

การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น โดยใช้รูปแบบการสอน
ตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหา
สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

A CLASSROOM ACTION RESEARCH ON DATA ANALYSIS AND PROBABILITY USING CONSTRUCTIVISM
TEACHING MODEL WITH PROBLEM SOLVING TEACHING METHOD FOR LOWER SECONDARY SCHOOL STUDENTS

วิวัฒน์ ลิ้มมงคล¹ สมคิด อินเทพ^{2*} และ จุฑาพร เนียมวงศ์²

Wissawat Leemongkol¹, Somkid Intep^{2*} and Jutaporn Neamwonk²

¹สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี 20131

²ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี 20131

¹Program in Mathematics Education, Faculty of Science Burapha University, Chonburi 20131, Thailand

²Department of Mathematics, Faculty of Science Burapha University Chonburi 20131, Thailand

*Corresponding author: Email: intep@buu.ac.th

รับบทความ 8 พฤษภาคม 2562 แก้ไขบทความ 3 มิถุนายน 2562 ตอบรับบทความ 9 กรกฎาคม 2562 เผยแพร่บทความ กรกฎาคม 2563

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) พัฒนารูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหา สาธการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น 2) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 3) ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ 4) ศึกษาเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ งานวิจัยนี้ใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน (Action Research) มีทั้งหมด 3 วงจร ได้แก่ 1) ความรู้พื้นฐานสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น 2) ความน่าจะเป็น และ 3) การวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งแต่ละวงจรประกอบด้วย 4 ขั้นตอนคือ 1) การวางแผน (plan) 2) การปฏิบัติตามแผน (act) 3) การสังเกต (observe) และ 4) การสะท้อนผล (reflect) โดยกลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่สมัครใจเรียนในคาบชุมนุม ปีการศึกษา 2561 โรงเรียนชลบุรี "สุขบท" อำเภอเมืองชลบุรี จังหวัดชลบุรี จำนวน 33 คน เก็บข้อมูลโดยใช้ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหา จำนวน 9 แผน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์

ผลการวิจัย พบว่า รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหา สาธการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ (E_1/E_2) 70/70 ในวงจรที่ 1 มีค่าเป็น 70.51/69.70 ในขณะทั้งวงจรที่ 2 และ 3 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์โดยมีค่าเป็น 83.60/79.29 และ 80.88/81.57 ตามลำดับ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนมีค่าดัชนีประสิทธิผลรายกลุ่มเท่ากับ 0.69 ซึ่งมากกว่าเกณฑ์ 0.5 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีค่าดัชนีประสิทธิผลรายกลุ่มของวงจรที่ 1 - 3 เท่ากับ 0.69, 0.76 และ 0.79 ตามลำดับซึ่งมากกว่าเกณฑ์ 0.5 เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า คะแนนเฉลี่ยในวงจรที่ 1 - 3 คือ 2.77, 3.01 และ 3.16 คะแนน ตามลำดับซึ่งสูงกว่า 2.50 คะแนน และอยู่ในระดับค่อนข้างมาก

คำสำคัญ: การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน, คอนสตรัคติวิสต์, การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น, การสอนกระบวนการแก้ปัญหา

ABSTRACT

The purposes of this research were to: 1) develop a model for mathematics learning activities based on a constructivist teaching model integrated with a problem-solving teaching method on the topic of data analysis and probability for lower secondary school students, 2) examine student mathematics learning achievement, 3) explore student abilities to solve mathematical problems, and 4) examine student attitudes toward learning mathematics. This research employed action research comprising three spirals: 1) basic knowledge on data analysis and probability, 2) probability, and 3) data analysis. Each spiral consisted of four steps: plan, act, observe, and reflect. The target samples were 33 lower secondary school students who voluntarily participated in school club activity period in the academic year 2018 at Chonburi "Sukkhobot" School, Mueang Chonburi

District, Chonburi Province. The research tools for data collection were nine lesson plans of a constructivist teaching model based on a constructivist teaching model integrated with a problem-solving teaching method, a learning achievement test, a test of mathematical problem-solving ability, and an attitude test toward learning mathematics.

The results revealed that the developed teaching model had an efficiency of 70.51/69.70 in the first spiral whilst the second and third spiral achieved efficiencies higher than the set criteria of 70/70, which were 83.60/79.29 and 80.88/81.57 respectively. For students' learning achievement, the effectiveness index equaled 0.69, which was greater than the criteria of 0.5. For the student abilities to solve mathematical problems, the effectiveness index of the first to the third spiral were 0.69, 0.76 and 0.79 respectively, which were greater than the criteria of 0.5. The student attitudes toward mathematics learning in the first to third spiral were 2.77, 3.01 and 3.16 respectively, which were higher than 2.50 points and could be defined as a quite high level.

Keywords: Classroom Action Research, Constructivism, Data Analysis and Probability, Problem-Solving Teaching Method

บทนำ

หนึ่งในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญอย่างยิ่งในยุค ประเทศไทย 4.0 ได้แก่ วิชาทางด้านสถิติ และความน่าจะเป็น ดังที่ Joshua Mitteldorf (2002) ได้กล่าวไว้ว่าสถิติ และ ความน่าจะเป็น เป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่งในการตัดสินใจที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของทุกคน ซึ่งในชีวิตของเราทุกคนการตัดสินใจมักจะมีความเสี่ยง และอาจทำให้เราเกิดความผิดพลาดได้เมื่อเราตัดสินใจผิด ดังนั้น ทฤษฎีความน่าจะเป็นจึงเป็นสิ่งที่ช่วยให้เราตัดสินใจถึงสิ่งที่เราต้องการ ยิ่งไปกว่านั้นในชีวิตการทำงานผู้คนใช้สถิติและความน่าจะเป็นมากกว่าสาขาอื่น ๆ ในคณิตศาสตร์ การทดลองของนักวิทยาศาสตร์ใช้สถิติทุกครั้งที่ต้องรายงานผลการทดลอง เพื่อแสดงความถูกต้องของการตรวจวัดและความเป็นไปได้ที่อาจเกิดขึ้น นักวิจัยทางการแพทย์ใช้สถิติเพื่อพัฒนาประสิทธิภาพของยาและการรักษาโรค นักสังคมศาสตร์ใช้สถิติเพื่อสรุปเกี่ยวกับพฤติกรรมของมนุษย์ นักการตลาดและนักสำรวจความคิดเห็นใช้สถิติในการทำงานเพื่อประโยชน์ของลูกค้าของพวกเขา บริษัทประกันภัยใช้แผนธุรกิจที่ยึดหลักตามทฤษฎีความน่าจะเป็น แต่จากการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติชั้นพื้นฐาน (O-net) ที่เป็นการประเมินการศึกษาในระดับชาติ พบว่า คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนชลบุรี “สุขบท” ในปี พ.ศ. 2557 - 2559 มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 47.70, 27.00 และ 14.45 ตามลำดับ (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน)) ซึ่งพบว่า วิชาคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยไม่ถึงร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม และมีแนวโน้มที่ไม่สูงขึ้น โดยเฉพาะสาระการเรียนรู้การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ที่ทั้งคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศและคะแนนเฉลี่ยของโรงเรียนต่ำลงทุกปี ซึ่งจากประสบการณ์การสอนและการสัมภาษณ์ครูประจำรายวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนชลบุรี “สุขบท” พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีเจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียนรู้การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น เนื่องจากในส่วนของเนื้อหาส่วนใหญ่จะเป็นการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องจำสูตรเยอะ นำไปใช้ในการแก้ปัญหาไม่เป็น และก่อให้เกิดเจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

จากปัญหาที่กล่าวมานั้นสามารถแก้ไขได้โดยการใช้แนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ที่เป็นแนวคิดที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ และต้องคำนึงถึงความต้องการและความแตกต่างของผู้เรียนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีพัฒนาการเติมตามศักยภาพ ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล รักการเรียนรู้และสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง (อนุชา โสมาบุตร, 2556) โดยที่แนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์มีพื้นฐานมาจากแนวคิดของ Piaget ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ ด้วยการลงมือกระทำ เพราะ Piaget เชื่อว่าถ้าผู้เรียนถูกกระตุ้นด้วยปัญหาที่ก่อให้เกิดความขัดแย้งทางปัญญา ผู้เรียนต้องเชื่อมโยงโครงสร้างทางปัญญาเดิม หรือความรู้เดิมที่มีมาก่อนกับข้อมูลใหม่ จนกระทั่งผู้เรียนสามารถปรับโครงสร้างทางปัญญาเข้าสู่สภาพสมดุล หรือสามารถที่จะสร้างความรู้ใหม่ขึ้นมาได้ หรือเกิดการเรียนรู้ขึ้นเอง และ Vygotsky ที่เชื่อว่าผู้เรียนสร้างความรู้โดยผ่านการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกับผู้อื่น ไม่ว่าจะเป็นพ่อแม่ ครู เพื่อน รวมทั้งบุคคลและสิ่งแวดล้อมรอบข้าง จึงต้องจัดสถานการณ์ปัญหาที่ทำให้เกิดการคิดหาทางในการแก้ปัญหา โดยนำความรู้ใหม่และความรู้เดิมมาสัมพันธ์กันจนเกิดความรู้ ความคิดใหม่ ได้มีโอกาสสร้างความรู้ด้วยตนเองจึงเป็นความรู้ที่มีความหมายสำหรับผู้เรียน โดยเฉพาะ (ณัฐพรหม อินทุยศ, 2553)

โรงเรียนชลบุรี “สุขบท” มีการจัดกิจกรรมพัฒนาผู้เรียนโดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้พัฒนากระบวนการเรียนรู้ โดยนำกิจกรรมชุมนุมซึ่งเป็นกิจกรรมที่จัดตามความสนใจ ความถนัดของผู้เรียนเข้าเป็นส่วนหนึ่งในกิจกรรมพัฒนาผู้เรียน ซึ่งทางโรงเรียนจัดกิจกรรมชุมนุมให้นักเรียนได้เรียนทุกระดับชั้น ในการเรียนกิจกรรมชุมนุมจะมีชั่วโมงชุมนุมสัปดาห์ละ 1 ชั่วโมง ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะจัดทำ การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหา สาระการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น สำหรับ

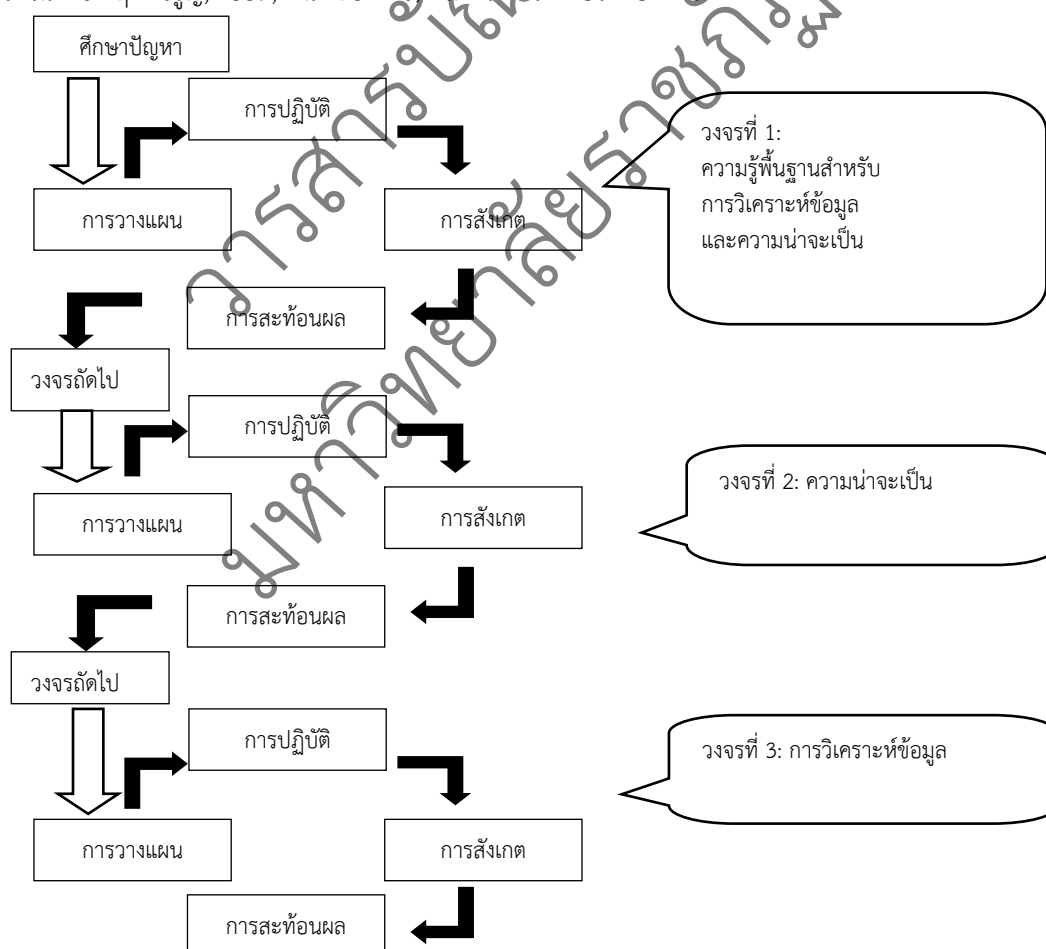
นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยมีขั้นตอนการดำเนินการวิจัยปฏิบัติในชั้นเรียนแบบวงจร Plan – Act – Observe – Reflect (PAOR) ของ Kemmis และ McTaggart (1988, pp. 10 - 14) เพื่อศึกษาสำรวจสภาพปัญหาของการปฏิบัติงาน การวิเคราะห์สาเหตุของปัญหา แล้วกำหนดแนวทาง วิธีการแก้ปัญหา สรุปผลการแก้ปัญหา และสะท้อนผลต่อการปฏิบัติการแก้ปัญหาว่าประสบความสำเร็จหรือไม่ มีแนวทางหรือวิธีการปรับปรุงแก้ไขการปฏิบัติงานในระยะต่อไปอย่างไร ต่อเนื่องไปเรื่อย ๆ เป็นวงจร เพื่อพัฒนา และแก้ปัญหาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน และนำไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประสิทธิภาพต่อไป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อพัฒนารูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ สาระการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นโดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหา
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สาระการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นโดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหา
3. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นโดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหา
4. เพื่อศึกษาเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นหลังรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหา

กรอบแนวคิดในการวิจัย

กรอบแนวคิดในการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหานักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ดำเนินงานในการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนโดยใช้วงจร PAOR ของ Kemmis และ McTaggart (1988 อ้างถึงใน พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2559, หน้า 38 - 40) แสดงได้ดังภาพประกอบ 1 และ 2



ภาพประกอบ 1 การดำเนินงานในการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนโดยใช้วงจร PAOR



ภาพประกอบ 2 การดำเนินงานในแต่ละขั้นตอนของการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนโดยใช้วงจร PAOR

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่สมัครใจเรียนในคาบชุมนุม ในภาคเรียนที่ 1 และ 2 ปีการศึกษา 2561 โรงเรียนชลบุรี “สุขบท” อำเภอเมืองชลบุรี จังหวัดชลบุรี จำนวน 33 คน แบ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 12 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 15 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 6 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 9 แผน
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน และ หลังเรียน เป็นข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ
3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. แบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ที่วัดองค์ประกอบทั้ง 3 ด้าน คือ 1. ทัศนคติในคุณค่าหรือประโยชน์ของคณิตศาสตร์ 2. ความรู้สึกต่อคณิตศาสตร์ 3. ความพร้อมที่จะกระทำหรือเรียนคณิตศาสตร์ ด้านละ 4 ข้อ รวม 12 ข้อ

วิธีการรวบรวมข้อมูล

ก่อนเข้าสู่ขั้นการปฏิบัติตามแผน ผู้วิจัยทดสอบนักเรียนกลุ่มเป้าหมายด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน (Pretest) และให้นักเรียนกลุ่มเป้าหมายตอบแบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนเรียนวงจรที่ 1 ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพปรับปรุงแก้ไขแล้ว จากนั้นดำเนินการวิจัยโดยใช้กระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการ คือ การวางแผน (plan) การปฏิบัติตามแผน (action) สังเกตและรวบรวมข้อมูล ที่เกิดขึ้นจากการปฏิบัติตามแผน (observe) และการสะท้อนผลการปฏิบัติ (reflect) ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหา เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น กับกลุ่มเป้าหมาย ซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนด้วยตนเอง ใช้เวลาสอนทั้งสิ้น 14 ชั่วโมง จำนวน 9 แผนดังตาราง 1

ตาราง 1 ตารางแสดงเนื้อหารายวิชา

วงจรที่	ชั่วโมงที่	เนื้อหา
ก่อนเริ่มวงจรที่ 1	1	ทำแบบทดสอบก่อนเรียนและแบบทดสอบก่อนเรียนวงจรที่ 1
1	2	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 : การเขียนเซตเบื้องต้น
	3	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 : การดำเนินการบนเซต
	4	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 : โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนสมาชิกในเซต
	5	ทำแบบทดสอบท้ายวงจรที่ 1 และแบบทดสอบก่อนเรียนวงจรที่ 2
2	6	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 : กฎการคูณ
	7	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 : กฎการบวก
	8	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 : ความน่าจะเป็น
	9	ทำแบบทดสอบท้ายวงจรที่ 2 และแบบทดสอบก่อนเรียนวงจรที่ 3
3	10	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 : ความหมายของข้อมูล
	11	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 : ค่ากลางของข้อมูล
	12	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 : การใช้ค่ากลางของข้อมูล
	13	ทำแบบทดสอบท้ายวงจรที่ 3
หลังจบวงจรที่ 3	14	ทำแบบทดสอบหลังเรียน

โดยผู้วิจัยจะดำเนินการในแต่ละวงจรดังต่อไปนี้

1. ขั้นวางแผน (Plan)

ผู้วิจัยพิจารณาแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหาที่ได้ไปทดลองใช้ (Try out) รวมถึงสิ่งที่ได้จากการสะท้อนผลในวงจรก่อนหน้า (ในกรณีวงจรที่ 2 และ 3) ควบคู่กับการพิจารณาผลจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน (Pretest) และการตอบแบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนเรียนแต่ละวงจรถวาย เพื่อนำมาปรับปรุงและแก้ไขจากปัญหาที่พบก่อนนำแผนการจัดการเรียนรู้มาใช้ในแต่ละวงจร

2. ขั้นปฏิบัติการตามแผน (Act)

ผู้วิจัยดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหาให้กับกลุ่มเป้าหมายในแต่ละวงจร เมื่อเสร็จสิ้นกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละวงจรแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มเป้าหมายทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจร และทำแบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์

3. ขั้นสังเกตและรวบรวมข้อมูลที่เกิดขึ้นจากการปฏิบัติตามแผน (Observe)

ผู้วิจัยสังเกตผลการจัดกิจกรรมใน 4 ประเด็น ได้แก่ 1. ด้านความรู้ 2. ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3. ด้านเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ และ 4. ด้านการมีส่วนร่วมของนักเรียน การสัมภาษณ์นักเรียนเป็นรายบุคคล การทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด การมีส่วนร่วมในกิจกรรมต่าง ๆ ของนักเรียน เพื่อบันทึกผลการเรียนรู้ของนักเรียน และเขียนบันทึกหลังใช้แผนการจัดการเรียนรู้ ควบคู่กับการพิจารณากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกใช้ และคะแนนสอบที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจร และการตอบแบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในแต่ละวงจร

4. ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect)

ผู้วิจัย และนักเรียน ร่วมกันสรุปปัญหาที่เกิดขึ้น พิจารณาหาจุดดีและจุดด้อยจากการใช้แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหาในวงจรแต่ละวงจร เพื่อนำไปวางแผนการจัดการเรียนรู้ในวงจรต่อไป เมื่อสิ้นสุดการเรียนการสอนในวงจรที่ 3 ผู้วิจัย และนักเรียน ร่วมกันสรุปปัญหาที่เกิดขึ้น หาจุดดีและจุดด้อยจากการใช้แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ในวงจรที่ และผู้วิจัยได้ให้นักเรียนกลุ่มเป้าหมายทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน (Posttest) และบันทึกผลการทดสอบไว้สำหรับการวิเคราะห์ผล และสรุปผลการวิจัย

จากนั้นผู้วิจัยพิจารณาจากคะแนนจากการทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดในแต่ละครั้ง (E_1) ผลการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน (E_2) เพื่อหาประสิทธิภาพของกระบวนการ คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแต่ละวงจร และคะแนนจากการทำแบบบันทึกเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่ออธิบายปัญหาต่าง ๆ ที่ควรปรับปรุง และพัฒนาการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ต่อไป

สรุปผลการวิจัย

1. รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหา สารระการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ E_1/E_2 ที่ 70/70 ในวงจรที่ 1 ในขณะที่วงจรที่ 2 และ 3 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 70/70 ดังเห็นได้จากตาราง 2

ตาราง 2 ร้อยละของคะแนนเฉลี่ยรายกลุ่มของนักเรียนในแต่ละวงจร

	ร้อยละของคะแนนเฉลี่ยรายกลุ่มของนักเรียนในวงจรที่ 1				
	ก่อนเรียน วงจร 1	แผนที่ 1	แผนที่ 2	แผนที่ 3	หลังเรียน วงจร 1
ค่าเฉลี่ย (ร้อยละ)	3.54	59.09	79.12	73.32	69.70
ประสิทธิภาพ (Effective) ของกระบวนการ					70.51
E_1/E_2					70.51/69.70
	ร้อยละของคะแนนเฉลี่ยรายกลุ่มของนักเรียนในวงจรที่ 2				
	ก่อนเรียน วงจร 2	แผนที่ 4	แผนที่ 5	แผนที่ 6	หลังเรียน วงจร 2
ค่าเฉลี่ย (ร้อยละ)	14.90	83.52	90.53	76.74	79.29
ประสิทธิภาพ (Effective) ของกระบวนการ					83.60
E_1/E_2					83.60/79.29
	ร้อยละของคะแนนเฉลี่ยรายกลุ่มของนักเรียนในวงจรที่ 3				
	ก่อนเรียน วงจร 3	แผนที่ 7	แผนที่ 8	แผนที่ 9	หลังเรียน วงจร 3
ค่าเฉลี่ย (ร้อยละ)	13.89	89.70	77.39	75.56	81.57
ประสิทธิภาพ (Effective) ของกระบวนการ					80.88
E_1/E_2					80.88/81.57

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหา สารการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น มีค่าดัชนีประสิทธิผลรวมมากกว่าเกณฑ์ 0.5 ดังแสดงให้เห็นในตารางที่ 3

ตาราง 3 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีประสิทธิผลของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

คะแนนรวมก่อนเรียน (เต็ม 825 คะแนน)	คะแนนรวมหลังเรียน (เต็ม 825 คะแนน)	ค่าดัชนีประสิทธิผล
199	631	0.69

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหา สารการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น มีค่าดัชนีประสิทธิผลรายกลุ่มของวงจรที่ 1 - 3 มากกว่าเกณฑ์ 0.5 ดังแสดงให้เห็นในตาราง 4

ตาราง 4 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีประสิทธิผลของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

	คะแนนก่อนเรียน (12)		คะแนนหลังเรียน (12)		ค่าดัชนีประสิทธิผล
	คะแนนเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	คะแนนเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	
วงจรที่ 1	0.42	0.60	8.36	1.48	0.69
วงจรที่ 2	1.79	1.81	9.52	2.73	0.76
วงจรที่ 3	1.67	1.25	9.79	2.00	0.79

4. เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหา สารการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น โดยเทียบกับเกณฑ์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2555) ที่มีการแปลความหมายของค่าเฉลี่ยไว้เป็น 4 ระดับ ดังนี้

ค่าเฉลี่ย 3.50 - 4.00 คะแนน หมายถึง มีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ระดับมากที่สุด

ค่าเฉลี่ย 2.50 - 3.49 คะแนน หมายถึง มีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ระดับค่อนข้างมาก

ค่าเฉลี่ย 1.50 - 2.49 คะแนน หมายถึง มีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ระดับค่อนข้างน้อย

ค่าเฉลี่ย 1.00 - 1.49 คะแนน หมายถึง มีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ระดับน้อยที่สุด

พบว่า มีคะแนนเฉลี่ยในวงจรที่ 1 - 3 สูงกว่า 2.50 คะแนน และอยู่ในระดับค่อนข้างมาก ดังแสดงให้เห็นในตาราง 5

ตาราง 5 ค่าเฉลี่ยของระดับเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน

	ค่าเฉลี่ยระดับเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 4 คะแนน)			
	ก่อนเรียน	หลังจบวงจรที่ 1	หลังจบวงจรที่ 2	หลังจบวงจรที่ 3
คะแนนเฉลี่ย	2.49	2.77	3.01	3.16
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	0.33	0.28	0.26	0.23

อภิปรายผลการวิจัย

จากการนำรูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหา มาใช้ประกอบกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น สรุปผลการวิจัยและมีประเด็นการอภิปราย ดังนี้

1. รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหา ส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคะแนนเฉลี่ย 19.12 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 76.48 ถือว่ามีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในระดับดี และมีค่าดัชนี

ประสิทธิภาพรายกลุ่ม เท่ากับ 0.69 ซึ่งมากกว่าเกณฑ์ 0.5 โดยผลที่ได้นั้นมาจากการที่ผู้วิจัยได้แบ่งกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ร่วมกับกระบวนการสอนแก้ปัญหาซึ่งได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 3 วงจร ได้แก่ 1. ความรู้พื้นฐานสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น 2. ความน่าจะเป็น และ 3. การวิเคราะห์ข้อมูล ทั้งนี้ในแต่ละวงจรจะศึกษาใน 4 ประเด็น ได้แก่ 1. ด้านความรู้ 2. ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3. ด้านเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ และ 4. ด้านการมีส่วนร่วมของนักเรียน โดยที่ผู้วิจัยจะต้องคอยปรับปรุงกิจกรรมโดยคำนึงถึงความต้องการและความแตกต่างของนักเรียนแต่ละคน ซึ่งรูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ร่วมกับกระบวนการสอนแก้ปัญหาแบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1) ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ผู้วิจัยมีหน้าที่เสนอปัญหาให้นักเรียนคิดแก้ปัญหารายบุคคล เพื่อเป็นพื้นฐานในการสร้างความรู้ใหม่ ซึ่งผู้วิจัยจะต้องคอยปรับปรุงกิจกรรมโดยคำนึงถึงความต้องการและความแตกต่างของนักเรียนแต่ละคน โดยสังเกตได้ว่าในแต่ละวงจรมันผู้วิจัยได้ปรับเปลี่ยนวิธีการนำเข้าสู่บทเรียนให้เหมาะสมมากขึ้น ไม่ว่าจะเป็นการถาม - ตอบ หรือตัวอย่างที่ใกล้ตัวกับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ใช้ความรู้พื้นฐานที่ตนเองมีอยู่สำหรับการสร้างบรรยากาศที่ดีต่อการเรียน และเตรียมความพร้อมในเรื่องที่จะเรียน

2) ขั้นสร้างความขัดแย้งทางปัญญา ที่ให้นักเรียนแต่ละคนเสนอคำตอบและวิธีแก้ปัญหาของตนเอง และจากนั้นนำเสนอในกลุ่มย่อย โดยนักเรียนทุกคนร่วมกันตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหาและคำตอบเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป แนวคิด และโมทัศน์ที่ถูกต้อง โดยในวงจรที่ 1 ยังมีนักเรียนบางคนที่ไม่กล้าที่จะเสนอคำตอบของตนเอง ผู้วิจัยจึงต้องใช้คำถามกระตุ้น รวมถึงคอยให้คำแนะนำเพิ่มเติมเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา ควบคู่กับการเสริมแรงทางบวกให้กับนักเรียนในวงจรที่ 3 ทำให้นักเรียนแต่ละคนกล้าที่จะเสนอแนวคิดของตนเอง และร่วมกันหาข้อสรุปให้กับกลุ่มของตนเอง จนได้ข้อสรุปที่ถูกต้องและมีความสมบูรณ์มากขึ้น

3) ขั้นสรุป ในขั้นนี้นักเรียนจะได้ข้อสรุป แนวคิด หลักการ และกระบวนการแก้ปัญหา ของชั้นเรียน โดยที่ผู้วิจัยมีหน้าที่ช่วยสรุปเพิ่มเติมให้นักเรียน หรือแนะนำกลยุทธ์ให้เพิ่มเติมในกรณีที่มีนักเรียนยังไม่มีตัวแทนนักเรียนนำเสนอกลยุทธ์ที่ผู้วิจัยเตรียมไว้ พบว่าในแต่ละคาบเรียนนักเรียนในชั้นเรียนได้สรุปคิดรวบยอด หลักการ กระบวนการแก้ปัญหา และหาคำตอบที่ถูกต้อง

4) ขั้นนำความรู้ไปใช้ นักเรียนนำความรู้ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ต่าง ๆ เช่น ปัญหาที่เพื่อนในห้อง และ ผู้วิจัยเตรียมขึ้นในแบบฝึกหัด โดยที่ผู้วิจัยคอยสังเกตพฤติกรรมทางการเรียนของนักเรียน และคอยให้คำแนะนำ



ภาพประกอบ 3 ภาพบรรยากาศการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

จากการวิจัย พบว่า นักเรียนทุกคนมีพัฒนาการที่สูงขึ้นตามศักยภาพของแต่ละคน อีกทั้งยังมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน ๆ ในกลุ่ม และในชั้นเรียน ครูคอยส่งเสริมให้นักเรียนแต่ละคนรู้จักวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล มีความสุขในการเรียนและสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยที่ครูมีหน้าที่คอยเสนอปัญหา และพิจารณาว่าปัญหาใดเหมาะสมที่สุดที่จะทำให้นักเรียนเกิดความขัดแย้งทางปัญญา เพื่อที่นักเรียนแต่ละคนจะได้เกิดกระบวนการแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน อีกทั้งครูต้องคอยกระตุ้นให้นักเรียนสร้างความรู้ได้ด้วยตนเองอย่างเต็มความสามารถของนักเรียน สามารถอธิบายถึงกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ และมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น มีการเลือกใช้กลยุทธ์ที่เหมาะสมและหลากหลายในการแก้ปัญหาในแต่ละข้อ มีการคำนึงถึงความถูกต้องคำตอบและวิธีที่เหมาะสมในการตรวจสอบคำตอบ ซึ่งพฤติกรรมเหล่านี้แสดงให้เห็นถึงการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่สูงขึ้นโดยผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น และจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของผู้วิจัยทำให้นักเรียนมีความสุขที่ได้เข้าร่วมกิจกรรมในครั้งนี้ มีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้นและอยากให้มีการเรียนการสอนต่อไป นักเรียนดีใจ และสนุกที่ได้ทำความรู้จักกับเพื่อน ๆ ต่างห้อง รุ่นพี่ รุ่นน้องของตนเอง ได้พูดคุยมีปฏิสัมพันธ์กันในกลุ่มของตนเอง และในชั้นเรียนมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับ Duffy and Cunningham (1996, อ้างถึงใน อนุชา โสมาบุตร, 2556) ที่เชื่อว่า การเรียนรู้ เป็นกระบวนการสร้างมากกว่า การรับความรู้ ดังนั้น เป้าหมายของการจัดการเรียนการสอนจะ

สนับสนุนการสร้างมากกว่าความพยายามในการถ่ายทอดความรู้ ครูควรมุ่งเน้นการสร้างความรู้ใหม่อย่างเหมาะสมของแต่ละบุคคล และเชื่อว่าสิ่งแวดล้อมมีความสำคัญในการสร้าง นอกจากนี้ อนุชา โสมาบุตร (2556) กล่าวเพิ่มเติมว่ากระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ ควรควบคู่กับการสอนโดยใช้ปัญหาที่ก่อให้เกิดความขัดแย้งทางปัญญา (Cognitive conflict) นั่นคือเริ่มจากประสบการณ์และความรู้ที่มีอยู่เดิม ไม่สามารถจัดการแก้ปัญหาได้ลงตัวพอดีเหมือนปัญหาที่เคยแก้มาแล้ว ต้องมีการคิดค้นเพิ่มเติมที่เรียกว่า “การปรับโครงสร้าง” หรือ “การสร้างโครงสร้างใหม่” ทางปัญญา (Cognitive restructuring) โดยการจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้ถกเถียงปัญหา ชักค่านจนกระทั่งหาเหตุผล หรือหลักฐานในเชิงประจักษ์มาจัดความขัดแย้งทางปัญญาภายในตนเอง และระหว่างบุคคลได้ การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ เชื่อว่า ครูผู้สอนไม่สามารถปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญาของผู้เรียนได้ แต่สามารถช่วยให้ผู้เรียนปรับขยายโครงสร้างทางปัญญา โดยการจัดสภาพการณ์ที่ทำให้เกิดภาวะเสียสมดุล หรือก่อให้เกิดความขัดแย้งทางปัญญาขึ้น ซึ่งก็คือสถานะที่โครงสร้างทางปัญญาเดิมใช้ไม่ได้ ต้องมีการปรับเปลี่ยนให้สอดคล้องประสบการณ์มากขึ้นหรือเกิดโครงสร้างทางปัญญาใหม่ ดังนั้น แนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ จึงมักเป็นไปในแบบที่ให้นักเรียนสร้างความรู้จากการร่วมมือกันแก้ปัญหา ยิ่งไปกว่านั้นผลการวิจัยยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ สมจิตร สุทธิประภา (2555, หน้า 128 - 152) ได้กำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพของการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง บทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาไว้ที่ 75/75 ซึ่ง พบว่า หลังจบกิจกรรมการเรียนรู้แล้วนักเรียนมีประสิทธิภาพ E_1/E_2 เท่ากับ 86.11/84.44 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด

2. รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหาส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีค่าดัชนีประสิทธิผลรายกลุ่มสูงกว่าเกณฑ์ 0.5 โดยวัดจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยได้แทรกกระบวนการสอนการแก้ปัญหทั้ง 4 ขั้น ได้แก่ 1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา 3. ขั้นดำเนินการตามแผน และ 4. ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา ไปในแต่ละขั้นของรูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ทำให้อัตราที่ 1 - 3 มีค่าดัชนีประสิทธิผลรายกลุ่มเท่ากับ 0.69, 0.76 และ 0.79 ตามลำดับ ซึ่งเป็นค่าที่สูงขึ้นเรื่อย ๆ ตามลำดับ ทั้งนี้เนื่องมาจากรูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหาเป็นรูปแบบการสอนที่ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา โดยครูคอยเสนอปัญหาที่เหมาะสมในหัวข้อคำถามชวนคิดเพื่อให้นักเรียนคิดแก้ปัญหารายบุคคล จากนั้นให้นักเรียนแต่ละคนมีหน้าที่ทำความเข้าใจปัญหา พร้อมวางแผนแก้ปัญหา โดยที่นักเรียนแต่ละคนเสนอคำตอบและวิธีแก้ปัญหตามแนวคิดของตนเอง จากนั้นนักเรียนแต่ละคนจึงพิจารณาหาวิธีการที่เหมาะสมในการแก้ปัญหจนได้ข้อสรุปของกลุ่มใหญ่ แล้วลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยครูคอยตรวจสอบความถูกต้องพร้อมทั้งให้นักเรียนนำผลจากการดำเนินการมาวิเคราะห์และสรุป เพื่อนำความรู้ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ รวมถึงการเขียนตอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนได้รับการเรียนรู้ และสามารถอธิบายถึงกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น มีการเลือกใช้กลยุทธ์ที่เหมาะสม และหลากหลายในการแก้ปัญหาในแต่ละข้อ มีการคำนึงถึงความถูกต้องคำตอบและวิธีที่เหมาะสมในการตรวจสอบคำตอบ ซึ่งพฤติกรรมเหล่านี้แสดงให้เห็นถึงการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่สูงขึ้นโดยผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นมา

2. นักเรียน 4 คนมีน้ำหนักเฉลี่ย 65 กิโลกรัม แต่ถ้าหากรวมน้ำหนักแล้วจะพอก็ให้หนักเกินไป เปลี่ยนเป็น 68 กิโลกรัม จงหาว่าหนักของนายสมบูรณ์

ให้ นักเรียน 4 คน น้ำหนักเฉลี่ย 65 กิโลกรัม รวมสละน้ำเป็น 9 กิโลกรัม

หา น้ำหนักสมบูรณ์

จาก $\frac{\text{น้ำหนักรวม 4 คน}}{4} = 65$

น้ำหนักรวม 4 คน = 260

จาก $\frac{\text{น้ำหนักรวม 5 คน}}{5} = 68$

260 + น้ำหนัก = 340

น้ำหนัก = 80

∴ สมบูรณ์น้ำหนัก 80 กิโลกรัม

2. ต้องการสร้างจำนวนเต็มบวก จากเลข 1,2 และ 3 ก็หลักก็ได้ โดยเลขแต่ละหลักต้องไม่ซ้ำกัน จะสร้างจำนวนจากเลขโดดชุดนี้ได้กี่จำนวน

1 หลัก $1, 2, 3 = 3$

2 หลัก $\frac{3 \times 2}{1-3} = 6$

3 หลัก $\frac{3 \times 2 \times 1}{1-3} = 6$

ตอบ 15 จำนวน

ตรวจสอบ

มี 1, 2, 3, 12, 21, 13, 31, 23, 32, 123, 132, 213, 231, 321, 312

ภาพประกอบ 4 ร่องรอยการวางแผน และการเลือกใช้กลยุทธ์ที่เหมาะสมในการแก้ปัญหานักเรียน

ซึ่งสอดคล้องกับที่ สุนทร สันธพานนท์ (2550, หน้า 34 - 51) ได้กล่าวไว้ว่ากระบวนการสอนแบบแก้ปัญหาเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียน ให้เรียนรู้ตามกระบวนการ โดยเริ่มตั้งแต่มีการกำหนดปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ตั้งสมมติฐาน เก็บรวบรวมข้อมูล พิสูจน์ข้อมูลวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผล ผู้สอนเป็นผู้เสนอปัญหาหรือผู้สอนและผู้เรียนจะร่วมกันกำหนดปัญหาที่มีความสำคัญ เป็นปัญหาใหม่สำหรับผู้เรียนยังไม่เคยประสบมาก่อน และต้องไม่เกินทักษะทางเขาวนปัญญาของผู้เรียน ผู้เรียนจะเป็นผู้แก้ปัญหา หรือหาคำตอบด้วยตนเอง ความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียนจะแตกต่างกันขึ้นอยู่กับสติปัญญา ความรู้ ประสบการณ์ แรงจูงใจ อารมณ์ ซึ่งวิธีการแก้ปัญหาจะไม่มีรูปแบบหรือขั้นตอนตายตัว ผู้สอนจะต้องจัดสภาพแวดล้อมหรือบรรยากาศการเรียนรู้ที่เอื้อต่อการใช้กระบวนการคิดแก้ปัญหา ผู้สอนจะต้องให้อิสระให้ผู้เรียนใช้ความคิดและฝึกการแก้ปัญหา เพื่อให้เกิดความชำนาญ จะทำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ได้ดี ในการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหานั้น มีหลักการสำคัญ คือ ให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง ได้ลงมือกระทำกิจกรรมการเรียนรู้ จะเน้นทักษะการแสวงหาความรู้ การค้นพบ และการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งผลการวิจัยนั้นยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ กรรณิการ์ หาญพิทักษ์ (2559, หน้า 109 - 130) ที่ได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยมที่มีกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนปริชาตศาสน์ จังหวัดชลบุรี จำนวน 51 คน พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับงานวิจัยของ มยุรีย์พร ขันติย (2553, หน้า 37 - 56) ที่ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ได้ปฏิบัติตามขั้นตอนในการแก้ปัญหาทั้ง 4 ข้อ คือ 1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหาที่จะเน้นการอ่านเพื่อคิดวิเคราะห์ปัญหา 2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหาที่เน้นการคิดวางแผนด้วยตนเอง และร่วมมือกับกลุ่มย่อยและทั้งชั้น เน้นการแก้ปัญหาด้วยวิธีที่หลากหลาย 3. ขั้นดำเนินการตามแผน เน้นการนำเสนอวิธีการทำงาน และขั้นตอนในการแก้ปัญหา และ 4. ขั้นตรวจสอบคำตอบและวิธีการหาคำตอบ โดยครูเป็นผู้สรุป และกระตุ้นให้ผู้เรียนมีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ส่งผลให้นักเรียนกลุ่มนี้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 70.20 และมีผู้เรียนจำนวนร้อยละ 75.00 ของนักเรียนทั้งหมดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

3. รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหาส่งผลให้นักเรียนมีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับค่อนข้างมาก ที่วัดจากการตอบแบบวัดเจตคติต่อการเรียนที่มีลักษณะเป็นแบบมาตราประมาณค่าที่มี 4 ระดับ โดยมีค่าการประเมินอยู่ระหว่าง 1.00 - 4.00 และครอบคลุมองค์ประกอบทั้ง 3 ด้าน คือ 1. ตระหนักในคุณค่าหรือประโยชน์ของคณิตศาสตร์ 2. ความรู้สึกต่อคณิตศาสตร์ 3. ความพร้อมที่จะกระทำหรือเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า คะแนนเฉลี่ยของระดับเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในวงจรที่ 1 - 3 คือ 2.77, 3.01 และ 3.16 คะแนน ตามลำดับซึ่งสูงกว่า 2.50 คะแนน และอยู่ในระดับค่อนข้างมาก เนื่องจากเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนไม่ต้องจำสูตรเยอะเหมือนเมื่อก่อน นำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้มากขึ้น นักเรียนแต่ละคนมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนในห้อง และครู สามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองมากขึ้น ทำให้เกิดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น หากเมื่อพิจารณาจากบันทึกหลังแผนการจัดการเรียนรู้ และการสอบถามความรู้สึกของนักเรียนแต่ละคน เมื่อเรียนจบในแต่ละวงจร พบว่า ในวงจรที่ 1 นักเรียนที่เข้าร่วมกิจกรรมนั้นส่วนใหญ่ยังไม่เคยเรียนกับผู้วิจัยมาก่อน รวมถึงยังไม่คุ้นเคยกับเพื่อน ๆ ในกลุ่มที่ผู้วิจัยจัดกลุ่มให้ จึงทำให้นักเรียนส่วนใหญ่กลัวที่จะถูกครูคณิตศาสตร์ถามคำถามในชั้นเรียน ไม่อยากแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อน และไม่กล้าเป็นตัวแทนในการตอบคำถามหน้าชั้นเรียน ผู้วิจัยจึงจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนทุก ๆ คนให้มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้วิจัยกับนักเรียนมากขึ้น มีการใช้คำถาม ถาม - ตอบ แต่ยังมีนักเรียนบางคนบอกเรียนยังไม่เข้าใจ แก้ไขปัญหายังไม่ค่อยได้ เนื่องจากผู้วิจัยพูดเร็วเกินไป ผู้วิจัยจึงพยายามปรับปรุงการพูดของตนเอง ให้ช้าลง ชัดเจน และรัดกุมมากยิ่งขึ้น ทำให้ระดับเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยที่สูงขึ้นในวงจรที่ 2 แต่ก็ยังมีคะแนนเฉลี่ยของระดับเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับความชอบในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ และความกลัวที่จะถูกครูคณิตศาสตร์ถามคำถามในชั้นเรียน ที่เพิ่มสูงขึ้นจากวงจรที่ 1 แต่ก็ยังน้อยกว่าเกณฑ์ 2.50 คะแนน ทำให้ในวงจรที่ 3 ผู้วิจัยต้องเสริมแรงให้กับนักเรียนที่ยังมีความกลัวในการตอบคำถาม โดยให้รางวัลกับนักเรียนที่ตอบได้ถูกต้อง รวมถึงให้คำชมเชยกับนักเรียนมีส่วนร่วมในการตอบคำถาม และคอยชี้แนะแนวทางสำหรับนักเรียนที่อาจจะไม่มั่นใจในคำตอบของตนเองหรือไม่สามารถตอบคำถามได้ พร้อมทั้งหาตัวอย่างที่ใกล้ตัวนักเรียน ไม่ยากจนเกินไป เพื่อให้ให้นักเรียนแต่ละคนค้นหาคำตอบ และสามารถปฏิบัติได้ด้วยตนเอง จนทำให้คะแนนเฉลี่ยของระดับเจตคติต่อการเรียนรายข้อของนักเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 2.50 คะแนน ในทุกข้อ และมีระดับเจตคติอยู่ในระดับค่อนข้างมาก สอดคล้องกับงานวิจัยของ วราภรณ์ เขตโสภา (2557, หน้า 133 - 158) ที่ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์เน้นกระบวนการแก้ปัญหาตามหลักอริยสัจ 4 ที่มีต่อเจตคติต่อการเรียน ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 พบว่า เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี เนื่องจาก นักเรียนได้มีโอกาส

ค้นพบปัญหาด้วยตนเอง ได้ฝึกคิดวิธีการต่าง ๆ ในการค้นหาคำตอบ และมีการปฏิบัติ ลงมือดำเนินการค้นคว้า ทดลองสืบเสาะเพื่อนำไปแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นทำให้นักเรียนสนใจและมีความสุขในการร่วมกิจกรรม และยังสอดคล้องกับงานวิจัยของณภักษ์ แสนบุญเรือง (2557, หน้า 135 - 169) ที่ได้ศึกษาเจตคติของนักเรียนที่มีต่อการพัฒนาการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาการคูณและการหาร โดยใช้การเรียนการสอนตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่มีกลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนบ้านคาวัว (วิบูลราษฎร์สามัคคี) อำเภอตาลสุม จำนวน 15 คน ซึ่งได้มาโดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนมีเจตคติต่อการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาการคูณและการหาร โดยใช้การจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ อยู่ในระดับมาก และมีค่าเฉลี่ยของระดับเจตคติต่อการเรียนการสอนเท่ากับ 4.14 คะแนน

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำวิจัยไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.1 จากการวิจัย พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้น เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพและประสิทธิผล สามารถช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น ดังนั้น ผู้บริหาร ครูผู้สอน และบุคลากรทางการศึกษา จึงควรสนับสนุนและส่งเสริมให้นำรูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหาไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และศาสตร์ที่ใกล้เคียง

1.2 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหาต้องใช้เวลาในการจัดกิจกรรมค่อนข้างมาก ควรมีการปรับเวลา และรายละเอียดของกิจกรรมในแต่ละคาบเรียนให้มีความเหมาะสม โดยพิจารณาจากความพร้อมพื้นฐานความรู้เดิม และความแตกต่างของแต่ละบุคคล

1.3 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหา ครูผู้สอนต้องคำนึงถึงความเหมาะสมกับผู้เรียน ธรรมชาติวิชา เนื้อหาสาระ บริบทของสถานศึกษาและผู้เรียนก่อนการนำมาประยุกต์ใช้ในการสอนของตนเอง

1.4 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหานั้นเน้นกระบวนการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง จากนั้นผู้เรียนจะต้องแลกเปลี่ยนความรู้กับเพื่อนในกลุ่ม และในชั้นเรียน ดังนั้น ครูผู้สอนจึงมีหน้าที่คอยสังเกตปฏิสัมพันธ์ของนักเรียนแต่ละคนต่อเพื่อน ๆ ในกลุ่ม และคอยชี้แนะนักเรียนเพื่อให้ได้วิธีการแก้ปัญหา ข้อเสนอของปัญหา และบันทึกสิ่งที่ถูกต้อง

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

ในการวิจัยครั้งนี้ พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับกระบวนการสอนการแก้ปัญหา นอกจากจะเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพและประสิทธิผล สามารถช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้นแล้ว นักเรียนยังสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง และยังมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนใหม่ ๆ ได้ดีขึ้น ดังนั้น ในการวิจัยครั้งต่อไปควรศึกษาตัวแปรตามอื่น ๆ เช่น การเขียนทางคณิตศาสตร์ ทักษะการเชื่อมโยง ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การพัฒนาทักษะชีวิต และทักษะกระบวนการกลุ่ม เป็นต้น

เอกสารอ้างอิง

- กรรณิการ์ หาญพิทักษ์. (2559). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ที่มีต่อเมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. ชลบุรี: มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ณภักษ์ แสนบุญเรือง. (2557). การพัฒนาการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาการคูณและการหาร โดยใช้การจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ สำหรับนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านคาวัว (วิบูลราษฎร์สามัคคี) สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาอุบลราชธานี เขต 3. วิทยานิพนธ์ ค.ม. อุบลราชธานี: มหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี.
- ณัฐพรหม อินทุยศ. (2553). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพฯ: สถาบันการพลศึกษา.

- พิชิต ฤทธิ์จัญญ. (2559). *เทคนิคการวิจัยเพื่อพัฒนาการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- มยุรีย์พร ชันติยู. (2553). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. ขอนแก่น: มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- วรารณณ์ เขตโสภ. (2557). *ผลการจัดการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์เน้นกระบวนการแก้ปัญหาตามหลักอริยสัจ 4 ที่มีต่อ เจตคติต่อการเรียน ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 5*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. สกลนคร: มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.
- สมจิตร สุทธิประภา. (2555). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ร่วมกับ กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง บทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- สุนันท์ สินธพานนท์. (2550). *สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม นำไปสู่การจัดการเรียนรู้ของครูยุคใหม่*. นนทบุรี: อักษรเจริญทัศน์.
- อนุชา โสมาบุตร. (2556). *ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist Theory)*. เข้าถึงได้จาก <https://teacherweekly.wordpress.com/2013/09/25/constructivist-theory/>. 14 พฤศจิกายน 2560.
- Kemmis, S & McTaggart, R. (1988). *The Action Research Planer*. (3rd ed.). Victoria: Deakin University.
- Mitteldorf, J. (2002). *Why Learn about Probability and Statistics?* เข้าถึงได้จาก <http://mathforum.org/library/drmath/view/60410.html>. 14 พฤศจิกายน 2560.