส์ (Quantum Physics) ในตอนต้นคริสต์ศตวรรษที่ 20 อ่านเพิ่มเติมในอ้างอิง [1] หน้า 83 -116.

[4] อ่านรายละเอียดเพิ่มเติมเกี่ยวกับความไร้ระเบียบทางวิทยาศาสตร์ได้ใน ชัยวัฒน์ ถิรพันธุ์. ทฤษฎีไร้ระเบียบ (Chaos Theory) กับทางแพร่งของสังคมสยาม. กรุงเทพฯ: มูลนิธิภูมิปัญญา, 2542.

[5] ระบบเรขาคณิตแบบยูคลิด (Euclidean Geometry) คิดค้นขึ้นโดยนักคณิตศาสตร์ชาวกรีกชื่อ ยูคลิด (Euclid)โดยวางระบบเรขาคณิตทั้งหลายบนระนาบที่แบนและพิสูจน์ได้ว่าเป็นจริงเสมอ เช่น ผลบวกของมุมภายในของสามเหลี่ยมใด ๆ ย่อมเท่ากับ 180 องศา เป็นต้น ข้อจำกัดของระบบนี้อยู่ที่การไม่สามารถนำไปอธิบายบนระนาบโค้งได้

[6] แปลจากต้นฉบับภาษาฝรั่งเศสชื่อว่า Les Objects Fractals: Forme, Hasard et Dimension ตีพิมพ์ในปี ค.ศ. 1975

[7] ความคล้ายตนเองในทางวิทยาศาสตร์เป็นการเลียนแบบในเชิงเปลี่ยนรูป (transformational similitude) มิใช่การทำซ้ำ (replication) เหมือนกันทุก ๆ ส่วนจึงแตกต่างไปจากความเหมือนหรือความซ้ำกัน (repetition) ในสถาปัตยกรรมโมเดิร์น (modern architecture) ที่ก่อให้เกิดความไม่น่าสนใจ

[8] คำว่า Fractal มาจากภาษาละติน fractus หรือ fractum แปลว่า fragmented ซึ่งแปลว่า เศษส่วน

[9] Capra, Fritjof. (1996). The Web of Life: a New Scientific Understanding of Living Systems. New York: Anchor Books, pp. 139.

[10] ศึกษารูปแบบของเรขาคณิตเศษส่วนแบบอื่น ๆ เพิ่มเติมได้ใน Wegner, Tim. (1992). Fractals for Windows. California: Waite Group Press, pp. 8.

[11] ตัวอย่างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ซึ่งนำมาทดลองสร้างสรรค์เรขาคณิตเศษส่วนได้ เช่น Winfract สามารถสร้างลวดลายได้มากมายโดยการเปลี่ยนแปลงค่าของตัวเลข (parameter) ภายในสมการทางคณิตศาสตร์ของเรขาคณิตเศษส่วนแต่ละประเภท

[12] สถาปัตยกรรมทางศาสนาในอดีต เช่น วิหาร จะมีการวางผังโดยอาศัยสัดส่วนของร่างกายมนุษย์ ส่วนสถาปนิกในอดีตอย่าง ฟิลาเรเต้ (Filarete) ได้เคยเปรียบเทียบอาคารกับอวัยวะส่วนต่าง ๆ ของมนุษย์ เช่น จมูก ปาก ดวงตา ฯลฯ โดยวางภาพมนุษย์ซ้อนทับลงบนผังของวิหารที่เขาออกแบบ

[13] นักทฤษฎีทางสถาปัตยกรรมบางท่าน ไม่เห็นด้วยกับการพยายามวิเคราะห์สถาปัตยกรรมในสมัยอดีต เช่น กรีก โรมัน อาร์ตนูโว หรือแม้แต่สถาปัตยกรรมออแกนิค โดยใช้เรขาคณิตเศษส่วนในการอธิบายถึงการจัดองค์ประกอบของรูปทรงและที่ว่าง เพราะองค์ความรู้เรื่องเรขาคณิตเศษส่วนเพิ่งปรากฏเป็นรูปธรรมที่ชัดเจนหลังจากงานเขียนของแมนเดลบรอต ตีพิมพ์ในปี ค.ศ.1975 ดังนั้น สถาปัตยกรรมที่มีความสัมพันธ์กับเรขาคณิตเศษส่วนอย่างจริงจังจึงควรจะเริ่มต้นหลังจากเวลาดังกล่าว ไม่ใช่การย้อนกลับไปก่อนหน้านั้น

[14] อ่านบทวิเคราะห์ผลงานของ ปีเตอร์ ไอเซนแมน เพิ่มเติมใน Vidler, Anthony. (1992). The Architectural Uncanny: Essays in the Modern Unhomely. Cambridge: MIT Press, pp.130-131.

[15] อ่านรายละเอียดเพิ่มเติมเกี่ยวกับแนวความคิดในการออกแบบอาคารนี้ใน Lynn, Greg. (1998). “The Renewed Novelty of Symmetry”, Folds, Bodies & Blobs: Collected Essays. Bruxelles: La Lettre Volee’, pp. 63 - 77.

[16] Batty, Michael and Paul Longley. (2001). “The Fractal City”, Urban Environment. London: Academy Editions, pp.197.

[17] ไมเคิ่ล ซอร์กิ้น ได้กล่าวว่า การนำเอาเรขาคณิตเศษส่วนมาใช้ในสถาปัตยกรรม ได้เดินทางมาถึงจุดจบในช่วงทศวรรษที่ 1990 แล้ว โดยเห็นว่า การพยายามสร้างสถาปัตยกรรมภายใต้องค์ความรู้ทางวิทยาศาสตร์แนวใหม่ เป็นเพียงความนิยมซึ่งไม่ได้ให้คำตอบที่ชัดเจนต่อรูปแบบของสถาปัตยกรรมที่เหมาะสมกับสภาพสังคมที่เป็นจริงและเป็นการสร้างความชอบธรรมให้กับสถาปัตยกรรมที่รูปทรงสามารถเป็นอะไรก็ได้ (form follows anything.)

ที่มาของรูปประกอบ (Figure Credits)

รูปที่ 1 4 6 Wegner, Tim. (1992). Fractals for Windows. California: Waite Group Press.

รูปที่ 2-3 5 Capra, Fritjof. (1996). The Web of Life: A New Scientific Understanding of Living Systems. New York: Anchor Books.

รูปที่ 7 Briggs, John. (1992). Fractals: The Pattern of Chaos. New York: Touchstone.

รูปที่ 8 Wittkower, Rudolf. (1963). Architectural Principles in the Age of Humanism. London: Academy Editions.

รูปที่ 9 Jencks, Charles. (1995). The Architecture of the Jumping Universe. London: Academy Editions.

รูปที่ 10 Eisenman, Peter. (1999). Diagram Diaries. London: Thames and Hudson.

รูปที่ 11-12 Lynn, Greg. (1998). Animate Form. New York: Princeton Architectural Press.

รูปที่ 13-14 Cecilia, Fernando Marquez(ed.). (2002). Steven Holl: Thought, Matter and Experience. Madrid: El Croquis.

รูปที่ 15 Libeskind, Daniel. (2000). Daniel Libeskind: The Space of Encounter. New York: Universe Publishing.

รูปที่ 16-17 Batty, Michael and Paul Longley. (2001). “The Fractal City”, Urban Environments. London: Academy Editions,

รูปที่ 18-19 Sorkin, Michael. (1998). Michael Sorkin Studio: Wiggle. New York: The Monacelli Press.