



การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย
ร่วมกับ GEOGEBRA ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL PROBLEM-SOLVING ABILITY
AND MATHEMATICS ACHIEVEMENT BY USING DEDUCTIVE
LEARNING WITH GEOGEBRA PROGRAM FOR GRADE 11 STUDENTS

Received: May 14, 2025

Revised: July 1, 2025

Accepted: July 14, 2025

ภัทรพร บุญยั้ง^{1*}, มนตรี ทองมูล²

Pattaraporn Boonying^{1*}, Montri Thongmoon²

*Corresponding author, Email: 66010554004@msu.ac.th

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra 2) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra กับนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาเชิงทดลอง (Experimental research) โดยผู้วิจัยใช้แบบแผนการทดลองแบบ Randomized control-group pretest- posttest design กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสารคามพิทยาคม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) จาก 8 ห้องเรียน สุ่มมา 2 ห้องเรียน จากนั้นใช้วิธีการสุ่มอย่างง่าย (Simple random sampling) โดยวิธีการจับฉลากเพื่อเลือกเป็นกลุ่มตัวอย่าง กลุ่มทดลอง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/8 จำนวน 40 คน ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra กลุ่มควบคุม เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/5 จำนวน 39 คน ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra จำนวน 10 แผน และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ จำนวน 10 แผน 2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียน และ 3) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียน สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบสมมติฐานโดย Dependent samples t-test และ Hotelling's T² ผลการวิจัยปรากฏ ดังนี้ 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

คำสำคัญ: การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย, GeoGebra, ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

¹ นิสิตหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต, สาขาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

¹ M.Ed. Student, Teaching of Science and Mathematics, Faculty of Education, Mahasarakham University

² ผู้ช่วยศาสตราจารย์, ดร., คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม, อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

² Asst. Prof., Dr., Faculty of Science, Mahasarakham University, Advisor

Abstract

This study aimed to 1) compare the mathematical problem-solving ability and mathematics learning achievement of Grade 11 students before and after receiving deductive instruction integrated with GeoGebra and 2) compare the post-instruction mathematical problem-solving ability and mathematics learning achievement in the topic of complex numbers between students taught using deductive instruction with GeoGebra and those taught using traditional instruction. The study employed an experimental research design using a randomized control-group pretest-posttest design. The sample consisted of Grade 11 students from Sarakhampittayakhom School in the second semester of the 2024 academic year. Cluster random sampling was used to select two out of eight classrooms, followed by simple random sampling through a lottery to assign the experimental and control groups. The experimental group comprised 40 students from class 5/8, who received deductive instruction integrated with GeoGebra, while the control group comprised 39 students from class 5/5, who received traditional instruction. The research instruments included: 1) 10 lesson plans for deductive instruction integrated with GeoGebra and 10 conventional lesson plan; 2) a pretest–posttest achievement test in mathematics; and 3) a pretest–posttest mathematical problem-solving ability tests. Data were analyzed using percentage, mean, standard deviation, dependent samples t-test, and Hotelling's T^2 . The results of the study were as follows:

1) Students who received deductive instruction with GeoGebra had significantly higher posttest scores in mathematical problem-solving ability and learning achievement than their pretest scores at the .05 level of significance.

2) Students in the experimental group demonstrated significantly higher mathematical problem-solving ability and learning achievement in the topic of complex numbers than those in the control group at the .01 level of significance.

Keywords: Deductive learning, GeoGebra, Mathematical problem-solving ability, Mathematics achievement

บทนำ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยส่งเสริมการคิดอย่างมีเหตุผล การคิดเป็นระบบแบบแผน และสามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม ซึ่งเป็นทักษะสำคัญที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิตและการประกอบอาชีพในโลกปัจจุบัน นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือหลักในการศึกษาและพัฒนาองค์ความรู้ในศาสตร์อื่น ๆ โดยเฉพาะด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี อันเป็นพื้นฐานของการพัฒนา

ทรัพยากรมนุษย์และประเทศชาติ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560) การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จึงต้องมุ่งเน้นให้นักเรียนมีความเข้าใจในหลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งมีทักษะพื้นฐานในการประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ยังเป็นทักษะสำคัญที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดแนวคิดที่หลากหลาย มีความกระตือรือร้น และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้อย่างยั่งยืน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552)

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา การคิดวิเคราะห์ การวางแผนแก้ปัญหา และการเลือกใช้วิธีที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ รวมทั้งสามารถตรวจสอบความถูกต้องได้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560) แนวคิดเรื่องกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการยอมรับในระดับสากล คือ แนวคิดของ Polya (1945) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การเข้าใจปัญหา 2) การวางแผน 3) การลงมือแก้ปัญหา และ 4) การตรวจสอบคำตอบ ซึ่งแนวคิดนี้ได้ถูกนำมาใช้เป็นกรอบในการจัดการเรียนรู้และประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาในงานวิจัยด้านคณิตศาสตร์ร่วมสมัย (Schoenfeld, 2013) โดยกรอบแนวคิดของ Polya มีความเหมาะสมในการใช้เป็นโครงสร้างพื้นฐานสำหรับออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดอย่างมีระบบ โดยเฉพาะสำหรับผู้เรียนระดับมัธยมศึกษาที่อยู่ในช่วงพัฒนาทักษะการให้เหตุผลและการประยุกต์ใช้ความรู้ ทักษะดังกล่าวไม่เพียงเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่ยังส่งเสริมให้นักเรียนมีแนวคิดที่หลากหลาย มีความมั่นใจในการเผชิญและแก้ไขปัญหาในชีวิตทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน อีกทั้งยังเป็นทักษะพื้นฐานที่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างต่อเนื่องตลอดชีวิต (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2546) ทั้งนี้ การจัดการเรียนรู้ในโรงเรียนส่วนใหญ่มักเน้นการบอกสูตรหรือวิธีการโดยตรงโดยไม่เชื่อมโยงกับสถานการณ์หรือบริบทที่มีความหมาย ทำให้ผู้เรียนขาดความเข้าใจเชิงโครงสร้างและไม่สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้อย่างเป็นระบบ การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยจึงเป็นแนวทางที่เหมาะสมในการเสริมสร้างความเข้าใจเชิงหลักการ โดยเริ่มจากการเรียนรู้ทฤษฎีหรือกฎพื้นฐาน แล้วจึงนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่หลากหลาย

การแก้ปัญหาก็เป็นหัวใจสำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นกระบวนการที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมกับแนวคิดและเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ในบริบทที่มีความหมายและสอดคล้องกับชีวิตจริง (Doorman et al., 2007; English & Gainsburg, 2015) การเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหาช่วยพัฒนาเหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และทักษะการวิเคราะห์ของผู้เรียน (Belecina & Ocampo, 2018) อีกทั้งยังส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้อย่างมีเป้าหมายและการกำกับตนเองในการเรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถวางแผนติดตาม และประเมินความก้าวหน้าของตนได้ (Muis, 2008; Huang et al., 2024) กระบวนการดังกล่าวจึงมีส่วนสำคัญในการเสริมสร้างความเข้าใจเชิงลึกและการเรียนรู้ที่มีความหมาย อย่างไรก็ตาม ผลการประเมินระดับชาติสะท้อนว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนยังคงอยู่ในระดับต่ำ ตัวอย่างเช่น คะแนนเฉลี่ย O-NET ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2566 อยู่ที่ร้อยละ 39.17 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานขั้นต่ำที่กำหนดไว้ร้อยละ 50 โดยเฉพาะโรงเรียนสารคามพิทยาคม จังหวัดมหาสารคาม ที่มีคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 35.90 และ 37.90 คะแนน ในปีการศึกษา 2565 และ 2564 ตามลำดับ (โรงเรียนสารคามพิทยาคม, 2567) ปัจจัยสำคัญของปัญหานี้ คือ ความบกพร่องในการอ่าน วิเคราะห์โจทย์ และคำนวณอย่างถูกต้อง อันเป็นผล

มาจากการขาดความเข้าใจในกระบวนการแก้ปัญหา (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2556) ข้อมูลจากครูผู้สอนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายยังระบุว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถแสดงแนวคิดหรือขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ ขาดความรู้พื้นฐานที่จำเป็น และไม่ทบทวนบทเรียนอย่างต่อเนื่อง แม้จะจัดการศึกษาโดยใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) แล้วก็ตาม เพื่อให้ได้ข้อมูลเชิงประจักษ์เพิ่มเติม ผู้วิจัยได้ใช้แบบทดสอบของ รมิดา จันพูน (2562) วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/8 โรงเรียนสารคามพิทยาคม จำนวน 37 คน พบว่าคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 7.78 จากคะแนนเต็ม 21 คะแนน (คิดเป็นร้อยละ 37.05) โดยร้อยละ 76.58 ของนักเรียนไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และร้อยละ 83.78 ไม่สามารถสรุปคำตอบได้อย่างสมบูรณ์ ซึ่งสะท้อนถึงข้อจำกัดในการแก้ปัญหาเชิงระบบของนักเรียนอย่างชัดเจน ผลการศึกษานี้สะท้อนให้เห็นว่านักเรียนไม่สามารถเข้าใจปัญหา แสดงวิธีคิด หรือสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง สะท้อนว่าขาดองค์ประกอบสำคัญในกรอบแนวคิดการแก้ปัญหของ Polya อันได้แก่ขั้นตอน “การเข้าใจปัญหา” และ “การตรวจสอบคำตอบ” ซึ่งแนวคิดดังกล่าวจึงถูกเลือกมาเป็นกรอบวิเคราะห์ในงานวิจัยนี้

จากสถานการณ์ดังกล่าว การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาก็ควรดำเนินการผ่านกิจกรรมที่เน้นกระบวนการคิดและการฝึกปฏิบัติ โดยเฉพาะการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ซึ่งเน้นการสร้างสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน และให้นักเรียนใช้กฎ ทฤษฎี หรือหลักการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาย่างเป็นขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นตอนกำหนดขอบเขตของปัญหา 2) ขั้นตอนแสดงและอธิบายทฤษฎี หลักการ 3) ขั้นตอนประยุกต์ใช้ทฤษฎี หลักการ 4) ขั้นตอนตรวจสอบและสรุปผล และ 5) ขั้นตอนฝึกปฏิบัติ (สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ, 2547) ซึ่งกระบวนการดังกล่าวมีความสอดคล้องกับแนวคิดของ Polya และเป็นการสังเคราะห์แนวคิดแบบนิรนัยเข้าสู่กิจกรรมการเรียนรู้เชิงปฏิบัติการ ทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ทางทฤษฎีกับการประยุกต์ใช้จริงอย่างมีระบบ อีกทั้งยังสอดคล้องกับขั้นตอนของ Polya ในการแก้ปัญหามathematics และเหมาะสมกับนักเรียนที่มีศักยภาพในการใช้เหตุผลแบบนิรนัย นอกจากนี้ โครงสร้างแบบนิรนัยยังเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ฝึกกระบวนการตั้งสมมติฐาน การตรวจสอบ การอนุมาน และการสรุปผล ซึ่งล้วนเป็นองค์ประกอบสำคัญของทักษะการแก้ปัญหามathematics

ในขณะเดียวกัน การประยุกต์ใช้เทคโนโลยีสารสนเทศและซอฟต์แวร์ทางคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนรู้ นับเป็นแนวทางสำคัญในการพัฒนาผู้เรียนให้มีศักยภาพสอดคล้องกับทักษะแห่งศตวรรษที่ 21 (Muslim et al., 2023) โดยเฉพาะการออกแบบการเรียนรู้ที่ใช้เครื่องมือดิจิทัลอย่างเหมาะสม จะช่วยส่งเสริมทั้งกระบวนการจัดการเรียนการสอนของครู และประสบการณ์การเรียนรู้ของนักเรียนให้มีคุณภาพมากยิ่งขึ้น (Maharjan et al., 2022; Uwurukundo et al., 2022) ในช่วงหลายทศวรรษที่ผ่านมา ซอฟต์แวร์คณิตศาสตร์ได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง ทั้งในด้านฟังก์ชันและความเป็นมิตรต่อผู้ใช้ ทำให้มีการนำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนในวงกว้างทั่วโลก (Zengin et al., 2012; Srinivas et al., 2023) โดยเฉพาะซอฟต์แวร์ GeoGebra ซึ่งพัฒนาขึ้นจากแนวคิดในการรวมคุณสมบัติของระบบพีชคณิตเชิงคอมพิวเตอร์ (Computer Algebra Systems: CAS) และซอฟต์แวร์เรขาคณิตพลวัต (Dynamic Geometry Software: DGS) เข้าไว้ในโปรแกรมเดียว (Hohenwarter & Fuchs, 2004; Gonçalves et al., 2018) GeoGebra เป็นซอฟต์แวร์โอเพ่นซอร์สที่มีอินเทอร์เฟซใช้งานง่าย รองรับหลายภาษา และสามารถใช้งานได้ทั้งบนคอมพิวเตอร์และอุปกรณ์เคลื่อนที่ (Handal et al., 2013;

Velichova, 2011) จุดเด่นของโปรแกรมนี้คือความสามารถในการผสานแนวคิดทางเรขาคณิต พีชคณิต และแคลคูลัสเข้าด้วยกันอย่างเป็นระบบ ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนในลักษณะรูปธรรมได้ง่ายขึ้น (Diković, 2009; Hohenwarter et al., 2008) GeoGebra ยังสนับสนุนการเรียนรู้แบบสำรวจ การตั้งสมมติฐาน และการคิดอย่างมีระบบ ซึ่งล้วนส่งเสริมการพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์และการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ของนักเรียน โดยเฉพาะเมื่อบูรณาการกับโครงสร้างการเรียนรู้แบบนิรนัย จะช่วยให้การใช้เครื่องมือดิจิทัลมีจุดมุ่งหมายที่ชัดเจน สอดคล้องกับกระบวนการเรียนรู้ และเสริมสร้างความเข้าใจเชิงลึก เมื่อรวมการเรียนรู้แบบนิรนัยเข้ากับ GeoGebra ซึ่งมีคุณสมบัติในการจำลองสถานการณ์และแสดงภาพเชิงคณิตศาสตร์ได้แบบพลวัต ผู้เรียนสามารถสำรวจ ปรับเปลี่ยน และตรวจสอบผลลัพธ์ได้ด้วยตนเอง จึงสอดคล้องกับกระบวนการคิดอย่างเป็นระบบที่ การเรียนรู้แบบนิรนัยมุ่งหวัง และช่วยให้การใช้เทคโนโลยีดิจิทัลมีบทบาทในการส่งเสริมความเข้าใจอย่างลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น ทั้งนี้ บทเรียนเรื่อง “จำนวนเชิงซ้อน” เป็นหัวข้อที่มีลักษณะนามธรรมสูง มีการเปลี่ยนแปลงแนวคิดระหว่างพีชคณิตและเรขาคณิต นักเรียนจำนวนมากมีปัญหาในการเข้าใจภาพรวมของการดำเนินการ เช่น การคูณ การหาร และการแปลงเชิงเรขาคณิตบนระนาบเชิงซ้อน จึงต้องการการนำเสนอที่ชัดเจน เป็นระบบ และสามารถโต้ตอบได้ GeoGebra และการสอนแบบนิรนัยจึงเหมาะสมกับเนื้อหาเป็นอย่างยิ่ง เพราะช่วยลดความซับซ้อนของเนื้อหา ทำให้นักเรียนสามารถเห็นภาพเชิงโครงสร้าง และเข้าใจกลไกของแนวคิดได้อย่างลึกซึ้ง

จากสภาพปัญหาและแนวคิดที่กล่าวมา ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra เพื่อส่งเสริมทักษะการคิดวิเคราะห์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในเรื่องจำนวนเชิงซ้อนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้รูปแบบดังกล่าวที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทั้งในเชิงเปรียบเทียบระหว่างก่อนและหลังเรียน และระหว่างกลุ่มที่เรียนด้วยรูปแบบดังกล่าวกับกลุ่มที่เรียนด้วยวิธีปกติ เนื่องจากนักเรียนมักประสบปัญหาในการเข้าใจแนวคิดเชิงนามธรรมของจำนวนเชิงซ้อน ทั้งในเชิงพีชคณิตและเรขาคณิต อีกทั้งยังสามารถใช้เทคโนโลยีดิจิทัลในการสำรวจและสร้างความเข้าใจอย่างเป็นระบบได้ การจัดการเรียนรู้ในรูปแบบนี้จึงคาดว่าจะช่วยให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นขั้นตอน มีความมั่นใจ กล้าแสดงความคิด และสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์จริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ GeoGebra กับนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

สมมติฐานการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

กรอบแนวคิดการวิจัย

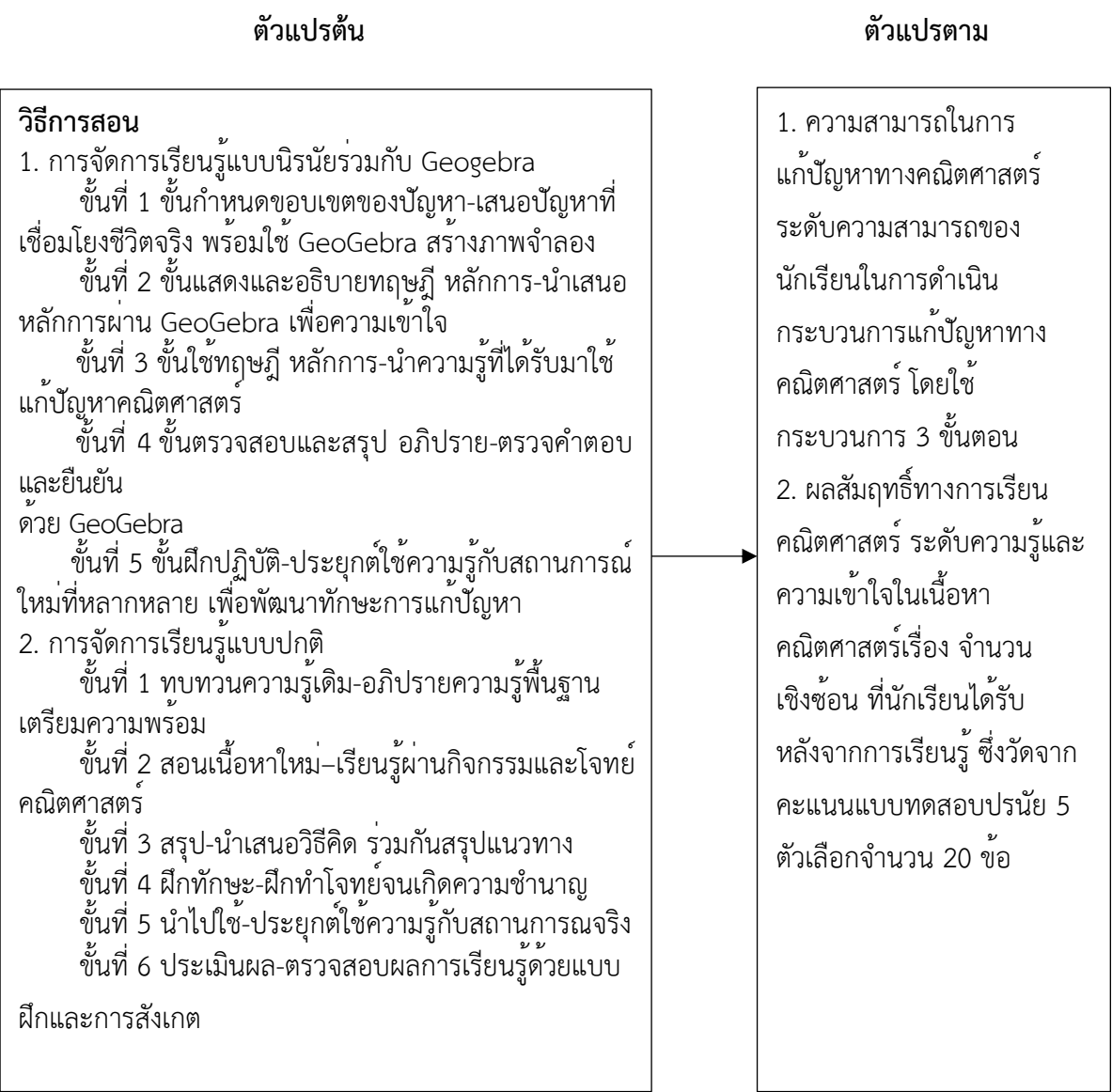
การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยผู้วิจัยได้ศึกษาทบทวนแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และสังเคราะห์เป็นกรอบแนวคิด ดังนี้

1. การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra ผู้วิจัยสังเคราะห์รูปแบบนี้จากแนวคิดของ พลวิสันต์ สิงหาอาจ (2555) พงศกร สุวรรณะ (2562) และทีศนา แคมมณี (2564) ที่กล่าวถึงการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย 5 ขั้นตอน คือ 1) กำหนดขอบเขตของปัญหา 2) แสดงและอธิบายทฤษฎี หลักการ 3) ใช้ทฤษฎี หลักการ 4) ตรวจสอบและสรุป และ 5) ฝึกปฏิบัติ และ GeoGebra ถูกนำมาใช้ร่วมในแต่ละขั้นตอนเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้เชิงรูปธรรม โดยเน้นให้ผู้เรียนเห็นภาพจำลองทางคณิตศาสตร์ ตรวจสอบความเข้าใจ และเชื่อมโยงแนวคิดสู่การแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน

2. การจัดการเรียนรู้แบบปกติ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนพัฒนาทักษะการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ 6 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ทบทวนความรู้เดิม 2) สอนเนื้อหาใหม่ 3) สรุปความรู้ 4) ฝึกทักษะ 5) นำความรู้ไปใช้ และ 6) ประเมินผล ซึ่งผู้เรียนจะมีบทบาทในการสังเกต ทดลอง อภิปราย และประยุกต์ความรู้ โดยมีครูเป็นผู้แนะนำและกระตุ้นกระบวนการเรียนรู้

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยอิงแนวคิดของ Polya (1985) ซึ่งเสนอ 4 ขั้นตอนการแก้ปัญหา ได้แก่ การเข้าใจปัญหา การวางแผน การดำเนินการ และการตรวจสอบคำตอบ อย่างไรก็ตาม ผู้วิจัยได้นำแนวคิดของ รมิดา จันทน์ (2562) มาปรับให้เหลือ 3 ขั้นตอน คือ 1) ทำความเข้าใจปัญหา 2) การแก้ปัญหา และ 3) การสรุปคำตอบ เพื่อให้เหมาะสมกับบริบทชั้นเรียนจริงและการวัดผลผ่านแบบทดสอบอัตนัย

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ผลการเรียนรู้ที่แสดงถึงความเข้าใจ ความจำ และการนำไปใช้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่อง “จำนวนเชิงซ้อน” วัดผลด้วยแบบทดสอบปรนัย 5 ตัวเลือกจำนวน 20 ข้อ โดยพิจารณาจากคะแนนก่อนเรียนและหลังเรียน



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดการวิจัย

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง (Experimental Research) โดยผู้วิจัยใช้แบบแผนการทดลองแบบ Randomized Control-group Pretest- Posttest Design (ชูศรี วงศ์รัตน์ และ งามอาจ นัยวัฒน์, 2551) ซึ่งมีรูปแบบการวิจัยดังนี้

ตารางที่ 1 แบบแผนการวิจัย

การสุ่ม	กลุ่ม	ทดสอบก่อน	สิ่งทดลอง	ทดสอบหลัง
R	E	O ₁	X	O ₂
R	C	O ₁	-	O ₂

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิจัย

- R หมายถึง มีการสุ่มหน่วยการทดลองเข้ากลุ่ม
 E หมายถึง กลุ่มทดลอง
 C หมายถึง กลุ่มควบคุม
 O_1 หมายถึง ทดสอบก่อนการจัดการเรียนรู้
 O_2 หมายถึง ทดสอบหลังการจัดการเรียนรู้
 X หมายถึง การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสารคามพิทยาคม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 จำนวน 8 ห้องเรียนมีนักเรียนทั้งหมด 317 คน ซึ่งมีการจัดห้องเรียนแบบความสามารถ โดยมีนักเรียนที่มีความสามารถเก่ง ปานกลาง และอ่อน อยู่ในห้องเดียวกัน และทั้ง 8 ห้อง นักเรียนมีความสามารถไม่แตกต่างกัน

1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสารคามพิทยาคม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) จาก 8 ห้องเรียน สุ่มมา 2 ห้องเรียน จากนั้นใช้วิธีการสุ่มอย่างง่าย (Simple random sampling) โดยวิธีการจับฉลากเพื่อเลือกเป็นกลุ่มตัวอย่าง ดังนี้

1.2.1 กลุ่มทดลอง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/8 จำนวน 40 คน ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra

1.2.2 กลุ่มควบคุม เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/5 จำนวน 39 คน ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยและคุณภาพของเครื่องมือ

2.1 แผนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 10 แผน รวม 10 ชั่วโมง ผู้วิจัยได้นำแผนการจัดการเรียนรู้เสนอผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน เพื่อพิจารณาความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้แบบประเมินที่ครอบคลุมองค์ประกอบสำคัญ ได้แก่ ความสอดคล้องของสาระสำคัญกับผลการเรียนรู้ ความครอบคลุมของจุดประสงค์และเนื้อหา ความเหมาะสมของจุดประสงค์การเรียนรู้กับวัยของผู้เรียน ความสอดคล้องของสาระการเรียนรู้กับจุดประสงค์ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างมีลำดับและกระตุ้นความสนใจ การใช้สื่อการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับระดับชั้น และการวัดผลที่สามารถประเมินความรู้ความเข้าใจของผู้เรียนได้ตามสภาพจริง ทั้งนี้ แบบประเมินดังกล่าวใช้มาตราส่วนประมาณค่าแบบลิเคิร์ต (Likert scale) ระดับ 5 คะแนน และผลการประเมินพบว่าแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีระดับความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด ($\bar{X}=4.60-5.00$, $S.D.=0.09-0.17$)

2.2 แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 10 แผน รวม 10 ชั่วโมง แผนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวออกแบบตามแนวทางของคู่มือครู สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) โดยมีจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาสอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน โดยมีขั้นตอนการสอนในแต่ละแผนประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่ 1) นำเข้าสู่บทเรียน 2) การนำเสนอความรู้ 3) การฝึกปฏิบัติ/การอภิปราย 4) การสรุปความรู้ และ 5) การประเมินผล ผู้วิจัยได้นำแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติเสนอผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน เพื่อพิจารณาความเหมาะสมของแผน โดยใช้แบบประเมินที่ครอบคลุมองค์ประกอบสำคัญ ได้แก่ ความสอดคล้องของเนื้อหา กับจุดประสงค์การเรียนรู้ ความเหมาะสมของกิจกรรมการเรียนรู้ สื่อและเทคโนโลยีที่ใช้ เวลาที่ใช้ในแต่ละกิจกรรม วิธีการวัดและประเมินผล และความครบถ้วนของโครงสร้างแผน ทั้งนี้ การประเมินใช้มาตราส่วนประมาณค่าแบบลิเคิร์ต (Likert scale) ระดับ 5 คะแนน ผลการประเมินพบว่า แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติมีระดับความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด ($\bar{X}=4.65-5.00$, $S.D.=0.12-0.17$)

2.3 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวนทั้งหมด 12 ข้อ แบ่งออกเป็น 2 ชุด ชุดละ 6 ข้อ สำหรับทดสอบก่อนเรียน (Pretest) และหลังเรียน (Posttest) ตามลำดับ โดยข้อสอบเป็นแบบอัตนัยในลักษณะของโจทย์ปัญหา ที่ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน ข้อละ 7 คะแนน รวมคะแนนเต็มชุดละ 42 คะแนน โดยมีการให้คะแนนแบบรูบริก (Rubric) แยกตาม 3 ขั้นตอนสำคัญของการแก้ปัญหา คือ 1) การเข้าใจปัญหา 2) การแก้ปัญหา และ 3) การสรุปคำตอบ เพื่อให้การประเมินมีความชัดเจนและเป็นระบบ สามารถดูรายละเอียดเกณฑ์การให้คะแนนอย่างละเอียดได้ในตารางที่ 2 ซึ่งแสดงรายการประเมิน คะแนน และเกณฑ์การพิจารณาของแต่ละระดับคะแนน ผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบโดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน พบว่าแบบทดสอบมีค่าดัชนีความ (Index of item objective congruence: IOC) เท่ากับ 1.00 ค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.56 - 0.66 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.37 - 0.64 และมีค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีค่าเท่ากับ 0.94 โดยใช้วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach's alpha coefficient) (ทรงศักดิ์ ภูสีอ่อน, 2561)

ตารางที่ 2 เกณฑ์การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
ทำความเข้าใจปัญหา	2	นักเรียนสามารถระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการทราบได้ครบถ้วน ชัดเจน และถูกต้อง
	1	นักเรียนสามารถระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่ต้องการทราบได้ แต่ยังไม่ครบถ้วนหรือมีความคลาดเคลื่อน
	0	นักเรียนไม่สามารถระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการทราบ หรือไม่มีร่องรอยแสดงการวิเคราะห์โจทย์

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
การแก้ปัญหา	3	นักเรียนสามารถเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมและถูกต้อง แสดงวิธีทำได้อย่างครบถ้วน เป็นขั้นตอน และเข้าใจง่าย ไม่มีข้อผิดพลาดในกระบวนการคำนวณ แม้จะมีการลัดขั้นตอนบางส่วน แต่ยังคงสื่อสารแนวคิดที่ชัดเจนและถูกต้อง
	2	นักเรียนสามารถเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม แต่แสดงวิธีทำไม่ครบถ้วน หรือมีจุดที่ขาดความชัดเจน อาจมีข้อผิดพลาดเล็กน้อยในกระบวนการคำนวณ หรือตอบไม่ครบทุกคำถาม แต่คำตอบที่มีถูกต้องและแสดงแนวคิดได้ดี
	1	นักเรียนสามารถเลือกวิธีแก้ปัญหาได้ แต่แสดงวิธีทำไม่ได้สมบูรณ์ หรือข้ามขั้นตอนสำคัญจนทำให้แนวคิดคลุมเครือ อาจมีข้อผิดพลาดสำคัญในการคำนวณ ส่งผลให้คำตอบสุดท้ายผิดพลาด หรือตอบได้เพียงบางส่วน
	0	นักเรียนไม่สามารถแสดงแนวทางการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง ไม่มีร่องรอยของความพยายามในการแก้ปัญหา หรือคำตอบไม่เกี่ยวข้องกับโจทย์
การสรุป	2	นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้อง ชัดเจน และสอดคล้องกับโจทย์
คำตอบ	1	นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ แต่ยังไม่ครบถ้วนหรือไม่ชัดเจน
	0	นักเรียนไม่สรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบผิด

2.4 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เป็นแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ครอบคลุมทั้งเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ จากนั้นได้นำแบบทดสอบดังกล่าวให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ประเมินความสอดคล้องของเนื้อหาจุดประสงค์การเรียนรู้ได้ โดยมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of item objective congruence: IOC) อยู่ระหว่าง 0.60 – 1.00 ค่าความยาก (p) อยู่ในช่วง 0.20 - 0.70 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ในช่วง 0.20 – 0.80 และค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน มีค่าเท่ากับ 0.76 โดยใช้วิธีของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน โดยใช้สูตร KR – 20

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

เมื่อสร้างเครื่องมือฉบับสมบูรณ์เรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยนำไปทดลองกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยดำเนินการตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

3.1 ดำเนินการทดสอบก่อนเรียน (Pretest) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/8 ที่เป็นห้องทดลอง และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/5 ที่เป็นห้องควบคุม โดยใช้แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3.2 ดำเนินการทดลอง โดยผู้วิจัยดำเนินการสอนทั้งกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมในเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้เดียวกัน ระยะเวลาเท่ากัน คือ กลุ่มละ 10 คาบ แต่ใช้วิธีในการสอนที่ต่างกัน ดังนี้

3.2.1 กลุ่มทดลอง ผู้วิจัยดำเนินการสอนโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra เรื่อง จำนวนเชิงซ้อนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3.2.2 กลุ่มควบคุม ผู้วิจัยดำเนินการสอนโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ที่สร้างขึ้นตามคู่มือครูของสถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

3.3 เมื่อดำเนินการสอนเสร็จสิ้นแล้ว ทำการทดสอบหลังเรียน (Posttest) ด้วยแบบทดสอบ วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น กับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ใช้เวลา 1 คาบ

3.4 ดำเนินการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลตามขั้นตอน ดังนี้

4.1 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ GeoGebra โดยนำผลคะแนนของการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนมาวิเคราะห์ โดยใช้สถิติทดสอบ Dependent samples t-test

4.2 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ GeoGebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้สถิติ Hotelling's T-square ซึ่งเป็นการทดสอบทางสถิติแบบมัลติแวลวเรียนท์ (Multivariate test) ที่เหมาะสมสำหรับการวิเคราะห์ตัวแปรตามหลายตัวพร้อมกัน เนื่องจากสามารถตรวจสอบความแตกต่างโดยรวมของตัวแปรตามทั้งหมดระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมได้อย่างมีประสิทธิภาพ และพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามเหล่านั้น

ก่อนดำเนินการทดสอบ ผู้วิจัยได้ตรวจสอบสมมติฐานเบื้องต้นที่สำคัญ ได้แก่ การแจกแจงตัวแปรตามเป็นแบบปกติหลายตัวและความเท่าเทียมของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม เพื่อรับรองความถูกต้องในการใช้สถิติ Hotelling's T-square ขั้นตอนการวิเคราะห์ประกอบด้วย การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างตัวแปรตามโดยใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน (Pearson's correlation coefficient) เพื่อประเมินความเชื่อมโยงระหว่างตัวแปร จากนั้นคำนวณค่าสถิติ Hotelling's T-square เพื่อทดสอบความแตกต่างโดยรวมของตัวแปรตามทั้งสองระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม เมื่อพบความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติในระดับรวม ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบ Univariate test เพื่อระบุว่าตัวแปรตามใดมีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างกลุ่ม

ผลการวิจัย

1. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ GeoGebra แสดงดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ GeoGebra โดยใช้สถิติ Dependent samples t-test

ตัวแปร	<i>n</i>	คะแนนเต็ม	$\bar{x}$	<i>S.D.</i>	ร้อยละ	<i>t</i>	<i>p</i>
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์							
ก่อนเรียน	40	42	13.30	4.74	31.67	17.07*	<0.001
หลังเรียน	40	42	33.53	7.87	79.82		
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน							
ก่อนเรียน	40	20	8.30	2.68	41.50	17.44*	<0.001
หลังเรียน	40	20	14.78	2.13	73.88		

**p* < .05

จากตารางที่ 3 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ($\bar{X}$ =33.53 คิดเป็นร้อยละ 79.82 ของคะแนนเต็ม) สูงวก่อนเรียน ($\bar{X}$ =13.30 คิดเป็นร้อยละ 31.67 ของคะแนนเต็ม) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (*t*=17.07) และมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน ($\bar{X}$ =14.78 คิดเป็นร้อยละ 73.88 ของคะแนนเต็ม) สูงวก่อนเรียน ($\bar{X}$ =8.30 คิดเป็นร้อยละ 41.50 ของคะแนนเต็ม) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (*t*=17.44)

2. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ โดยใช้สถิติ Hotelling's T^2 ปรากฏผลดังนี้

2.1 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตาม คือ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ โดยใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน (Pearson's correlation coefficient) ในการตรวจสอบความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างตัวแปรทั้งสอง ผลการวิเคราะห์แสดงดังตารางที่ 4 และ 5

ตารางที่ 4 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สันระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra

ตัวแปร	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	1.000	.733**
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	.733**	1.000

** $p < .01$

จากตารางที่ 4 พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สันระหว่าง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra มีค่าเท่ากับ .733 ซึ่งมีความสัมพันธ์กันอย่างนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ตารางที่ 5 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สันระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

ตัวแปร	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	1.000	.315*
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	.315*	1.000

* $p < .05$

จากตารางที่ 5 พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สันระหว่าง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ มีค่าเท่ากับ .315 ซึ่งมีความสัมพันธ์กันอย่างนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.2 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานคะแนนก่อนเรียนและหลังเรียน ของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียน โดยการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ GeoGebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานคะแนนก่อนเรียนและหลังเรียนของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ GeoGebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

ตัวแปร	รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	n	คะแนนเต็ม	ก่อนเรียน		หลังเรียน	
				$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	นิรนัยร่วมกับ GeoGebra	40	42	13.30	4.74	33.53	7.87
	ปกติ	39	42	3.10	2.70	26.36	11.98
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	นิรนัยร่วมกับ GeoGebra	40	20	8.30	2.68	14.78	2.13
	ปกติ	39	20	4.82	1.54	10.51	2.42

จากตารางที่ 6 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra มีคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนเท่ากับ 13.30 ($S.D.=4.74$) และคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 33.53 ($S.D.=7.87$) ในขณะที่นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติมีคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนเท่ากับ 3.10 ($S.D.=2.70$) และคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 26.36 ($S.D.=11.98$) และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra มีคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนเท่ากับ 8.30 ($S.D.=2.68$) และคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 14.18 ($S.D.=2.13$) ส่วนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติมีคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนเท่ากับ 4.82 ($S.D.=1.54$) และคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 10.51 ($S.D.=2.42$)

2.3 วิเคราะห์การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ GeoGebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ โดยใช้สถิติ Hotelling's T^2 ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ GeoGebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

สถิติทดสอบ	Value	F	Hypothesis df	Error df	p
Pillai's Trace	.476	34.528**	2.000	76.000	.000
Wilks' Lambda	.524	34.528**	2.000	76.000	.000
Hotelling's Trace	.909	34.528**	2.000	76.000	.000
Roy's Largest Root	.909	34.528**	2.000	76.000	.000

** $p < .01$

จากตารางที่ 7 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เมื่อพบว่าคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติแตกต่างกัน จึงทำการทดสอบ Univariate Test ว่าตัวแปรตามของการจัดการเรียนรู้ทั้งสองวิธีแตกต่างกันที่ตัวแปรใด ดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ (Univariate test)

ตัวแปรตาม	SOV	SS	df	MS	F	P
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	Contrast	1014.038	1	1014.038	9.915**	.002
	Error	7874.949	77	102.272		
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	Contrast	358.724	1	358.724	69.276**	<.001
	Error	398.719	77	5.178		

** $p < .01$

จากตารางที่ 8 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งสองวิธีมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra มีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

จากผลดังกล่าวพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra มีคะแนนเฉลี่ยทั้งในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

สรุปผลการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผลการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เมื่อเปรียบเทียบกับก่อนการเรียนรู้ ซึ่งสะท้อนให้เห็นถึงประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวในการส่งเสริมพัฒนาการทางการเรียนรู้ของนักเรียนได้อย่างชัดเจนในสองด้านหลัก ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องจำนวนเชิงซ้อน โดยนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากการวิเคราะห์ด้วยสถิติ โดยคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นจาก 13.30 เป็น 33.53 และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้นจาก 8.30 เป็น 14.78 แสดงให้เห็นว่า รูปแบบการเรียนรู้ดังกล่าวสามารถตอบสนองต่อจุดมุ่งหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้งด้านความรู้และทักษะการประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากแนวคิดของ Ausubel (1968) การเรียนรู้จะเกิดขึ้นอย่างมีความหมายเมื่อผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงข้อมูลใหม่เข้ากับโครงสร้างความรู้เดิมที่มีอยู่ในระบบความคิดของตนอย่างเป็นระเบียบ ซึ่งแนวทางการเรียนรู้แบบนิรนัยที่เริ่มจากการอธิบายหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างชัดเจน ก่อนจะนำไปสู่การฝึกฝนและการประยุกต์ใช้ จึงมีความสอดคล้องกับแนวคิดของ Ausubel โดยช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงและจัดระเบียบความรู้ใหม่ได้อย่างมั่นคงก่อนนำไปสู่การใช้ในการแก้ปัญหา อีกทั้งยังส่งเสริมการพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์เชิงระบบ โดยเฉพาะในบริบทของการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยเหตุผลอย่างมีลำดับและโครงสร้าง

แนวทางนี้ยังสอดคล้องกับกรอบแนวคิดด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวถึงในเอกสารหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560) ซึ่งให้ความสำคัญกับความสามารถในการเข้าใจปัญหา วางแผน เลือกวิธีการที่เหมาะสม และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ อันเป็นทักษะพื้นฐานที่จำเป็นต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำไปใช้ในสถานการณ์จริง ทั้งนี้แนวคิดเรื่องกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการยอมรับในระดับสากล คือ แนวคิดของ Polya (1985) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การเข้าใจปัญหา 2) การวางแผน 3) การลงมือแก้ปัญหา และ 4) การตรวจสอบคำตอบ โดยกรอบแนวคิดนี้ได้รับการสนับสนุนจากงานของ Schoenfeld (2013) ที่ชี้ให้เห็นว่าการออกแบบกิจกรรมที่สอดคล้องกับโครงสร้างดังกล่าว ช่วยส่งเสริมการคิดวิเคราะห์และการเรียนรู้เชิงลึก โดยเฉพาะในระดับมัธยมศึกษา ซึ่งเป็นช่วงวัยที่พัฒนาทักษะด้านเหตุผลและการประยุกต์ใช้อย่างเข้มข้น

นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับแนวคิดของ Bruner (1966) เรื่องการเรียนรู้แบบโครงสร้าง (Spiral curriculum) ที่เสนอให้เนื้อหาควรถูกนำเสนอด้วยโครงสร้างที่เข้าใจง่ายและสามารถขยายต่อได้ ซึ่งในกรณีนี้โครงสร้าง 5 ขั้นตอน ได้แก่ การกำหนดขอบเขตของปัญหา การอธิบายหลักการ การใช้หลักการแก้ปัญหา การตรวจสอบ และการฝึกปฏิบัติ ถือเป็นกระบวนการที่เอื้อให้ผู้เรียนสร้างความเข้าใจเชิงลึกและสามารถเชื่อมโยงแนวคิดได้อย่างต่อเนื่อง

เมื่อพิจารณาการใช้ GeoGebra เป็นเครื่องมือในการจัดการเรียนรู้ พบว่า แนวคิดของ Mayer (2009) เรื่อง Cognitive theory of multimedia learning อธิบายว่า การนำเสนอเนื้อหาผ่านสื่อหลายรูปแบบ

ทั้งภาพเคลื่อนไหวและข้อความ ช่วยส่งเสริมความเข้าใจในเนื้อหาที่ซับซ้อนได้ดีกว่าการเรียนรู้ผ่านข้อความล้วน ซึ่งสนับสนุนการใช้ GeoGebra ที่สามารถจำลองแนวคิดนามธรรม เช่น จำนวนเชิงซ้อนบนระนาบ การหมุนและการแปลงเวกเตอร์ ให้เป็นภาพโต้ตอบที่นักเรียนสามารถทดลองและสังเกตได้โดยตรง การใช้โปรแกรมนี้จึงสอดคล้องกับหลักการเรียนรู้ด้วยสื่อประสม ซึ่งช่วยพัฒนาองค์ความรู้ทั้งเชิงแนวคิดและกระบวนการอย่างมีประสิทธิภาพ เนื่องจากการเรียนรู้เชิงนามธรรมจำเป็นต้องมีเครื่องมือช่วยสร้างภาพและความเข้าใจแบบโต้ตอบ GeoGebra จึงมีบทบาทสำคัญในการสนับสนุนกระบวนการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ดังที่เห็นได้ในงานของ Sunzuma (2023) ที่พบว่า การใช้ GeoGebra ช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาพีชคณิตและจำนวนเชิงซ้อนซึ่งมีลักษณะเป็นนามธรรมได้ดีขึ้น ผ่านการจำลองและปรับเปลี่ยนค่าตัวแปรในแบบจำลองอย่างยืดหยุ่น และยังสอดคล้องกับ Zulnaidi et al. (2020) ที่ทำการศึกษาผลของการใช้ซอฟต์แวร์ GeoGebra ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย ระบุว่า การใช้ GeoGebra ช่วยเพิ่มทั้งความเข้าใจเชิงแนวคิดและกระบวนการเรียนรู้ โดยเฉพาะในหัวข้อที่ซับซ้อนทางนามธรรม เช่น ฟังก์ชันและลิมิตของฟังก์ชัน เนื่องจากซอฟต์แวร์สามารถแสดงภาพและกราฟประกอบได้อย่างชัดเจน เป็นมิตรต่อผู้ใช้ และช่วยลดภาระของครูในการอธิบายแนวคิด ทั้งยังส่งเสริมให้กระบวนการเรียนรู้ของนักเรียนมีความกระตือรือร้นและเกิดปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียนมากยิ่งขึ้น นอกจากนี้ Alabdulaziz et al. (2021) ที่ศึกษาประสิทธิภาพของโปรแกรม GeoGebra ในการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนของผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา พบว่า การใช้โปรแกรม GeoGebra ในการจัดการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมทั้งผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนของผลการเรียนรู้ โดยเฉพาะในหัวข้อจำนวนเชิงซ้อนและเรขาคณิตเชิงขั้ว ซึ่งต้องการความเข้าใจในระดับการประยุกต์และวิเคราะห์ อีกทั้งยังส่งผลให้นักเรียนมีพัฒนาการทางการเรียนรู้เหนือกว่าการเรียนแบบปกติอย่างชัดเจน ซึ่งแสดงให้เห็นว่า GeoGebra ช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงแนวคิดเชิงนามธรรมในเรื่องจำนวนเชิงซ้อนให้เห็นเป็นภาพเป็นรูปธรรมได้อย่างชัดเจนมากยิ่งขึ้น ซึ่งผลวิจัยในครั้งนี้อย่างสอดคล้องกับงานของ สุกฤษฎี ชุมภูจันทร์ (2563) ที่พบว่า การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายได้อย่างชัดเจน โดยนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบดังกล่าวมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่ามาตรฐานที่กำหนด เช่นเดียวกับงานของ วนิดา ศรีหา (2566) ที่พบว่า การใช้ GeoGebra ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และสอดคล้องกับงานของ ฉลาด สายสินธ์ (2561) ที่พัฒนากระบวนการเรียนรู้โดยใช้ GeoGebra สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย และพบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยโปรแกรมดังกล่าวมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่ากลุ่มที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

การจัดการเรียนรู้ที่มีโครงสร้างเป็นระบบ ผสานกับเครื่องมือเทคโนโลยีทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยกระตุ้นการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ เช่น GeoGebra จึงถือเป็นแนวทางที่มีศักยภาพสูงสำหรับการพัฒนาผู้เรียน โดยเฉพาะในด้านการคิดวิเคราะห์ การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และการประยุกต์ใช้ความรู้ในสถานการณ์ที่ซับซ้อน ซึ่งเป็นเป้าหมายสำคัญของการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในเรื่องจำนวนเชิงซ้อนสูงกว่า

นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ผลลัพธ์ดังกล่าวสะท้อนถึงประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่มีโครงสร้างชัดเจนและเสริมด้วยเทคโนโลยีทางคณิตศาสตร์อย่าง GeoGebra ในการพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนได้อย่างเป็นระบบ โดยเฉพาะในด้านการทำความเข้าใจแนวคิดเชิงนามธรรม การประยุกต์ใช้หลักการในการแก้ปัญหา และการเสริมสร้างทักษะการคิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล

แนวคิดการเรียนรู้แบบนิรนัย (Deductive learning) ของ Ausubel (1968) สนับสนุนว่าการจัดการเรียนรู้ที่เริ่มต้นจากการให้ทฤษฎีหรือหลักการก่อนการปฏิบัติ จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาได้อย่างเป็นระบบ เหมาะสมอย่างยิ่งกับเนื้อหาที่มีความซับซ้อนและนามธรรมสูง เช่น จำนวนเชิงซ้อน การใช้สื่อเทคโนโลยีอย่าง GeoGebra เสริมในกิจกรรมการเรียนรู้ยังสอดคล้องกับแนวคิดของ Mayer (2009) เรื่องการเรียนรู้ผ่านสื่อหลายมิติ (Multimedia learning theory) ซึ่งชี้ว่า การใช้ภาพเคลื่อนไหวและการมีปฏิสัมพันธ์กับสื่อสามารถช่วยส่งเสริมการเข้าใจเชิงลึกของผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

GeoGebra ทำหน้าที่เป็นเครื่องมือที่ช่วยลดความซับซ้อนของแนวคิดนามธรรม โดยช่วยให้ผู้เรียนสามารถมองเห็นภาพของจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบที่จับต้องได้ เช่น การแสดงจุดเชิงซ้อนบนระนาบ การหมุน การสะท้อน และการขยายภาพเวกเตอร์ ผู้เรียนสามารถทดลอง ปรับเปลี่ยน และสังเกตผลลัพธ์แบบโต้ตอบ ซึ่งสอดคล้องกับกระบวนการสร้างความรู้ด้วยตนเองผ่านการลงมือกระทำตามแนวคิดของ Papert (1980)

ผลการวิจัยนี้สอดคล้องกับงานของ ธนกุล อธิยาจิรกุล (2565) ที่ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับการเรียนแบบปกติ พบว่าผู้เรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญ ซึ่งแสดงให้เห็นว่ารูปแบบการเรียนรู้ที่มีโครงสร้างกิจกรรมชัดเจนและกระตุ้นการคิดสามารถส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์และทักษะการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ และจากผลการวิจัยของปรีชญา วรศิริ และคณะ (2568) ซึ่งพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยและแนวคิดของโพลยา ร่วมกับสื่อจีโอจีบรา เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่องเส้นขนาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์อย่างมีนัยสำคัญ และแผนการจัดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด โดยเฉพาะเมื่อใช้ GeoGebra เป็นเครื่องมือสร้างภาพเชิงโครงสร้างและกระตุ้นการคิดวิเคราะห์

นอกจากนี้ นันทิยา สุภาพันธุ์ และคณะ (2567) ศึกษาการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้โจทย์กราฟของฟังก์ชันกำลังสองของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้โปรแกรม GEOGEBRA ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนโดยใช้โปรแกรม GeoGebra ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการใช้เครื่องมือ GeoGebra ช่วยส่งเสริมการเข้าใจแนวคิดเชิงโครงสร้างในลักษณะที่นักเรียนสามารถเชื่อมโยงข้อมูลได้ดียิ่งขึ้น

ในทางตรงกันข้าม การจัดการเรียนรู้แบบปกติซึ่งใช้แนวทางการสืบเสาะตามแนวทางของ สสวท. แม้จะส่งเสริมให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง แต่เมื่อนำมาใช้กับเนื้อหาที่มีความซับซ้อนและนามธรรมสูง เช่น จำนวนเชิงซ้อน ซึ่งต้องอาศัยการเข้าใจหลายมิติ และการวิเคราะห์เชิงโครงสร้าง การขาดโครงสร้างการชี้นำและสื่อช่วยในการสร้างภาพ อาจนำไปสู่การเข้าใจเนื้อหาอย่างไม่ต่อเนื่อง ขาดการเชื่อมโยง และไม่สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ งานของ Hattie (2009) ชี้ให้เห็นว่า การเรียนรู้ที่มีครูเป็นผู้นำโดยใช้การอธิบายที่ชัดเจนมักส่งผลดีกว่าการเรียนรู้แบบเปิดในกรณีของเนื้อหาที่ซับซ้อน

ผลการวิเคราะห์ยังพบว่า กลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra มีระดับความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในระดับสูงอย่างมีนัยสำคัญ ในขณะที่กลุ่มเรียนด้วยวิธีปกติมีระดับความสัมพันธ์ที่ต่ำกว่าอย่างชัดเจน ข้อค้นพบนี้สะท้อนถึงความเชื่อมโยงที่มั่นคงระหว่างความเข้าใจเชิงแนวคิดกับการนำไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นลักษณะสำคัญของการเรียนรู้แบบนิรนัยที่ใช้เครื่องมือเทคโนโลยีช่วยส่งเสริมการเรียนรู้

ผลการวิจัยในครั้งนี้สะท้อนให้เห็นว่า การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra เป็นแนวทางที่มีศักยภาพสูงในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยเฉพาะกับเนื้อหาที่ซับซ้อน ซึ่งต้องอาศัยการสร้างภาพ ความเข้าใจเชิงโครงสร้าง และการประยุกต์ใช้ความรู้ในบริบทใหม่ ทั้งนี้ ผลลัพธ์ที่ได้รับสอดคล้องกับแนวคิดทางการศึกษาศาสตร์ใหม่ที่เน้นการบูรณาการความรู้ เทคโนโลยี และกระบวนการคิดเชิงระบบ เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้มีความเข้าใจเชิงลึก ยั่งยืน และสามารถนำความรู้ไปใช้ได้จริงในสถานการณ์ต่าง ๆ

ข้อเสนอแนะการวิจัย

1. ข้อเสนอแนะสำหรับการนำผลการวิจัยไปใช้

1.1 ควรออกแบบสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้มีระดับความซับซ้อนที่แตกต่างกัน และเชื่อมโยงกับสาระการเรียนรู้ เพื่อให้สามารถประเมินความสามารถของผู้เรียนได้อย่างรอบด้าน ทั้งในด้านความเข้าใจแนวคิดพื้นฐาน การประยุกต์ใช้ และการวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล

1.2 ควรวางแผนลำดับขั้นตอนของกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับกระบวนการเรียนรู้แบบนิรนัย โดยเน้นกิจกรรมที่ใช้ GeoGebra เพื่อแสดงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ในลักษณะพลวัต และช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นภาพรวมของแนวคิดได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรศึกษาเพิ่มเติมเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนในระหว่างการใช้ GeoGebra เช่น การคิดวิเคราะห์ การมีปฏิสัมพันธ์กับเครื่องมือ และการแสดงออกเชิงความเข้าใจ เพื่อให้ได้ข้อมูลเชิงลึกที่สามารถนำไปพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ได้ตรงจุดยิ่งขึ้น

2.2 ควรศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยที่ส่งผลต่อตัวแปรอื่น ๆ เช่น เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ หรือทักษะการคิดวิเคราะห์ เพื่อให้เข้าใจผลกระทบของรูปแบบการเรียนรู้ได้อย่างรอบด้าน

เอกสารอ้างอิง

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- ฉลาด สายสินธ์. (2561). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมจีโอจีบร้า เรื่อง ลำดับ และอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. *วารสารการวัดผลการศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม*, 25(2), 82-95.
- ชูศรี วงศ์รัตน์, และ องอาจ นัยพัฒน์. (2551). *แบบแผนการวิจัยเชิงทดลองและสถิติวิเคราะห์: แนวคิดพื้นฐานและวิธีการ*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทรงศักดิ์ ภูสีอ่อน. (2561). *การวิจัยและพัฒนาทางการศึกษา*. มหาสารคาม: ตักสิลาการพิมพ์.
- ทิตนา แคมมณี. (2564). *ศาสตร์การสอน องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธนภุต อธิยาจิรกุล, และ สุณิสา สุมิตรณะ. (2565). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับการเรียนแบบปกติ. *วารสารมหาจุฬานาครทรรค์*, 9(5), 161-173.
- นันทิยา สุภาพันธุ์, ประภาพร หนองหารพิทักษ์, และ ปวีณา ชันธิ์สีลา. (2567). การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้โจทย์กราฟของฟังก์ชันกำลังสองของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้โปรแกรม GEOGEBRA ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา. *วารสารครุศาสตร์อุตสาหกรรม*, 23(1), 74-83.
- ปรีชญา วรศิริ, มะลิวัลย์ ภัทรชาลีกุล, และ นิภาพร ชุตินันต์. (2568). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยและแนวคิดของโพลยาพร้อมกับสื่อจีโอจีบร้า เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่องเส้นขนาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. *วารสารมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม*, 19(1), 369-380.
- พงศกร สุวรรณะ. (2562). *การพัฒนาหนังสืออิเล็กทรอนิกส์โดยใช้วิธีการนำเสนอแบบนิรนัย เรื่อง การหาพื้นที่สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนปรีชาานุศาสน์ [วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยบูรพา]*.
- พลวิสันต์ สิงหาอาจ. (2555). *ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการคิดวิจารณ์ญาณและการแก้ปัญหาระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้วิธีสอนแบบ KWDL วิธีสอนแบบนิรนัยและวิธีสอนตามรูปแบบของ สสวท. ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนบ้านกรวดวิทยาการ [วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม]*.

- รมิดา จันทน์. (2562). การศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. [วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยบูรพา].
- โรงเรียนสารคามพิทยาคม. (2567). รายงานผลคะแนน O-NET ปีการศึกษา 2564–2566. เอกสารภายใน, โรงเรียนสารคามพิทยาคม.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). การวัดและการประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ซีเอ็ดยูเคชั่น
- สุกฤษฎี ขุมภูจันทร์. (2563). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับโปรแกรมจีโอเจิบร้า เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 [วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม].
- สุวิทย์ มูลคำ, และ อรทัย มูลคำ. (2547). 21 วิธีการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนากระบวนการคิด. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- วนิดา ศรีหา. (2566). ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วารสารราชภัฏสุรินทร์วิชาการ, 1(4), 1–14.
- Alabdulaziz, M. S., Aldossary, S. M., Alyahya, S. A., Alenezi, M. N., Alabdulwahab, R. S., & Alhammad, M. M. (2021). The effectiveness of the GeoGebra programme in the development of academic achievement and survival of the learning impact of the mathematics among secondary stage students. *Education and Information Technologies*, 26(3), 2685–2713. <https://doi.org/10.1007/s10639-020-10371-5>
- Ausubel, D. P. (1968). *Educational psychology: A cognitive view*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Belecina, R. R., & Ocampo Jr, J. M. (2018). Effecting change on students' critical thinking in problemsolving. *Educare*, 10(2), 109-118. <https://journals.mindamas.com/index.php/educare/article/view/949>
- Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Harvard University Press.
- Diković, L. (2009). Applications GeoGebra into teaching some topics of mathematics at the college level. *Computer Science and Information Systems*, 6(2), 191–203. <https://doi.org/10.2298/csis0902191D>
- Doorman, M., Drijvers, P., Dekker, T., Van Den Heuvel-Panhuizen, M., de Lange, J., & Wijers, M. (2007). Problem-solving as a challenge for mathematics education in The Netherlands. *ZDM*, 39, 405-418. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-007-0043-2>

- English, L. D., & Gainsburg, J. (2015). Problem-solving in a 21st-century mathematics curriculum. In *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 313-335). <https://doi.org/10.4324/9780203448946-15>
- Gonçalves, R., Costa, C., & Abreu, T. (2018). Computer algebra systems and dynamic geometry software as beneficial tools in teaching and learning linear algebra. In *International Conference on Technology and Innovation in Learning, Teaching and Education* (pp. 343-356). Cham: Springer International Publishing. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-030-20954-4_26
- Hattie, J. (2009). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. Routledge.
- Handal, B., Campbell, C., Cavanagh, M., Petocz, P., & Kelly, N. (2013). Technological pedagogical content knowledge of secondary mathematics teachers. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 13(1), 22-40.
- Hohenwarter, M., & Fuchs, K. (2004). Combination of dynamic geometry, algebra, and calculus in the software system GeoGebra. In *Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference* (Vol. 2002, pp. 1-6).
- Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y. & Lavicza, Z. (2008). *Teaching and learning calculus with free dynamic mathematics software GeoGebra*. TSG16: Research and development in the teaching and learning of calculus ICME 11, Montmerry, Mexico, 1-9.
- Huang, J., Cai, Y., Lv, Z., Huang, Y., & Zheng, X. L. (2024). Towards self-regulated learning: Effects of different types of data-driven feedback on pupils' mathematics. *Frontiers in Psychology*, 15, 1356852. <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fpsyg.2024.1356852/full>
- Maharjan, M., Dahal, N., & Pant, B. P. (2022). ICTs into mathematical instructions for meaningful teaching and learning. *Advances in Mobile Learning Educational Research*, 2(2), 341-350. <http://dx.doi.org/10.25082/AMLER.2022.02.004>
- Mayer, R. E. (2009). *Multimedia learning* (2nd ed.). Cambridge University Press.
- Muis, K. R. (2008). Epistemic profiles and self-regulated learning: Examining relations in the context of mathematics problem-solving. *Contemporary Educational Psychology*, 33(2), 177-208. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0361476X06000658>

- Muslim, N. E. I., Zakaria, M. I., & Fang, C. Y. (2023). A systematic review of GeoGebra in mathematics education. *International Journal of Academic Research in Progressive Education and Development*, 12(3), 1192-1203. <http://dx.doi.org/10.6007/IJARPED/v12-i3/19133>
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1991). *Professional and standards for teaching mathematics*. Reston, Virgin: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas*. Basic Books.
- Polya. G. (1985). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.
- Schoenfeld, A. H. (2013). *Mathematical problem solving*. In S. L. Swartz (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 311–326). Routledge.
- Srinivas, T. A. S., Srinivas, S., Donald, D., Sameena, M., Rekha, K., & Srihith, I. V. (2023). Unlocking the power of Matlab: A comprehensive survey. *International Journal of Advances in Research, Science, and Communication Technology*, 3(1) 20-31. <https://doi.org/10.48175/IJARSCT-9005>
- Sunzuma, G. (2023). Technology integration in geometry teaching and learning: A systematic review (2010–2022). *International Journal on Math, Science and Technology Education*, 11(3) <https://doi.org/10.31129/LUMAT.11.3.1938>
- Uwurukundo, M. S., Maniraho, J. F., & Rwibasira. M. T (2022). Effect of GeoGebra software on secondary school students' achievement in 3-D geometry. *Education and Information Technologies*, 27(4), 5749-5765. <https://doi.org/10.1007/s10639-021-10852-1>
- Velichova, D. (2011). Interactive maths with GeoGebra. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (IJET)*, 6(1), 31-35. <https://doi.org/10.3991/ijet.v6iS1.1620>
- Zengin, Y., Furkan, H., & Kutluca, T. (2012). The effect of dynamic mathematics software GeoGebra on student achievement in teaching of trigonometry. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 31, 183-187. <http://dx.doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.12.038>
- Zulnaidi, H., Oktavika, E., & Hidayat, R. (2020). Effect of use of GeoGebra on achievement of high school mathematics students. *Education and Information Technologies*, 25(1), 51–72. <https://doi.org/10.1007/s10639-019-09899-y>