

การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิต ของนักศึกษาชั้นปีที่ 2
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์
A Study of Mathematical Misconception About the Geometry of 2nd Year
Students in Mathematics, Faculty of Education
Nakhonsawan Rajabhat University

ขวัญชนก กิจเทาว์¹, ไอริน ชุ่มเมืองเย็น²

Kwanchanok Kitthao¹, Irene Chummuengyen²

Corresponding Author E-mail: Kwanchanok2536kic@gmail.com

Received: 2022-09-06; Revised: 2022-10-06; Accepted: 2022-12-24

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยระหว่างนักศึกษาชายและหญิงของผลการทดสอบมโนทัศน์ทางเรขาคณิต 2) ศึกษาโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตจำแนกตามประเด็นเนื้อหา และ 3) ศึกษาโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตจำแนกตามลักษณะที่คลาดเคลื่อน เป็นการวิจัยเชิงปริมาณ ประชากร คือนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 2 จำนวน 32 คน โดยใช้แบบทดสอบมโนทัศน์ทางเรขาคณิต จำนวน 30 ข้อ มีประเด็นเนื้อหาได้แก่ มิติสัมพันธ์ การขนาน รูปเรขาคณิต มุม ส่วนของเส้นตรง จุดกึ่งกลาง ระยะห่าง ความชัน วงกลม วงรี พาราโบลา และไฮเพอร์โบลา ซึ่งวิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยและค่าเฉลี่ยของจำนวนนักศึกษาที่ตอบผิดในแต่ละข้อของแบบทดสอบมโนทัศน์ทางเรขาคณิต ผลการวิจัยพบว่า

1) มโนทัศน์ที่นักศึกษาชายมีความคลาดเคลื่อนมากกว่านักศึกษาหญิง ได้แก่ มุม ระยะห่าง วงกลม และพาราโบลา มโนทัศน์ที่นักศึกษาหญิงมีความคลาดเคลื่อนมากกว่านักศึกษาชาย ได้แก่ มิติสัมพันธ์ รูปเรขาคณิต ความชัน วงรี และไฮเพอร์โบลา โดยเนื้อหาที่นักศึกษามีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนมากที่สุดคือเรื่องระยะห่างและมุม คิดเป็นร้อยละ 79 ของนักศึกษาทั้งหมด 2) นักศึกษาจะมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องภาคตัดกรวยมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 73.38 และ 3) นักศึกษาชายและหญิงมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแยกตามลักษณะการคลาดเคลื่อนในด้านการนำกฎ/ทฤษฎี ไปประยุกต์ใช้ มากกว่าความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับนิยามและทฤษฎี

คำสำคัญ: มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์, เรขาคณิตระดับโรงเรียน

¹ อาจารย์, สาขาวิชาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์

¹ Lecturer, Mathematics, Faculty of Education, Nakhon Sawan Rajabhat University

² ผู้ช่วยศาสตราจารย์, สาขาวิชาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์

² Assistant Professor, Mathematics, Faculty of Education, Nakhon Sawan Rajabhat University

Abstract

This research aimed to study 1) compare the mean between male and female students of the geometric concept test results 2) study the misconceptions about the geometry classified by content issue and 3) study the misconceptions about the geometry classified by misconceptions characters. This is a quantitative research and study population was 32 second-year mathematics students. Using the geometric concept test, 30 items were used with the following topics: relational dimensions, parallelism, geometry, angles, line segments, midpoints, distances, slopes, circles, ellipses, parabola and hyperbola. Data analysis by percentage and average number of students who answered incorrectly in each item of the geometric concept test. The research results were found as follows;

1) misconceptions about the geometry that male students more than female students were angles, distances, circles and parabolas. Misconceptions about the geometry that female students more than male students were relational dimensions, geometry, slope, ellipse, and hyperbola. The content that students had the most misconceptions about was distance and angle accounted for 79 percent of all students 2) students will have the most misconceptions about the conical section, accounted for 73.38% and 3) male and female students misconceptions about the geometry classified by misconceptions characters in terms of applying rules/theories to apply more than definitions and theories.

Keywords: Mathematical Misconception About the Geometry, School Geometry

บทนำ

คณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญและจำเป็นสำหรับมนุษย์มาก โดยเฉพาะในส่วนของที่จะนำไปใช้ ประโยชน์ในการดำเนินชีวิต แต่ในปัจจุบันการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มักประสบปัญหา คือ นักเรียนส่วนใหญ่ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำถึงปานกลางปัญหาของการเรียนคณิตศาสตร์ ไม่ได้เกิดจากองค์ประกอบใดองค์ประกอบหนึ่งเพียงอย่างเดียว แต่เกิดจากสิ่งที่มีความเกี่ยวข้องกันหลายประการ เช่น การบริหารหลักสูตร สภาพแวดล้อม นักเรียน และครูผู้สอน สิ่งเหล่านี้ล้วนมีความสัมพันธ์กับปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ทั้งสิ้นแต่องค์ประกอบที่ถือว่าสำคัญและมีผลต่อคุณภาพของนักเรียนโดยตรงนั้น คือ ครูผู้สอน เนื่องจากพฤติกรรมการสอนของครูมีอิทธิพลต่อผลการเรียน การปลูกฝังคุณภาพ ค่านิยม เจตคติ ตลอดจนคุณลักษณะของผู้เรียนเป็นอย่างมาก ครูเป็นผู้ที่ใกล้ชิดกับนักเรียนตลอดเวลาที่อยู่ในโรงเรียน การที่ครูมีคุณภาพย่อมเกิดผลดีแก่นักเรียนและคุณภาพการศึกษาตามไปด้วย

หัวใจสำคัญของการเรียนรู้ คือ มโนทัศน์ เพราะจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ ต่อยอดองค์ความรู้ในระดับที่สูงขึ้นได้ และยังเป็นรากฐานความคิดของมนุษย์อีกด้วย กล่าวคือ มนุษย์จะไม่สามารถคิดได้ถ้าไม่มีมโนทัศน์พื้นฐาน เพราะมโนทัศน์จะช่วยให้การตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ และสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ในชีวิตประจำวันได้ (เฉลิมวุฒิ คำเมือง, และ ไพรัช จันทรงาม. 2560) โดยในวิชาคณิตศาสตร์จะแบ่งความรู้ออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ 1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ และ 2) ความรู้เชิงขั้นตอน หรือกระบวนการ จะเห็นได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หากผู้เรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องจะทำให้มีความสามารถในการทำความเข้าใจในเนื้อหาที่ถูกต้องตามไปด้วย รวมถึงการให้เหตุผล อย่างเป็นระบบ แต่ในทางตรงกันข้ามมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ยังเป็นปัญหาหลักสำหรับผู้เรียนและผู้สอน เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นเรื่องของนามธรรม ทำให้ปัญหาในการจัดการเรียนรู้ ออกแบบกิจกรรมต่าง ๆ ดังนั้นการแก้ไขปัญหาดังกล่าว ต้องมีการส่งเสริมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนอย่างถูกต้อง (นवल นนทภา. 2560: 42)

เรขาคณิตเป็นพื้นฐานเสริมในการเรียนคณิตศาสตร์แขนงอื่นได้แก่ พีชคณิต ตรรกศาสตร์ แคลคูลัสและพื้นฐานในการเรียนวิชาอื่น ได้แก่ ฟิสิกส์ ศิลปะ ดาราศาสตร์ เคมี (โครงสร้างอะตอมและโมเลกุล) ชีววิทยา (โครงสร้างเซลล์) ธรณีวิทยา (โครงสร้างของเปลือก) และยังเป็นทักษะที่มีความสำคัญในการเรียนสาขาสถาปัตยกรรมและการออกแบบ วิศวกรรมและสาขาอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับการแข่งขันโครงสร้าง (Sherard. 1981: 20) เรขาคณิตยังช่วยพัฒนาความสามารถด้านการคิดเชิงตรรกะ การคิดเชิงมิติสัมพันธ์และช่วยในการอ่าน การตีความและการอ้างเหตุผล (Suydam. 1986: 481) รวมทั้งเรขาคณิตช่วยให้

มีความเข้าใจและซาบซึ้งในสิ่งที่อยู่รอบตัว (Sherard. 1981: 21) แต่โดยทั่วไปกลับปรากฏว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตอยู่ในระดับต่ำ ทำให้นักเรียนเหล่านี้ไม่สามารถเรียนพีชคณิตและตรีโกณมิติต่อไปได้ จึงเป็นไปได้ที่นักศึกษาระดับอุดมศึกษาประมาณ 85% จะประสบความสำเร็จในการเรียนสาขาวิชาต่างๆ ที่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ระดับสูง เป็นพื้นฐานสาเหตุประการหนึ่งมาจากหลักสูตรเรขาคณิตแต่เดิมไม่ได้มีการเตรียมตัวนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นอย่างเป็นระบบเพื่อเรียนเรขาคณิตต่อในระดับมัธยมศึกษา สาเหตุอีกประการหนึ่งมาจากนักเรียนมีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตที่คลาดเคลื่อนซึ่งสอดคล้องกับการวิจัยในต่างประเทศที่พบว่า นักเรียน นักศึกษาครู และครูบางคนมีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตที่คลาดเคลื่อนที่คล้ายคลึงกัน (Hershkowitz, Bruckheimer, & Vinner. 1987: 222; Vinner, & Hershkowitz. 1981)

จากเหตุผลข้างต้น จะเห็นว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญเป็นอย่างมากในการทำให้ผู้เรียนเข้าใจถึงสาระสำคัญ หรือที่มาของเนื้อหา รวมถึงการนำไปต่อยอดองค์ความรู้ในการเรียนเรื่องต่าง ๆ ผู้วิจัยจึงมีความสนใจศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาชั้นปีที่ 2 สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์ ในฐานะที่เป็นนักศึกษาคูราจึงควรมีความเข้าใจถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อที่จะสามารถนำไปถ่ายทอดความรู้ และกระบวนการ รวมถึงพัฒนาขึ้นเรียน พัฒนาวิชาชีพของตนเองในอนาคตต่อไปอย่างมีประสิทธิภาพ

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยจากการทดสอบมโนทัศน์ทางเรขาคณิตระหว่างนักศึกษาชายและหญิงของนักศึกษาชั้นปีที่ 2 สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์
2. เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตแยกตามประเด็นเนื้อหา
3. เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตแยกตามลักษณะที่คลาดเคลื่อน

การทบทวนวรรณกรรม

ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคะนอง (2557: 15) อธิบายว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลักษณะ ความสำคัญ ความหมาย ที่มาหรือการขยายความ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม นิยาม เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้ผู้เรียนสามารถจำแนกสิ่งที่มีลักษณะตามความคิดนามธรรมนั้น ๆ ได้ และสามารถระบุได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นตัวอย่างหรือไม่ใช่ตัวอย่างของนามธรรมนั้น

อรพรรณ เลื่อนแป้น (2555: 9) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดความเข้าใจเกี่ยวกับวิชาเนื้อหา คณิตศาสตร์ที่ได้จากการเรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปออกมาเป็นบทนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้นได้

Bell (1981: 108) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็น ความคิดนามธรรมในการจัดกลุ่มสิ่งของ หรือเหตุการณ์ใด ๆ ที่เป็นตัวอย่างและไม่ใชตัวอย่าง เช่น คำว่า เซต สับเซต การเท่ากัน การไม่เท่ากัน รูปสามเหลี่ยม ลูกบาศก์ รัศมี และเลขยกกำลัง เป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คนที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมจะต้องสามารถ จำแนกเซตของรูปต่าง ๆ เป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มที่เป็นสามเหลี่ยมกับกลุ่มที่ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยม

Schwarz, & Hershkowitz (1999: 363) กล่าวว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นบทนิยามทางคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ของแต่ละบุคคล ที่สามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่าน กระบวนการเรียนรู้ ทำให้ผู้เรียนสามารถสรุปหรืออธิบายความเข้าใจออกมาในรูปของนิยาม ทฤษฎี ความหมาย และเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์เรื่องนั้น ๆ

ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์

อัศวิน บรรเทา (2558) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ว่าเป็น ความเชื่อและความเข้าใจที่ได้มาจากมโนคติหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือไม่มีความรู้ในเรื่องนั้น ๆ มโนคติที่คลาดเคลื่อนเป็นมโนคติหรือความรู้ที่ต่างจากความหมายอันเป็นที่ยอมรับของผู้เชี่ยวชาญ โดยได้นำแนวทางมาจากแนวคิดของ Haidar

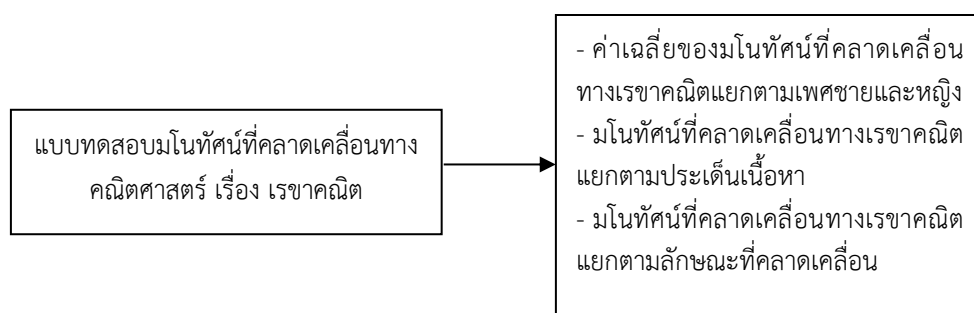
(1997) มี 4 รูปแบบ ดังนี้ 1) เข้าใจนิมิตทางคณิตศาสตร์ (Sound Understanding) หรือ SU คือ คำตอบของนักเรียนที่แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีนิมิตสอดคล้องกับนิมิตที่เป็นที่ยอมรับและสอดคล้องกับนิมิตของนักคณิตศาสตร์ทุกองค์ประกอบ 2) นิมิตทางคณิตศาสตร์แบบไม่สมบูรณ์ (Partial Understanding) หรือ PU คือ คำตอบของนักเรียนที่แสดงว่ามีนิมิตที่สอดคล้องกับนิมิตที่เป็นที่ยอมรับและสอดคล้องกับนิมิตของนักคณิตศาสตร์อย่างน้อย 1 องค์ประกอบ 3) นิมิตที่คลาดเคลื่อน (Specific Misconceptions) หรือ MU คือ คำตอบของนักเรียนที่แสดงนิมิตที่ไม่สอดคล้องหรือคลาดเคลื่อนจากนิมิตที่เป็นที่ยอมรับ และไม่สอดคล้องกับนิมิตของนักคณิตศาสตร์ 4) ไม่เข้าใจนิมิตทางคณิตศาสตร์ (No Understanding) หรือ NU คือ การที่นักเรียนไม่ตอบคำถาม ตอบคำถามในลักษณะทวนคำถามหรือตอบคำถามไม่ตรงประเด็น

Peterson, Treagust, & Garnett (1989: 37) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เป็นความเชื่อและความเข้าใจที่ได้มาจากแนวคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ หรือเป็นความเข้าใจที่แตกต่างไปจากแนวคิดที่ได้รับการยอมรับของแต่ละเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (Misconception) ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิด ความเชื่อ ความเข้าใจผิด หรือความเข้าใจไม่ถูกต้องในการนำไปใช้ในการแปลความที่ผิดในทางคณิตศาสตร์ อันเป็นมาจากการรับรู้ที่ไม่ถูกต้อง ไม่สมบูรณ์หรือไม่ชัดเจนของแต่ละบุคคล

กรอบแนวคิดในการวิจัย

เมื่อนำแบบทดสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิต ไปทดสอบกลุ่มเป้าหมายจะสามารถเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่แยกระหว่างเพศชายและหญิงได้ รวมทั้งสามารถวิเคราะห์ให้เห็นถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตที่แยกตามประเด็นเนื้อหาและตามลักษณะของความคลาดเคลื่อน



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงปริมาณ โดยมีวิธีวิจัยดังนี้

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักศึกษาชั้นปีที่ 2 สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์ ที่กำลังเรียนในรายวิชาเรขาคณิตระดับโรงเรียน ในปีการศึกษา 2565 จำนวนทั้งหมด 32 คน โดยเลือกแบบเจาะจง

เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล

แบบทดสอบมโนทัศน์ทางเรขาคณิต จำนวน 30 ข้อ โดยแบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 แบบอัตนัย 15 ข้อ เป็นส่วนที่ให้เขียนอธิบายและทดสอบความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับนิยามและทฤษฎีในเรื่องเรขาคณิต

ตอนที่ 2 แบบปรนัย 15 ข้อ เป็นส่วนที่ทดสอบเกี่ยวกับความสามารถในการนำกฎ/สูตร ไปประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทางเรขาคณิต

การสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือ

1. แบบทดสอบมโนทัศน์ทางเรขาคณิต มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้
 - 1.1 ศึกษาทฤษฎีและหลักการสร้างแบบทดสอบมโนทัศน์ทางเรขาคณิต จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 1.2 ศึกษาเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิต
 - 1.3 สร้างแบบทดสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยแบ่งเป็นปรนัย จำนวน 15 ข้อ และอัตนัย จำนวน 15 ข้อ
 - 1.4 นำแบบทดสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตที่สร้างขึ้น ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบจำนวน 3 คน แล้วนำมาหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (IOC) ซึ่งผู้เชี่ยวชาญจะพิจารณาข้อสอบในแต่ละข้อว่าใช้วัดความรู้ของผู้เรียนตามจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่ โดยมีเกณฑ์ในการพิจารณาให้คะแนนดังนี้ดังนี้
 - +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
 - 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
 - 1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบไม่มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
 - 1.5 นำแบบทดสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตที่ผ่านการตรวจสอบแล้วมาแก้ไข ปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ซึ่งมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC อยู่ระหว่าง 0.65 - 1.00)
 - 1.6 จัดพิมพ์แบบทดสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และนำไปใช้ในการพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิต รวมถึงการเรียนการสอนต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง โดยนำแบบทดสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต ไปทดลองใช้กับกลุ่มประชากรตามลำดับ ดังนี้

1. ผู้วิจัยชี้แจงวัตถุประสงค์ของการดำเนินการวิจัยกับนักศึกษา
2. ให้นักศึกษาทำแบบทดสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ทางเรขาคณิต จำนวน 30 ข้อ เวลา 2 ชั่วโมง
3. ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มเป้าหมาย คือ นักศึกษาชั้นปีที่ 2 สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์ ในปีการศึกษา 2565 จำนวนทั้งหมด 32 คน
4. เมื่อเก็บข้อมูลจากแบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ทางเรขาคณิต เสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยได้นำข้อมูลไปวิเคราะห์ผลต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

วิเคราะห์ข้อมูลของผลแบบทดสอบโดยการหาค่าร้อยละและเฉลี่ย จากการตอบผิดในแต่ละข้อ พร้อมบรรยายประกอบตาราง และวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิต แยกตามประเด็นเนื้อหา และลักษณะที่คลาดเคลื่อน โดยวิธีการหาร้อยละตามลำดับ

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ใช้สถิติพื้นฐานในการวิเคราะห์ ดังนี้

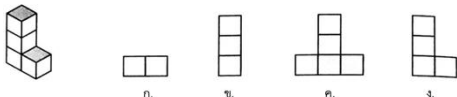
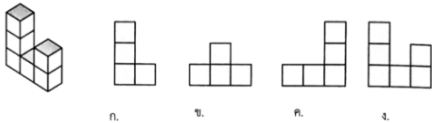
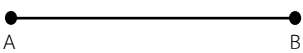
1. สถิติค่าร้อยละ
2. สถิติค่าเฉลี่ย

ผลการวิจัย

การวิจัยเรื่องการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิต ของนักศึกษาชั้นปีที่ 2 สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์ ในครั้งนี้เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เพื่อเปรียบเทียบความแตกต่างของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่แยกตามเพศชายและหญิง รวมถึงแยกตามประเด็นเนื้อหาและตาม

ลักษณะที่คลาดเคลื่อนตามลำดับ โดยมีผู้เข้าร่วมทดสอบทั้งหมด 32 คน เป็นชายจำนวน 10 คน และเป็นหญิงจำนวน 22 คน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลมีดังตารางที่ 1 - ตารางที่ 4

ตารางที่ 1 ร้อยละและค่าเฉลี่ยของคะแนนการทดสอบบโมทัศน์รายข้อของนักศึกษา

ประเด็นคำถาม	จำนวนนักศึกษาที่ตอบผิด (คิดเป็น%)		
	ชาย	หญิง	ร้อยละ เฉลี่ย
1. จงพิจารณาว่ารูปใดเป็นภาพด้านหน้า ภาพด้านข้างและภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ ต่อไปนี้ และรูปใดไม่ใช่ภาพจากการมองรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น 	4 (40%)	13 (59.09%)	53.00
2. จงพิจารณาว่ารูปใดเป็นภาพด้านหน้า ภาพด้านข้างและภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ ต่อไปนี้ และรูปใดไม่ใช่ภาพจากการมองรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น 	8 (80%)	15 (68.18%)	71.00
3. จงเขียนนิยามของเส้นขนาน	5 (50%)	4 (18.18%)	28.00
4. จงเขียนนิยามของวงกลม	5 (50%)	16 (72.72%)	65.00
5. จงเขียนนิยามของรูปสามเหลี่ยม	4 (40%)	15 (68.18%)	59.00
6. จงเขียนนิยามของรูปสี่เหลี่ยม	5 (50%)	15 (68.18%)	63.00
7.  จากรูปเรียกว่าอะไร พร้อมกับเขียนนิยาม	4 (40%)	14 (63.63%)	56.00
8. จงอธิบายองค์ประกอบของ “มุม”	7 (70%)	18 (81.81%)	78.00
9. จงอธิบายความหมายของ “มุมป้าน” พร้อมวาดภาพประกอบ	7 (70%)	10 (45.45%)	53.00
10. จงอธิบายความหมายของ “มุมกลับ” พร้อมวาดภาพประกอบ	7 (70%)	14 (63.63%)	66.00

ประเด็นคำถาม	จำนวนนักศึกษาที่ตอบผิด (คิดเป็น%)		
	ชาย	หญิง	ร้อยละเฉลี่ย
11. จากรูป เส้นขนาน AB และ CD มุมใดเป็นมุมภายใน และ มุมภายนอก	2 (20%)	3 (13.63%)	16.00
12. จงอธิบายความหมายของ “สี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า” พร้อมวาดภาพประกอบ	5 (50%)	9 (40.90%)	44.00
13. จากรูปจงเขียนคุณสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน	7 (70%)	10 (45.45%)	53.00
14. จากรูปจงเขียนคุณสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า	5 (50%)	13 (59.09%)	56.00
15. จงอธิบายความหมายของ มุมประกอบมุมฉาก หรือ มุมประกอบหนึ่งมุมฉาก พร้อมวาดภาพประกอบ	9 (90%)	20 (90.90%)	91.00
16. ข้อใดคือจุดกึ่งกลางระหว่าง A(-4, -2) และ B(-2, -6)	3 (30%)	5 (22.72%)	25.00
17. ข้อใดคือระยะห่างระหว่างจุด (-4, 2) และ (5, -1)	8 (80%)	19 (86.36%)	84.00
18. ข้อใดคือระยะห่างระหว่างจุด (2, 4) กับเส้นตรง $6x + 8y - 4 = 0$	9 (90%)	13 (59.09%)	69.00
19. ข้อใดคือจุด C ที่ทำให้ A(4, 0) , B(-4, 6) และ C(a, -3) อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน	5 (50%)	14 (63.63%)	59.00
20. จงหาค่า k ที่ทำให้เส้นตรง ที่ผ่านจุด A(-3, -1) และ B(2, 3) ขนานกับเส้นตรง ที่ผ่านจุด C(-4, -5) และ D(k, 3)	6 (60%)	17 (77.27%)	72.00
21. ข้อใดคือสมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด (2 , 4) และตั้งฉากกับเส้นตรง $2x + y - 4 = 0$	6 (60%)	15 (68.18%)	66.00
22. ข้อใดคือสมการวงกลมที่มีจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางอยู่ที่ (-1, 2) และ (5, 6)	7 (70%)	16 (72.72%)	72.00
23. ข้อใดคือจุดศูนย์กลางของวงกลม $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 45 = 0$	9 (90%)	18 (81.81%)	84.00
24. พาราโบลา $y = x^2 - 2x - 8$ มีจุดยอดอยู่ที่จุดใด	4 (40%)	11 (49.99%)	47.00

ประเด็นคำถาม	จำนวนนักศึกษาที่ตอบผิด (คิดเป็น%)		
	ชาย	หญิง	ร้อยละเฉลี่ย
25. ข้อใดคือจุดโฟกัสของ $(y - 1)^2 = -12(x + 2)$	8 (80%)	13 (59.09%)	66.00
26. วรวิ $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+3)^2}{4} = 1$ มีความยาวแกนเอก และแกนโทเท่าใดตามลำดับ	9 (90%)	18 (81.81%)	84.00
27. วงรีวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลาง $(-1, 0)$ แกนเอกขนานกับแกน Y ยาว 10 หน่วย ส่วนแกนโทยาว 6 หน่วย ข้อใดคือสมการวงรี	7 (70%)	14 (63.63%)	66.00
28. ข้อใดเป็นสมการไฮเพอร์โบลาที่มีจุดยอดที่ $(0, 2)$ และ $(0, 0)$ และมีจุดโฟกัส $(0, 3)$	7 (70%)	16 (72.72%)	72.00
29. ข้อใดคือสมการรูปมาตรฐานของไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(-2, 3)$ แกนตามขวาง ขนานกับแกน Y ซึ่งยาว 6 หน่วย และมีความยาวโฟกัสเท่ากับ 8 หน่วย	7 (70%)	20 (90.90%)	84.00
30. จงหาพื้นที่ที่มากที่สุดของวงกลมซึ่งบรรจุอยู่ในวงรี $\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{25} = 1$	7 (70%)	20 (90.90%)	84.00
รวมเฉลี่ย	62.00	63.32	62.66

จากตารางที่ 1 พบว่า นักศึกษาส่วนใหญ่ที่มีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน(มากกว่าร้อยละ 50) ได้แก่ นิยามของวงกลม วงรี รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ส่วนของเส้นตรง มุม มุมป้าน มุมกลับ ระยะห่างระหว่างจุดกับเส้น สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน มิตีสัมพันธ์ของรูปบางรูป การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับความชัน จากตารางแสดงค่าเฉลี่ยของคะแนนการทดสอบมโนทัศน์รายข้อของนักศึกษา พบว่านักศึกษามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนส่วนใหญ่ (มากกว่าร้อยละ 80) ได้แก่ มโนทัศน์เกี่ยวกับมุมประกอบฉาก ระยะห่างระหว่างจุดกับจุด จุดศูนย์กลางของวงกลมในรูปมาตรฐาน ความยาวแกนเอกและแกนโทของวงรี สมการรูปมาตรฐานของไฮเพอร์โบลา และการแก้ปัญหาวงกลมและวงรี

ตารางที่ 2 ร้อยละของนักศึกษาที่มีมีโนทัศน์คลาดเคลื่อนเปรียบเทียบนักศึกษายชายและหญิง

มโนทัศน์เรื่องต่าง ๆ	ร้อยละของนักศึกษาที่ตอบผิด	
	ชาย	หญิง
1. มิตีสัมพันธ์ (1, 2)	60	63.5
2. การขนาน (3, 11)	30	16
3. รูปเรขาคณิต (4, 5, 6, 12, 13, 14)	52	59
4. มุม (8, 9, 10, 15)	75	70
5. ส่วนของเส้นตรง แลจุดกึ่งกลาง (7)	35	44
6. ระยะห่าง (17, 18)	85	73
7. ความชัน (19, 20 , 21)	57	70
8. วงกลม (22, 23)	80	78
9. พาราโบลา (24, 25)	60	55
10. วงรี (26, 27, 30)	77	79
11. ไฮเพอร์โบลา (28, 29)	70	82

จากตารางที่ 2 ร้อยละของนักศึกษาที่มีมโนทัศน์เปรียบเทียบชายและหญิง พบว่านักศึกษาจะมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (ความคลาดเคลื่อนเกินกว่าร้อยละ 50) ในประเด็นเดียวกัน ได้แก่ มิติสัมพันธ์ รูปเรขาคณิต มุม ระยะห่าง ความชัน วงกลม พาราโบลา วงรี และไฮเพอร์โบลา ทั้งนี้จะพบว่ามโนทัศน์ที่นักศึกษาชายมีความคลาดเคลื่อนมากกว่านักศึกษาหญิง ได้แก่ มุม ระยะห่าง วงกลม และพาราโบลา มโนทัศน์ที่นักศึกษาหญิงมีความคลาดเคลื่อนมากกว่านักศึกษาชาย ได้แก่ มิติสัมพันธ์ รูปเรขาคณิต ความชัน วงรี และไฮเพอร์โบลา โดยภาพรวมของเนื้อหาที่นักศึกษามีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนมากที่สุดคือเรื่องระยะห่างและเรื่องมุม คิดเป็นร้อยละ 79 ของนักศึกษาทั้งหมด

ตารางที่ 3 ร้อยละและค่าเฉลี่ยของคะแนนการทดสอบมโนทัศน์ของนักศึกษาแยกตามประเด็นเนื้อหา

มโนทัศน์	ร้อยละของนักศึกษาที่ตอบผิด		
	ชาย	หญิง	ร้อยละเฉลี่ย
1. รูปเรขาคณิต	56	44	47.75
2. ภาคตัดกรวย	72	74	73.38
3. เรขาคณิตวิเคราะห์	62	63	62.68

จากตารางที่ 3 จะพบว่านักศึกษาจะมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องภาคตัดกรวยมากที่สุด (ร้อยละ 73.38) รองลงมาเป็นมโนทัศน์เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ (ร้อยละ 62.68) และมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องรูปเรขาคณิตน้อยที่สุด (ร้อยละ 47.75)

ตารางที่ 4 ร้อยละและค่าเฉลี่ยของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาแยกตามลักษณะการคลาดเคลื่อน

มโนทัศน์	ร้อยละของนักศึกษาที่ตอบผิด		
	ชาย	หญิง	ร้อยละเฉลี่ย
1. นิยาม ทฤษฎี	60	59.09	59.37
2. การนำกฎ/ทฤษฎี ไปประยุกต์ใช้	68.57	77.25	74.54

จากตารางที่ 4 จะพบว่า นักศึกษาหญิงจะมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแยกตามลักษณะการคลาดเคลื่อนในด้านการนำกฎ/ทฤษฎี ไปประยุกต์ใช้มากกว่าความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับนิยามและทฤษฎี ส่วนนักศึกษาชายก็เช่นเดียวกัน

อภิปรายผล

1. จากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาชั้นปีที่ 2 สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์ ที่แยกตามเพศชายและเพศหญิงพบว่ามีความคลาดเคลื่อนเกินกว่าร้อยละ 50 ในประเด็นเดียวกัน ได้แก่ มิติสัมพันธ์ รูปเรขาคณิต มุม ระยะห่าง ความชัน วงกลม พาราโบลา วงรี และไฮเพอร์โบลา ซึ่งจากการวิเคราะห์จะเห็นว่าไม่ว่าเพศชายหรือหญิงไม่มีความแตกต่างทางด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง เรขาคณิต ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคะนอง (2554: 6 - 7) ได้กล่าวว่านักเรียนที่ไม่สามารถบรรลุตามจุดประสงค์ได้อาจเนื่องจากความแตกต่างทางด้านสติปัญญา ความถนัด ความสนใจ ซึ่งสะท้อนให้เป็นถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล จากการวิจัยสะท้อนให้เห็นว่าความแตกต่างระหว่างบุคคลในด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ที่วามันไม่ได้ขึ้นอยู่กับเพศ

2. จากการศึกษามโนทัศน์คลาดเคลื่อนแยกตามมโนทัศน์ของนักศึกษาพบว่ามโนทัศน์คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตที่แยกตามประเด็นเนื้อหา มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเรื่องภาคตัดกรวยมากที่สุด ซึ่งพบใน

นักศึกษาชายและนักศึกษาหญิง ทั้งนี้เนื่องจากเป็นเนื้อหาที่มีสูตรจำนวนมาก การสอนของครูส่วนใหญ่เน้นการสอนความรู้เชิงกระบวนการ การสอนความรู้เชิงมีโนทัศน์มีน้อย (อัมพร ม้าคะนอง. 2554: 6 - 7) ซึ่งการสอนที่ไม่ได้เน้นมีโนทัศน์ โดยเฉพาะเรื่องภาคตัดกรวยที่มีมีโนทัศน์จำนวนมากและต้องอาศัยภาพหรือกราฟมาช่วยอธิบายในทุก ๆ มีโนทัศน์นั้น จึงส่งผลให้นักศึกษามีมีโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องภาคตัดกรวยที่ไม่เพียงพอหรือมีความคลาดเคลื่อนในเรื่องนี้มากกว่าเรื่องอื่นซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ วรรณวรางค์ น้อยศรี (2561: 2) ทำวิจัยเรื่องการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบ SSCS เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องภาคตัดกรวย สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลวิจัยพบว่าเนื้อหาเรื่องภาคตัดกรวยของนักเรียนในโรงเรียนไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 มีจำนวนถึง 89 คน จากนักเรียนทั้งหมด 128 คน

3. การที่ค่าเฉลี่ยของมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาแยกตามลักษณะการคลาดเคลื่อน พบว่าด้านการนำกฎ/ทฤษฎี ไปประยุกต์ใช้ มีความคลาดเคลื่อนที่สูงกว่ามีโนทัศน์ของนิยาม ทฤษฎี นั้นอาจสืบเนื่องมาจากมีโนทัศน์ของนิยาม ทฤษฎี เป็นพื้นฐานที่สำคัญ นักศึกษาต้องมีมีโนทัศน์ของนิยาม ทฤษฎี ที่ถูกต้องเสียก่อนจึงจะนำกฎ/ทฤษฎี ไปประยุกต์ใช้ได้ ซึ่งสอดคล้องกับความเห็นของ สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2552) ที่ว่ามีโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้ไปแก้ปัญหาหรือใช้งาน

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1. ในการวิจัยครั้งนี้ได้ทดสอบมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของกลุ่มตัวอย่างเท่านั้น ซึ่งบริบทของนักศึกษาแต่ละชั้นปี อาจมีความแตกต่างกัน จึงควรทดสอบมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาก่อนเพื่อพิจารณาความเหมาะสมตามบริบทก่อนนำผลไปใช้

ข้อเสนอแนะเพื่อการทำวิจัยในครั้งต่อไป

1. เพิ่มกลุ่มประชากรและกลุ่มตัวอย่างให้มากขึ้น หรืออาจจะเก็บข้อมูลทุกชั้นปี เพื่อที่จะได้เห็นว่าในแต่ละชั้นปี มีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตรูปแบบใดบ้าง จะได้นำมาขยายผลเพื่อปรับปรุงพัฒนาต่อไป

2. นำส่วนของการวิจัยเชิงคุณภาพเข้ามาช่วยในวิเคราะห์เพิ่มเติม เช่น แบบสัมภาษณ์ การสังเกตชั้นเรียน เป็นต้น เพื่อจะได้มีข้อมูลที่หลากหลายและครอบคลุมในการสรุปผลวิจัย

เอกสารอ้างอิง

- เฉลิมวุฒิ คำเมือง, และ ไพรัช จันทรงาม. (2560). การศึกษาและสร้างนวัตกรรมที่แก้ไขมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ในสาระจำนวนและการดำเนินการของนักศึกษาครูคณิตศาสตร์ภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่าง. การประชุมวิชาการและนำเสนอผลงานวิจัยระดับชาติ ครั้งที่ 7, 377 - 387.
- ชาคริสต์ ข้าศรี, จักรกฤษ กลิ่นเอี่ยม, และ วรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์. (2565). การวิจัยปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้ด้วยเกมกระดาน (Board Game) ที่ ส่งเสริมมีโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเต็มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. *Journal of Roi Kaensarn Academi*, 7(10).
- นวล นนทภา. (2560). การพัฒนากลวิธีในการแก้ไขมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางระบบจำนวนสำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี. การประชุมวิชาการเสนอผลงานวิจัยระดับบัณฑิตศึกษาครั้งที่ 2 มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- มนิรัตน์ ขยันกลาง.(2559). การวิเคราะห์มีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารการศึกษา (คณิตศาสตร์ศึกษา). มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- วรรณวรางค์ น้อยศรี. (2561). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบ SSCS เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องภาคตัดกรวย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. การค้นคว้าอิสระปริญญาโทบริหารการศึกษา (หลักสูตรและการสอน). มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. (2551). *ตัวชี้วัดและการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). *เอกสารพัฒนาวิชาชีพครู ครูคณิตศาสตร์ มีอาชีพ*. โครงการพัฒนาเครือข่ายการเรียนรู้ ผู้สอนวิทยาศาสตร์คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 1-3.

- อัมพร ม้าคะนอง. (2554). **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- _____. (2557). **คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม**. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัศวิน บรรเทา. (2558). การวิเคราะห์ข้อบกพร่องและมโนคติที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การหารเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วารสารวิจัย มข. สาขามนุษยศาสตร์ฯ (ฉบับบัณฑิตศึกษา), 3(3), 12 - 24.
- อรพรรณ เลื่อนแป้น. (2555). การศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง "ลำดับและอนุกรม" ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร กรุงเทพมหานคร. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- Barcellos, A. (2005). **Mathematics Misconceptions of College Algebra Students**. Unpublished Doctoral Dissertation, University of California, Davis.
- Bell, J. L. (1981). Category theory and the foundations of mathematics. **British Journal for the Philosophy of Science**, 32(4), 349 - 358.
- Cockburn, A., & G. H. Littler. (2010). The Upper Students Conceptions and Misconceptions About Photosynthesis in Khon Kaen. **SEAMEORECSAM**. 84(4), 3 - 6.
- Hershkowitz, R., & Schwarz, B. B. (1999). **Reflective Processes in a Mathematics Classroom With a Rich Learning Environment**, *Cognition and Instruction*, 17(1), 65 - 92.
- Hershkowitz, R., Bruckheimer, M., & Vinner, S. (1987). **Activities with teachers based on cognitive research**. National Council of Teachers of Mathematics.
- Peterson, R. F., Treagust, D. F., & Garnett, P. (1989). Development and Application of a Diagnostic Instrument to Evaluate Grade-11 and -12 Students' Concepts of Covalent Bonding and Structure Following a Course of Instruction. **Journal of Research in Science Teaching**, 26(April), 301 - 314.
- Sherard, W. H. (1981). **Why Is Geometry A Basic Skill?** *Mathematics Teacher*. 74(1), 19 - 21.
- Suydam, M. N. (1986). Research on mathematics education reported in 1985. **Journal for Research in Mathematics Education**, 17(4), 243 - 316.
- Vinner, S., R. Hershkowitz, & M. Bruckheimer. (1981). Some Cognitive Factors as Causes of Mistakes in Addition of Fractions. **Journal for Research in Mathematics Education**, 12(1), 70 - 76.