

Student's Mathematical Thinking in Area unit using Lesson Study and Open Approach

Kittisak Jai-on

Ph.D (Mathematics Education) Lecturer

Department of Mathematics, Faculty of Education, Nakhon Si Thammarat Rajabhat University

Centre of Excellence in Mathematics, The Commission on Higher Education

Katanyutar Bangtho

Ph.D (Mathematics Education) Lecturer

Department of Mathematics, Faculty of Education, Nakhon Si Thammarat Rajabhat University

Centre of Excellence in Mathematics, The Commission on Higher Education

Received : May 30, 2019 / **Revised :** November 20, 2019 / **Accepted :** December 9, 2019

Abstract

The purposes of this research were 1) to study students' mathematical thinking using a lesson study and an Open Approach. The study was conducted during a second semester of academic year 2017. Participants in this research were 28 students who were in Grade 4 students at Wat Thung Yae School, Muang Nakhon Si Thammarat. Research instruments consisted 6 lesson studies, Mathematical thinking tests, Field note and Student interview form. A framework of Isoda & Katagiri (2012) was adopted for data analysis.

The results revealed that in order to solve the mathematical problem sets in "Area Unit", students used 7 types of mathematical thinking. These thinking skills included type 1 : Idea of Sets; the students logically identified conditions of sets to find the area. Type 2 : Idea of Units, the students focused on sizes and relationship. Type 3 : Idea of Representation; the students used symbols to represent mathematical thinking process by themselves. Type 4 : Idea of Operations; the students were able to analyze appropriate operations for addition and multiplication. They could also create a grid to calculate the area. Type 5 : Idea of Algorithms; the students attempted to formulate a formula to find the area. Type 6 : Idea of Fundamental Properties; the students used functional properties to explain their thinking processes. Type 7 : Ideas of Expressions; the students verbally clarified and elaborated the solutions or the concept they had written.

Keywords: Mathematical Thinking, Area Unit, Lesson Study and Open Approach

การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่องพื้นที่ โดยใช้นวัตกรรม การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

กิตติศักดิ์ ใจอ่อน

ปร.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา) อาจารย์

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช

ศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์ สำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา

กัตัญญดา บางโท

ปร.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา) อาจารย์

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช

ศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์ สำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา

วันรับบทความ : 30 พฤษภาคม 2562 / วันแก้ไขบทความ : 20 พฤศจิกายน 2562 /

วันตอบรับบทความ : 9 ธันวาคม 2562

บทคัดย่อ

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด กลุ่มเป้าหมายที่ศึกษา คือ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 28 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนวัดทุ่งแย อ.เมือง จ.นครศรีธรรมราช เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องพื้นที่ จำนวน 6 แผน แบบวัดการคิดทางคณิตศาสตร์ แบบบันทึกภาคสนามและแบบสัมภาษณ์นักเรียน วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้กรอบแนวคิดของ Isoda & Katagiri (2012)

ผลการวิจัย การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง พื้นที่ พบว่า นักเรียนมีการคิดทางคณิตศาสตร์ 7 ประเภท คือ 1) แนวคิดเกี่ยวกับเซต นักเรียนมีการระบุกลุ่มโดยมีเงื่อนไขที่ชัดเจนในการพิจารณาพื้นที่ที่กำหนดให้ 2) แนวคิดเกี่ยวกับหน่วย นักเรียนให้ความสำคัญกับขนาดและความสัมพันธ์ 3) แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทน นักเรียนใช้สัญลักษณ์เป็นตัวแทนความคิดของตนเอง 4) แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ นักเรียนระบุวิธีการแก้ปัญหาโดยดำเนินการหาพื้นที่ เช่น การใช้การบวก การคูณ และการพิจารณาตารางที่ใช้เป็นหน่วยในการหาพื้นที่ 5) แนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ นักเรียนพยายามที่จะสร้างสูตรการหาพื้นที่ 6) แนวคิดเกี่ยวกับสมบัติพื้นฐาน นักเรียนใช้สมบัติที่เกี่ยวข้องมาอธิบาย และ 7) แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงความคิด นักเรียนใช้การพูดเพื่อแสดงแนวทางการแก้ปัญหา และการเขียนเพื่ออธิบายแนวคิดการแก้ปัญหา

คำสำคัญ: การคิดทางคณิตศาสตร์, พื้นที่, การศึกษาชั้นเรียน, วิธีการแบบเปิด

บทนำ

เป้าหมายสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยมุ่งที่กระบวนการ ในการแก้ปัญหา แต่ในทางปฏิบัติยังคงมีปัญหาเนื่องมาจากปัจจัยหลาย ๆ อย่างที่ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ต่ำ ปัจจัยสำคัญหนึ่งคือวิธีการสอนหรือวิธีการจัดการเรียนรู้ เพราะหัวใจสำคัญของการสอน คือ สอนให้ผู้เรียนเรียนรู้เป็น ไม่ใช่สอนให้รู้แต่เพียงเนื้อหา ต้องสอนให้ผู้เรียนมีความสามารถในการเรียนและมีประสิทธิภาพในอนาคต (Joyce, Weiland Calhoun, 2009) สอดคล้องกับที่ วัชรรา เล่าเรียนดี (2554) ให้แนวคิดว่า ผู้ที่มีบทบาทในการจัดการศึกษาทุกระดับชั้นไม่ควรมุ่งเน้นแต่ด้านความรู้ความจำแต่เพียงอย่างเดียว ควรเน้นการพัฒนาความคิด ทักษะการคิดและวิธีคิดของนักเรียนควบคู่ไปด้วย การพัฒนาความคิด ทักษะการคิดเป็นเรื่องที่สามารถฝึกและพัฒนาได้ การจัดการเรียนการสอนจึงควรให้ความสำคัญกับกระบวนการเรียนรู้และกระบวนการคิด ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้วิธีเรียนรู้สามารถควบคุมกระบวนการเรียนรู้และกระบวนการคิดของตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งเนื้อหาสาระทางเรขาคณิต โดยเฉพาะเรื่องพื้นที่เป็นเครื่องมือสำคัญในการแก้ปัญหา และเชื่อมโยงกับเนื้อหาสาระอื่นๆ ของวิชาคณิตศาสตร์ ผ่านการสร้างแบบจำลองทางเรขาคณิตและการให้เหตุผลเชิงพื้นที่ในการทำความเข้าใจและอธิบายการเรียนรู้ทางกายภาพเพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลและการคิดของนักเรียน (NCTM, 2000)

การสอนที่เน้นการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนครูผู้สอนจะต้องอาศัยรูปแบบการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาอย่างวิธีการแบบเปิด (Open Approach) วิธีการแบบเปิดเป็นรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ของครูญี่ปุ่น มีเป้าหมายเพื่อให้ทุกคนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ด้วยศักยภาพของตนเอง (Nohda, 2000; สุลัดดา ลอยฟ้า และไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2547) การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดมีเป้าหมายเพื่อให้ทุกคนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ในแนวทางที่ตอบสนองความสามารถของนักเรียนควบคู่ไปกับระดับการตัดสินใจด้วยตนเองในการเรียนรู้ และสามารถขยายหรือเพิ่มเติมคุณภาพของกระบวนการและผลที่เกิดขึ้นเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งครูที่ใช้วิธีการแบบเปิดในการสอนจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องพยายามทำความเข้าใจแนวคิด

ของนักเรียนให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ ทำให้แนวความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ขึ้นไปอยู่ในระดับสูงขึ้นโดยเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้การเจรจาต่อรองความหมายกับนักเรียนคนอื่นหรือโดยอาศัยการชี้แนะของครู (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2552; 2557) วิธีการแบบเปิดทำให้ผู้เรียนและผู้สอนได้พัฒนาความรู้ของตนเอง ซึ่งครูคือบุคคลที่สำคัญในการเตรียมตัวและพัฒนาตนเองเพื่อเตรียมบทเรียนที่มีคุณภาพในการทำชั้นเรียนคณิตศาสตร์ให้เป็นชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหา (Problem solving classroom) จะต้องใช้การบูรณาการวิธีการแบบเปิดที่นำมาใช้ในในฐานะที่เป็นวิธีการสอนเข้ากับกระบวนการศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) (Inprasitha, 2010; ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2557)

การศึกษาชั้นเรียนเป็นระบบการพัฒนาวิชาชีพครูแบบหนึ่งของญี่ปุ่นที่ใช้โรงเรียนเป็นฐานของการพัฒนา โดยมีลักษณะที่สำคัญของระบบคือ กลุ่มครูญี่ปุ่นจะพบกันเป็นระยะ ๆ เพื่อร่วมกันพัฒนาแผนการสอน สร้างสรรค์นวัตกรรมการสอน การทดลองใช้แผนการสอนดังกล่าวในห้องเรียนจริงและการปรับปรุงแผนร่วมกันซึ่งเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพที่สุดในการปรับปรุงและพัฒนาการสอนในห้องเรียน (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ, 2550) โดยไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ ผู้อำนวยการศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ได้นำนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนมาปรับใช้เพื่อให้มีความเหมาะสมกับบริบทของประเทศไทย โดยมี 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกันระหว่างครูที่เข้าร่วมทีมการศึกษาชั้นเรียน ขั้นที่ 2 การสังเกตชั้นเรียนร่วมกัน ในขั้นตอนนี้ครูผู้สอนจะนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้จริงในชั้นเรียนโดยมีครูที่อยู่ในทีมการศึกษาชั้นเรียนทำหน้าที่สังเกตชั้นเรียนร่วมกัน และขั้นที่ 3 ขั้นการสะท้อนผลชั้นเรียนร่วมกัน เป็นขั้นตอนที่ครูในทีมการศึกษาชั้นเรียนนำประเด็นต่าง ๆ ที่ได้จากการสังเกตชั้นเรียนมาพูดคุยแลกเปลี่ยนเพื่อนำไปสู่การวางแผนการจัดการเรียนรู้ในครั้งต่อไป

ดังนั้น ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ และมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และทักษะในศตวรรษที่ 21 สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช เป็นหน่วยงานในการผลิตพัฒนาครูและนักเรียนในจังหวัดนครศรีธรรมราช จึงเห็นความจำเป็น

ในการพัฒนาโรงเรียนในเขตบริการให้เป็นแหล่งเรียนรู้ โดยเน้นพัฒนากระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่องพื้นที่ในชั้นเรียนที่ใช้นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียน และวิธีการแบบเปิด

วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ใช้การวิจัยปฏิบัติการ (action research) ซึ่งมี 4 ขั้นตอนดังนี้ 1) การวางแผน 2) การปฏิบัติ 3) การสังเกต 4) การสะท้อนผลจากการปฏิบัติ เน้นการวิเคราะห์เนื้อหา (Content analysis) จากแบบวัดการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้ในระหว่างการจัดการเรียนการสอน เพื่อสำรวจประเภทการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ขอบเขตของการวิจัย

1. กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัย ดำเนินการคัดเลือกกลุ่มเป้าหมายโดยใช้วิธีการเลือกแบบเจาะจงโดยเลือกจากครูและผู้อำนวยการโรงเรียนที่มีความสนใจในวิธีการแบบเปิดไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ และมีนักศึกษาฝึกปฏิบัติงานวิชาชีพครูในสถานศึกษา ซึ่งกลุ่มเป้าหมายเป็นโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษา นครศรีธรรมราช เขต 1 คือโรงเรียนวัดทุ่งแย อำเภอมือง จังหวัดนครศรีธรรมราช ประกอบด้วย นักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 28 คน

2. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษา เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เรื่องพื้นที่ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ คือ แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องพื้นที่ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 6 แผน เป็นแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการแบบเปิด 4 ขั้นตอนตามกรอบแนวคิดของ Inprasitha (2010) คือ 1) ชื่นนำเสนอสถานการณ์ปัญหา 2) ชื่นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน 3) ชื่นการอภิปราย และเปรียบเทียบร่วมกันทั้งชั้นเรียน และ 4) ชื่นสรุปบทเรียน

จากการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

2.1 แบบวัดการคิดทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการคิดทางคณิตศาสตร์ ใช้ประกอบการทำกิจกรรมหลังจากที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาแล้วให้นักเรียนลงมือทำในแบบวัดโดยให้นักเรียนเขียนอธิบายแนวคิดหรือแสดงวิธีทำของนักเรียนอย่างละเอียด โดยแบบวัดครอบคลุมเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ซึ่งทีมการศึกษาชั้นเรียนสร้างขึ้นในลักษณะของสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด จำนวน 6 สถานการณ์ และเสนอผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่านพิจารณาความเหมาะสมของแบบวัดการคิดทางคณิตศาสตร์ ความสอดคล้องของคำถามกับขอบข่ายที่ต้องการวัดพร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข ซึ่งแบบวัดการคิดทางคณิตศาสตร์มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ระหว่าง 0.67-1.00

2.2 แบบสัมภาษณ์นักเรียน เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนและวิธีคิดของนักเรียน เพื่อใช้อธิบายวิธีคิดของนักเรียนให้ชัดเจนขึ้น

2.3 แบบบันทึกภาคสนาม ใช้บันทึกพฤติกรรมและแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในระหว่างจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด

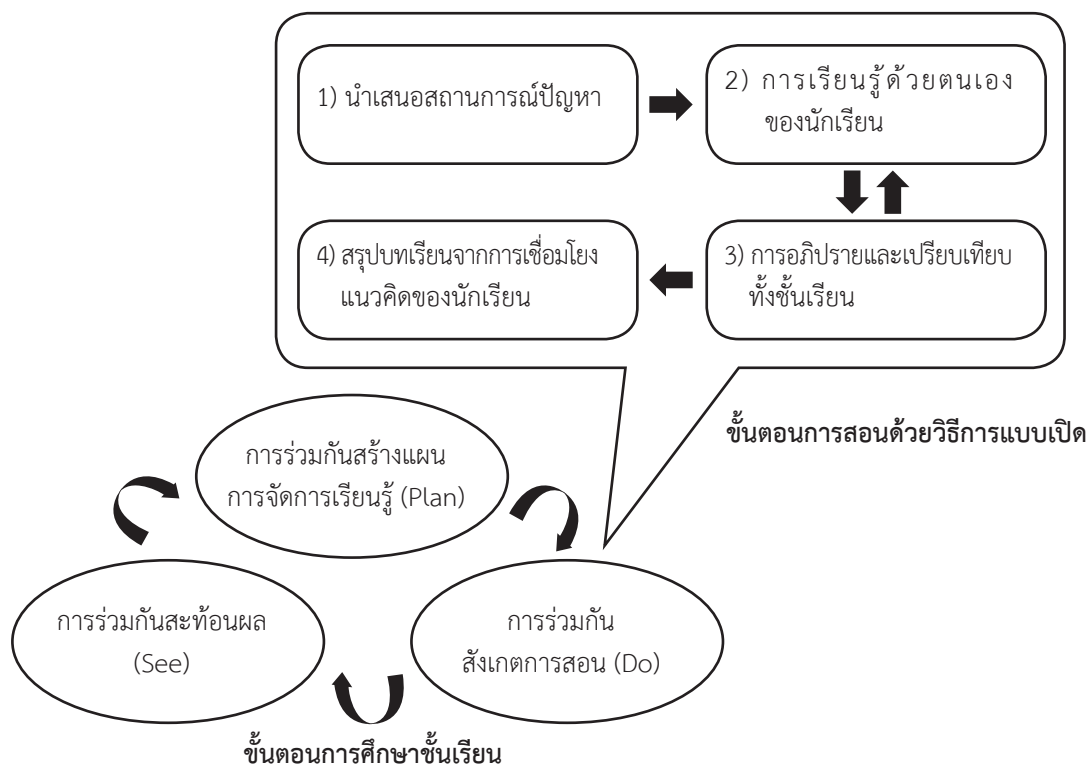
การเก็บรวบรวมข้อมูล

1) ผู้วิจัยจัดอบรมเพื่อสร้างความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการทำงานตามขั้นตอนของการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการสอนแบบเปิดให้กับผู้อำนวยการโรงเรียน คณะครูในโรงเรียนกลุ่มเป้าหมาย และนักศึกษาฝึกปฏิบัติงานวิชาชีพครูในสถานศึกษา จำนวน 18 ชั่วโมง

2) ผู้วิจัยดำเนินการใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดในโรงเรียนกลุ่มเป้าหมายเพื่อเน้นการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นระยะเวลา 1 ปีการศึกษา โดยการใช้นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด จะเริ่มด้วยการจัดทีมการศึกษาชั้นเรียนในโรงเรียน ประกอบด้วย นักศึกษาฝึกปฏิบัติงานวิชาชีพครูในสถานศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ในฐานะครูผู้สอน 1 คน ครูผู้สังเกต อย่างน้อย 1 คน และนักวิจัย 2 คน โดยครูผู้สอนจะทำหน้าที่สอนตามขั้นตอนของวิธีการแบบเปิด ซึ่งถูก

วางแผนไว้แล้วโดยทีมการศึกษาชั้นเรียน และครูผู้สังเกต จะทำหน้าที่สังเกตและบันทึกแนวคิดของนักเรียน รวมทั้ง ปัญหาอุปสรรคที่เกิดขึ้นในระหว่างการสอน และนำผล ที่ได้ไปใช้สะท้อนผลร่วมกัน เพื่อหาแนวทางปรับปรุง

พัฒนาการจัดการเรียนการสอนให้สามารถส่งเสริมและ สนับสนุนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งการ ดำเนินงานตามขั้นตอนของการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการ แบบเปิด มีรูปแบบแสดงดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 ขั้นตอนของการศึกษาชั้นเรียน และวิชาการแบบเปิด

3) ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลในระหว่าง การสอนโดยการบันทึกภาพนิ่ง และการจดบันทึกพฤติกรรม และวิธีคิดของนักเรียนโดยนักวิจัยและครูผู้สังเกต และ การใช้แบบวัดการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เมื่อ การสอนเสร็จสิ้นลงในแต่ละคาบ ผู้วิจัยจะรวบรวมภาพ ผลการบันทึกพฤติกรรมของนักเรียน ผลงานของนักเรียน ทั้งหมดและดำเนินการสัมภาษณ์นักเรียนในประเด็น ที่สงสัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ โดย การวิเคราะห์เนื้อหา จากแบบวัดการคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้ในระหว่างการจัดการเรียนการสอน ใน หน่วยการเรียนรู้เรื่อง พื้นที่จำนวน 6 กิจกรรม และ แบบบันทึกภาคสนาม โดยใช้กรอบการวิเคราะห์ข้อมูล การคิดทางคณิตศาสตร์ของ Isoda & Katagiri (2012)

ซึ่งการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทาง คณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 9 ประเภท ประกอบด้วย 1) แนวคิด เกี่ยวกับเซต 2) แนวคิดเกี่ยวกับหน่วย 3) แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทน 4) แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ 5) แนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ 6) แนวคิดเกี่ยวกับการประมาณ 7) แนวคิดเกี่ยวกับสมบัติพื้นฐาน 8) แนวคิด เกี่ยวกับการคิดเชิงการกระทำ (ตรวจสอบ) และ 9) แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงความคิด

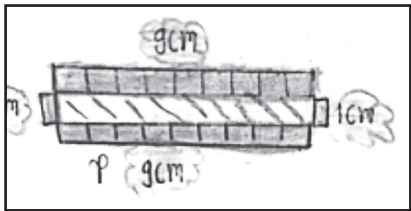
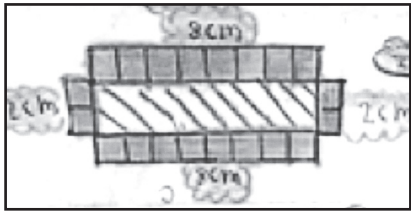
ผลการวิจัย

จากการสำรวจการคิดทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่จัดการเรียนการสอน ด้วยวิธีการแบบเปิด เรื่องพื้นที่ จำนวน 6 กิจกรรม ผลการสำรวจและวิเคราะห์การคิดทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียน พบว่า นักเรียนมีการคิดทางคณิตศาสตร์

ทั้งหมด 7 ประเภท จากทั้งหมด 9 ประเภท ซึ่งแต่ละกิจกรรมนักเรียนจะสร้างความเข้าใจผ่านการคิดทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน แต่จะไม่ครบทุกประเภทของการคิด ดังตัวอย่างการวิเคราะห์ผลงานของนักเรียน ในกิจกรรมเรื่องสร้างแปลงดอกไม้ โดยสถานการณ์ปัญหา

คือ ให้นักเรียนสร้างแปลงปลูกดอกไม้จากก้อนอิฐ 20 ก้อน ให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และพยายามให้ได้หลากหลายวิธีที่สุด ซึ่งการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดขึ้น ดังแสดงในตาราง 1

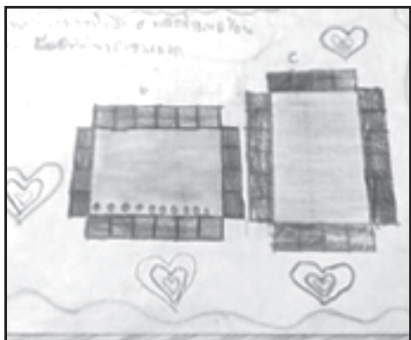
ตาราง 1 ตัวอย่างการวิเคราะห์การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเรื่องการสร้างแปลงดอกไม้

ผลงานของนักเรียน	วิธีคิดของนักเรียน
วิธีที่ 1 	นักเรียนวาดช่องสี่เหลี่ยมสี่เหลี่ยม 1 ช่อง แทนอิฐ 1 ก้อน โดยอิฐแต่ละก้อนแทนความยาว 1 เซนติเมตร ในภาพแสดงให้เห็นว่านักเรียนออกแบบแปลงดอกไม้ด้วยการวาดโดยให้ด้านกว้าง 1 เซนติเมตร ด้านยาว 9 เซนติเมตร พร้อมกับเขียนหน่วยกำกับ
วิธีที่ 2 	นักเรียนวาดช่องสี่เหลี่ยมแทนอิฐ 1 ก้อน โดยอิฐแต่ละก้อนแทนความยาว 1 เซนติเมตร โดยภาพแสดงให้เห็นว่านักเรียนวาดแปลงดอกไม้โดยให้ด้านกว้าง 2 เซนติเมตร ด้านยาว 8 เซนติเมตร

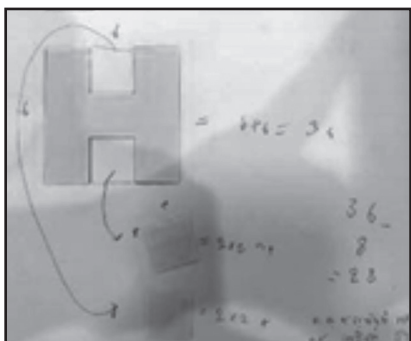
จากตารางแสดงให้เห็นว่า นักเรียนใช้การคิดทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง สามประเภของการคิดประกอบด้วย แนวคิดเกี่ยวกับเซต โดยนักเรียนใช้การวาดภาพช่องสี่เหลี่ยมเพื่อการระบุกลุ่มโดยมีเงื่อนไขที่แน่นอนคือ 1 ช่องเท่ากับอิฐ 1 ก้อน แนวคิดเกี่ยวกับหน่วย คือ นักเรียนใช้หน่วยเซนติเมตรแทนด้านแต่ละด้านของแปลงดอกไม้ แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทน คือ นักเรียนใช้การวาดภาพเพื่อแสดงถึงแปลงดอกไม้ที่มี

ขนาดต่าง ๆ และผลงานของนักเรียนที่แสดงถึงแนวคิดเกี่ยวกับสมบัติพื้นฐาน คือ จากการแก้ปัญหานักเรียนในกิจกรรมนี้นักเรียนจะใช้การเปรียบเทียบแปลงดอกไม้และหาพื้นที่ของแปลงดอกไม้ทั้งสองว่ามีพื้นที่เท่ากันแต่ความยาวด้านไม่เท่ากัน แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงความคิดคือนักเรียนเขียนวาดรูปเพื่ออธิบายแนวคิดการแก้ปัญหของตนเอง แสดงดังตาราง 2

ตาราง 2 ตัวอย่างการวิเคราะห์การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประเภทแนวคิดเกี่ยวกับการแสดงความคิด
ผลงานของนักเรียน วิธีคิดของนักเรียน

ผลงานของนักเรียน	วิธีคิดของนักเรียน
	นักเรียนออกแบบแปลงดอกไม้โดยการวาดรูปโดยแทนอิฐแต่ละก้อนด้วยสี่แดง และขนาดของแปลงดอกไม้แต่ละด้านประกอบด้วยด้านกว้าง 4 เซนติเมตร ด้านยาว 6 เซนติเมตร และวาดรูปแปลงดอกไม้โดยแทนอิฐแต่ละก้อนด้วยสี่ม่วง มีขนาดของแปลงดอกไม้แต่ละด้าน ประกอบด้วย ด้านกว้าง 6 เซนติเมตร และด้านยาว 4 เซนติเมตร จากนั้นนักเรียนได้มีการหาพื้นที่ของแปลงดอกไม้แต่ละแปลงพร้อมกับเขียนอธิบายว่าพื้นที่ของทั้งสองแปลงมีขนาดเท่ากัน

ตาราง 3 ตัวอย่างการวิเคราะห์การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประเภทแนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ

ผลงานของนักเรียน	วิธีคิดของนักเรียน
	นักเรียนหาพื้นที่โดยการเติมรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 2×2 จำนวน 2 รูปเข้าไปในรูปที่โจทย์กำหนดเพื่อให้ได้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดใหญ่ เพื่อหาพื้นที่โดยใช้สูตรการหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสจากนั้นนำรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 2 รูปที่เพิ่มเข้าไปมาลบออก

จากตารางแสดงให้เห็นว่า นักเรียนใช้การคิดทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ประเภทของการคิดคือ แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ คือนักเรียนระบุวิธีการแก้ปัญหาโดยดำเนินการหาพื้นที่คือการบวกการคูณ และพิจารณาตารางที่ใช้เป็นหน่วยในการหาพื้นที่ ใช้สูตรการหาพื้นที่และการเขียนอธิบายเพื่อขยายความที่กระทำ

เมื่อวิเคราะห์การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่จัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด เรื่องพื้นที่ จำนวน 6 กิจกรรม สามารถสรุปได้ดังตารางที่ 4

ตาราง 4 สรุปผลการวิเคราะห์การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาเรื่องพื้นที่

กิจกรรม ที่	การคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์								
	แนวคิด เกี่ยวกับ เซต	แนวคิด เกี่ยวกับ หน่วย	แนวคิด เกี่ยวกับ การ แสดง แทน	แนวคิด เกี่ยวกับ การ ดำเนินการ	แนวคิด เกี่ยวกับ ขั้นตอน วิธี	แนวคิด เกี่ยวกับ การ ประมาณ	แนวคิด เกี่ยวกับ สมบัติ พื้นฐาน	แนวคิด เกี่ยวกับ การคิด เชิงการ กระทำ	แนวคิด เกี่ยวกับ การ แสดง ความคิด
1	/	/	/				/		/
2	/	/	/						/
3		/	/						/
4	/	/	/		/				/
5	/	/	/		/		/		/
6	/	/	/	/	/		/		/

จากตาราง 3 อธิบายได้ว่าการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่ มีทั้งหมด 7 ประเภท โดยมีรายละเอียดดังนี้

แนวคิดที่ 1 คือแนวคิดเกี่ยวกับเซต นักเรียนมีการระบุกลุ่มโดยมีเงื่อนไขที่ชัดเจนในการพิจารณาพื้นที่ที่กำหนดให้ เช่น การหาพื้นที่โดยจัดเป็นกลุ่มสี่เหลี่ยมจัตุรัส สี่เหลี่ยมผืนผ้า

แนวคิดที่ 2 คือแนวคิดเกี่ยวกับหน่วย นักเรียนให้ความสำคัญกับขนาดและความสัมพันธ์ เช่น การทำให้เป็นตาราง การนำ 1 ตารางหน่วยมาใช้เป็นฐานคิด การนำครึ่งตารางหน่วยมาใช้เป็นฐานคิด

แนวคิดที่ 3 คือแนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทน นักเรียนใช้การขีดเป็นตารางแล้วนับช่อง เขียนตัวเลขกำกับ การโยงเส้น การขีดถูก การกากบาท ใช้เป็นตัวแทนความคิดของตนเอง

แนวคิดที่ 4 คือแนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ นักเรียนระบุวิธีการแก้ปัญหาโดยดำเนินการหาพื้นที่ เช่น การใช้การบวก การคูณ และการพิจารณาตารางที่ใช้เป็นหน่วยในการหาพื้นที่

แนวคิดที่ 5 คือแนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ นักเรียนพยายามที่จะสร้างสูตรการหาพื้นที่โดยทำการสังเกตจากการนับช่องตาราง 1 หน่วยที่สร้างขึ้นและพิจารณาด้านแต่ละด้านของสี่เหลี่ยมมุมฉากจนค้นพบสูตรการหาพื้นที่คือ กว้างคูณยาว

แนวคิดที่ 6 คือแนวคิดเกี่ยวกับสมบัติพื้นฐาน นักเรียนใช้สมบัติที่เกี่ยวข้องมาอธิบาย เช่น การบวก การคูณ การนำความหมายสี่เหลี่ยมมุมฉากมาตีความ การหาพื้นที่

แนวคิดที่ 7 คือแนวคิดเกี่ยวกับการแสดงความคิด นักเรียนใช้การพูด การเขียน การวาดรูปเพื่อแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหา และการเขียนเพื่ออธิบายแนวคิดการแก้ปัญหาของตนเอง

การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอีก 2 ประเภทที่ไม่พบ คือ แนวคิดเกี่ยวกับการประมาณ การพยายามที่จะเข้าใจภาพรวมของสิ่งต่างๆและการกระทำ คาคถารณ คำตอบและแนวคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงการกระทำ (ตรวจสอบ) การพยายามที่จะให้ความสำคัญกับสิ่งที่ตนเองได้ตัดสินใจ เพื่อค้นหาและใช้กฎต่าง ๆ ในการอธิบาย จากผลการวิจัยข้างต้นทำให้เห็นว่าการจัดการเรียนการสอนโดยใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดทำให้นักเรียนมีอิสระในการคิด สามารถพัฒนาการคิดของตนเองจนสามารถคิดได้อย่างหลากหลายวิธี รวมทั้งสถานการณ์ปัญหาที่ครูกำหนดเป็นสถานการณ์ที่เปิดกระบวนการไม่ได้เน้นที่ผลลัพธ์ของคำตอบ ทำให้นักเรียนมีแนวทางในการหาคำตอบได้อย่างหลากหลายวิธี ใน 4 ขั้นตอนของวิธีการแบบเปิดที่ประกอบด้วย 1) ขั้นนำเสนอสถานการณ์ปัญหา 2) ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน 3) ขั้นการเปรียบเทียบและอภิปรายร่วมทั้งชั้น

และ 4) ขั้นการสรุปบทเรียนผ่านการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ปรากฏในชั้นเรียน จะพบว่า ในขั้นที่ 2 นักเรียนได้มีโอกาสในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยส่วนใหญ่จะจัดเป็นกิจกรรมกลุ่มทำให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดและช่วยกันในการแก้ปัญหา อีกทั้งยังได้นำเครื่องมือที่อยู่ในคาบก่อนหน้ามาใช้ในการแก้ปัญหาอีกด้วย

อภิปรายผลการวิจัย

1. การคิดทางคณิตศาสตร์ดังปรากฏในตารางที่ 4 จะเห็นได้ว่าแนวคิดแต่ละประเภทจะไม่ปรากฏครบทุกแผนการจัดการเรียนรู้ เนื่องจากหน่วยการเรียนรู้เรื่องพื้นที่ในแต่ละคาบมีจุดประสงค์และจุดเน้นที่แตกต่างกัน ทำให้ประเภทของการคิดในแต่ละคาบมีความหลากหลาย ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ จตุพร นาสินสร้อย และคณะ (2558) ที่แสดงให้เห็นว่า เมื่อนักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองในกิจกรรมก่อนหน้าแล้วกิจกรรมถัดมาทำให้นักเรียนไม่แสดงการคิดทางคณิตศาสตร์บางประเภท ซึ่งวิธีการสอนแบบเปิดจะเน้นสถานการณ์ปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนเข้าสู่สถานการณ์ปัญหาที่เป็นปัญหาของตนเอง แนวทางการแก้ปัญหาตามศักยภาพของแต่ละบุคคล และอีก 2 ประเภทที่ไม่เกิด ได้แก่ แนวคิดเกี่ยวกับการประมาณและแนวคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงการกระทำ (ตรวจสอบ) เนื่องจากในขั้นตอนที่ 1 ของวิธีการสอนแบบเปิดครูไม่ได้เตรียมลำดับคำถามเพื่อให้นักเรียนได้คาดการณ์คำตอบก่อนที่จะลงมือทำการแก้ปัญหาและนักเรียนไม่ได้ตรวจสอบแนวคิดของตนเองหลังจากได้ทำการแก้ปัญหาแต่มีการอภิปรายแนวคิดของตนเองและเพื่อน ๆ ในขั้นตอนที่ 3 และ 4 ของวิธีการสอนแบบเปิด

2. ในการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดการใช้คำถามปลายเปิดเป็นสิ่งสำคัญ เพราะเป้าหมายของการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด ไม่ได้เน้นที่ผลลัพธ์สุดท้ายคือคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว แต่เพื่อเป็นการส่งเสริมแนวทางการคิดทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียน การให้ปัญหาปลายเปิดกับนักเรียนจะช่วยให้เด็กเกิดแนวคิดที่หลากหลาย (จารุวรรณ สอนแปง และเจนสมุทร แสงพันธ์, 2560) ดังนั้นวิธีการแบบเปิดซึ่งแนวการสอนการแก้ปัญหาเป็น

สิ่งจำเป็นในการพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนมีโอกาสนำเสนอแนวคิดของตนเอง โดยครูเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียน การนำเสนอวิธีการหาคำตอบที่หลากหลายนั้น มีความจำเป็นอย่างยิ่งแต่ก็สำคัญอีกอย่างหนึ่งคือ การเปรียบเทียบความแตกต่างของวิธีการหาคำตอบเพื่อให้นักเรียนได้เห็นความแตกต่างระหว่างสิ่งที่เรียนไปและสิ่งที่ยังไม่รู้ (Isoda, 2012)

ข้อเสนอแนะในการวิจัย

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1.1 จากการศึกษาพบว่า การจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดนักเรียนมีการคิดทางคณิตศาสตร์ทุกแผนการจัดการเรียนรู้แต่มีการคิดทางคณิตศาสตร์ไม่ครบทุกประเภท ดังนั้น ครูสามารถนำการคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งหมด 9 ประเภท มาเป็นแนวทางในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการคิดทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนเพิ่มขึ้น

1.2 ครูผู้สอนต้องบริหารจัดการเวลาในแต่ละขั้นตอนของวิธีการสอนแบบเปิด โดยเฉพาะในขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองที่นักเรียนต้องนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเต็มที่และมีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา

2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการศึกษาเกี่ยวกับการบูรณาการสื่อเทคโนโลยีและการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดเพื่อเป็นแนวทางในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมและพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2.2 ควรมีการศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบการพัฒนาสมรรถนะของครูให้ครูมีความสามารถในการจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

กิตติกรรมประกาศ

ผลงานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนการวิจัย (บางส่วน) จากศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์ สำนักงานคณะกรรมการอุดมศึกษา ประเทศไทย

เอกสารอ้างอิง

- จตุพร นาสินสร้อย, นฤมล ช่างศรี และไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2558). การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง การคูณ ในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*, 38(3), 133-142.
- จารุวรรณ สอนแปง และเจนสมุทร แสงพันธ์. (2560). บทบาทครูในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียนในชั้นเรียนที่สอนด้วยวิธีการแบบเปิด. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร*, 19(4), 65-77.
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2557). *กระบวนการแก้ปัญหาในคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน*. ขอนแก่น : บริษัทเพ็ญพรินตติ้ง จำกัด.
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, เอื้อจิตร พัฒนจักรและประกายคำ เทศารินทร์. (2550). การเตรียมบริบทสำหรับการนำการพัฒนาวิชาชีพครูแบบญี่ปุ่นที่เรียกว่า “การศึกษาชั้นเรียน” (Lesson Study) มาใช้ในประเทศไทย. ใน ศิริพร วัชชวัลคุ และ กิตติ ประเสริฐสุข (บรรณาธิการ). เอกสารหลังการประชุมวิชาการระดับชาติ เครือข่ายญี่ปุ่นศึกษาในประเทศไทยครั้งที่ 1. หน้า 152-163. กรุงเทพฯ: บริษัท สร้างสื่อ จำกัด.
- วัชรรา เล่าเรียนดี. (2554). รูปแบบและกลยุทธ์การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการคิด. (พิมพ์ครั้งที่ 7). นครปฐม : โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- สุลัดดา ลอยฟ้า และไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2547). การพัฒนาวิชาชีพครูแนวใหม่เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์. *KKU Journal of Mathematics Education*, 1(1), 18-28.
- Inprasitha, M. (2010). *One feature of adaptive lesson study in Thailand-designing learning unit*. Proceedings of the 45th Korean National Meeting of Mathematics Education. (pp. 193-206). Gyeongju: Dongkook University.
- _____. (2011). One feature of adaptive lesson study in Thailand : Designing learning unit. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 34(1), 47-66.
- Isoda, M. (2012). Problem Solving Approach to Develop Mathematical Thinking. In M. Isoda, & S. Katagiri (Eds), *Mathematical thinking : how to develop it in the classroom*. Singapore : World Scientific.
- Isoda, M, & Katagiri, S. (2012). *Mathematical thinking : how to develop it in the classroom*. Singapore : World Scientific.
- Joyce, B., Weil, M., & Calhoun, E. (2009). *Models of teaching*. (8th ed.). Boston, MA : Pearson Education, Inc.
- Nohda N. (2000). A Study of “Open - Approach” Method in School Mathematics Teaching. Paper presented at the 10th ICME, Makuhari, Japan.
- The National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Roston, VA : The National Council of Teachers of Mathematics.