

การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
สำหรับนักศึกษาครู โดยการจัดการเรียนรู้เชิงรุก
**The Study of Abilities in Mathematical Proof of Student Teachers Through
Active Learning Management**

ปรีชา จั่นกล้า,
นฤนาท จั่นกล้า และ ปกรชัย เมืองโคตร
มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
Preecha Junkla,
Naruenat Junkla and Pakornchai Muangkhrot
Phranakhon Rajabhat University, Thailand
Corresponding Author, E-mail: Pkhonchai@pnru.ac.th

บทคัดย่อ

การวิจัยเชิงกึ่งทดลองครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักศึกษาครู ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก 2) เปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครูกับเกณฑ์ร้อยละ 60 3) ศึกษาความพึงพอใจของนักศึกษาครูต่อการจัดการเรียนรู้เชิงรุก กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย นักศึกษาครู สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 จำนวน 22 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบแบ่งกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 3) แบบสอบถามความพึงพอใจที่มีต่อการเรียนรู้เชิงรุก ซึ่งเครื่องมือในการวิจัยทั้งสามชนิดมีค่าดัชนีความสอดคล้อง(IOC) เท่ากับ 1 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที

ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ หลังจัดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ หลังการจัดการเรียนรู้สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. ความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้เชิงรุกอยู่ในระดับพอใจมาก

* วันรับบทความ : 14 พฤศจิกายน 2566; วันแก้ไขบทความ 2 ธันวาคม 2566; วันตอบรับบทความ : 3 ธันวาคม 2566

Received: November 14 2023; Revised: December 2 2023; Accepted: December 3 2023

คำสำคัญ: การเรียนรู้เชิงรุก; การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์; นักศึกษาครู

Abstracts

The purposes of this quasi-experimental research were to; 1) compare the ability of student teachers in mathematical proofs between, before, and after administrating active learning management, 2) compare the ability of student teachers in mathematical proofs with criteria at 60 percent, and 3) investigate student teachers' satisfaction toward active learning. The samples were 22 student teachers of mathematics at Phranakhon Rajabhat University who took in the first semester of academic year 2023 selected by using cluster random sampling technique. The instruments used in this study were, 1) lesson plans, 2) drill and exercises in mathematical proofs, and 3) satisfaction survey form, in which the consistency index (IOC) of three research tools is equal to 1. The statistics used in the study were descriptive statistics, mean, standard deviation and t-test.

The research results revealed that:

1. Student teachers' post-test mean score was significantly higher than the pre-test one at the level of .05
2. Student teachers' Mathematical proofs ability was statistically significant higher than 60 percent at the .05 level and
- 3) Student teachers' satisfaction towards mathematical active learning was at a high level.

Keywords: Active Learning; Mathematical Proofs; Student Teacher

บทนำ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อชีวิตของมนุษย์เป็นอย่างมาก มนุษย์เริ่มเรียนรู้แนวทางคณิตศาสตร์จากสภาพแวดล้อมหรือธรรมชาติแล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ต่างๆ ซึ่งสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการดำรงชีวิตได้ โดยทั่วไปคนที่ไม่ได้เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์โดยตรงจะเข้าใจว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องของตัวเลขและการคำนวณเท่านั้น ซึ่งที่จริงแล้วคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่มีความหมายรวมไปถึงการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลด้วย คณิตศาสตร์นับว่าเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการศึกษาค้นคว้าเพื่อสร้างองค์ความรู้ในศาสตร์อื่นๆ และคิดค้นสิ่งประดิษฐ์ต่างๆ ดังนั้นในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นที่จะต้องรู้และเข้าใจเกี่ยวกับธรรมชาติของคณิตศาสตร์เพื่อประโยชน์ในการเลือกวิธีที่จะศึกษาให้เหมาะสมและสอดคล้องกับธรรมชาติของคณิตศาสตร์ต่อไป(ส้ายัญ ปันมา, 2554 : 2) นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นภาษาและเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูงในการนำไปอธิบายศาสตร์ต่างๆ ได้อย่างชัดเจน มีหลักการที่ถูกต้องเป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป จนอาจกล่าวได้ว่าคณิตศาสตร์เป็นรากฐานที่สำคัญของศาสตร์ทั้งปวง(สำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา, 2555 : 3)

การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการให้เหตุผลที่สำคัญที่จะพัฒนาผู้ที่ศึกษาในเรื่องนี้ให้มีระบบความคิดที่เป็นเหตุเป็นผล และมีความเข้าใจลำดับขั้นตอนในการคิดเพื่อที่จะพิสูจน์ข้อความทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยหลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องได้ ในขณะเดียวกันการพิสูจน์เป็นกระบวนการให้เหตุผลที่สำคัญอันหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์ที่จะพัฒนาข้อความคาดการณ์ (Conjecture) ในระบบคณิตศาสตร์เรื่องนั้นๆ ว่าเป็นข้อความที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผล จนยอมรับเป็นทฤษฎีบท เพื่อนำไปเป็นเหตุในการสรุปข้อความใหม่ในเรื่องที่จะศึกษากว้างขวางยิ่งขึ้น(Siengdee, 1984) ดังนั้นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์และการศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับสูงจะเกิดขึ้นไม่ได้ หากขาดความรู้ ความเข้าใจในเรื่องการพิสูจน์(ขวัญ เพ็ญชัย, 2547 : 1) ซึ่งสอดคล้องกับ Saeed(1997) กล่าวว่า หากขาดความรู้ ความเข้าใจในเรื่องการพิสูจน์ ความคิดรวบยอดเรื่องโครงสร้างทางคณิตศาสตร์นั้นจะเกิดขึ้นไม่ได้ ฉะนั้นการพิสูจน์จึงเป็นแก่นของคณิตศาสตร์ และเป็นจุดเริ่มต้นที่จะนำนักเรียนไปสู่ความเข้าใจในคณิตศาสตร์ (Lucast, 2003 : 58)

ถึงแม้ว่าเรื่อง“การพิสูจน์”จะได้รับความสนใจเพิ่มมากขึ้น (Hanna and de Villiers, 1990; NCTM, 2000 : 45) แต่ผลการวิจัย พบว่า ปัญหาของผู้เรียนเกี่ยวกับของความเข้าใจเรื่องการพิสูจน์ว่าเป็นสิ่งที่ไม่สามารถประสบความสำเร็จได้ง่าย (Harel and L. Solow, 2007: 234-283; Healy and Hoyles, 2000 : 98) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ธนพรพร พุกกะวัน(2560: 197-182.) ที่ศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา สาขาคณิตศาสตร์ และ ศึกษาปัญหาในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา สาขาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัย พบว่า จำนวนนักศึกษามีความสามารถในการพิสูจน์ข้อความ โดยใช้วิธีพิสูจน์ทางตรงมากที่สุด คิดเป็น ร้อยละ 45 ของจำนวนนักศึกษาที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง การพิสูจน์โดยใช้ข้อความแย้งกลับที่ คิดเป็นร้อยละ 41.67 ของจำนวนนักศึกษาที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง และการพิสูจน์โดยการหาข้อขัดแย้ง คิดเป็นร้อยละ 28.33 ของจำนวนนักศึกษาที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง จะเห็นว่ามีจำนวนนักศึกษาไม่ถึงร้อยละ 50 ของจำนวนนักศึกษาที่เป็นกลุ่มตัวอย่างที่มีปัญหาเกี่ยวกับการพิสูจน์ สอดคล้องกับ ขจรศรี วรรณสถิต (2544 : 2) กล่าวว่า การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้นถือได้ว่าเป็นเรื่องยากสำหรับผู้เรียนจำนวนไม่น้อย นักศึกษามีปัญหาในการพิสูจน์อีกทั้งยังไม่เห็นความสำคัญของการพิสูจน์และคิดว่าการพิสูจน์เป็นเรื่องยากและน่าเบื่อมาก

อย่างไรก็ตามจากการที่ผู้วิจัยได้สอนเนื้อหาเกี่ยวกับการพิสูจน์กับนักศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2565 พบว่ายังมีนักศึกษาเป็นจำนวนมากที่มีปัญหาในการอ่านและเขียนการพิสูจน์ หลายคนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์พื้นฐานที่คลาดเคลื่อนซึ่งเกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ และยังพบอีกว่า มีจำนวนของนักศึกษามีผลของคะแนนสอบผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม(40 คะแนน) เพียงร้อยละ 7.14(จำนวนนักศึกษาทั้งหมด 28 คน) อาจกล่าวได้ว่าการเรียนการสอนไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ดังนั้นจึงเกิดคำถามว่าเราจะจัดการเรียนการสอนอย่างไร จึงจะทำให้การเรียนการสอนจึงจะประสบความสำเร็จ ซึ่งเนื้อหาการพิสูจน์

ต้องอาศัยความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ การเชื่อมโยงและการนำไปใช้แก้ปัญหา ดังนั้นการเรียนการสอนจึงต้องทำให้นักศึกษาปรับเปลี่ยนพฤติกรรมการเรียนรู้แบบเป็นฝ่ายรับความรู้(passive learning) มาเป็นการเรียนรู้เชิงรุก(active learning) ซึ่งสอดคล้องกับ Moore (1990 : 137-144) ได้กล่าวว่าในการเรียนวิชาที่เน้นการพิสูจน์นักศึกษามักประสบปัญหาในการอ่านและเขียนการพิสูจน์ ซึ่งสาเหตุที่ทำให้นักศึกษาประสบปัญหาในการพิสูจน์ ได้แก่ นักศึกษาไม่ทราบนิยาม นั่นคือ เขาไม่สามารถเขียนนิยามได้ นักศึกษามีความรู้ความเข้าใจเชิงสัญชาตญาณ(Intuitive) ในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์น้อย ตัวอย่างซึ่งเป็นประสบการณ์ในการเรียนรู้ที่ทำให้เกิดภาพของมโนทัศน์ (Concept Image) ของนักศึกษามีไม่เพียงพอในการเขียนการพิสูจน์ นักศึกษาไม่มีความสามารถในการคิดหรือไม่มีความตั้งใจในการคิดและใช้ตัวอย่างเพื่อช่วยในการพิสูจน์ นักศึกษาไม่ทราบว่าจะใช้บทนิยามในการแสดงให้เห็นโครงสร้างการพิสูจน์อย่างไร นักศึกษาไม่เข้าใจ และไม่สามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งนักศึกษามิทราบว่าจะเริ่มต้นการพิสูจน์อย่างไร

ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนเนื้อหาการพิสูจน์ ให้ประสบความสำเร็จได้นั้นต้องทำให้นักศึกษามีความรู้ ความเข้าใจในมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ และวิธีการพิสูจน์ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก ที่มุ่งเน้นให้นักศึกษาเกิดการความรู้ ความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในเนื้อหาการพิสูจน์ เรียนรู้การพิสูจน์ด้วยตนเอง และยังพัฒนาการคิดขั้นสูงอีกด้วย ซึ่งสอดคล้องกับสภาพ พงศพิศกุล (2558) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้เชิงรุก เป็นการเรียนที่เน้นกระบวนการเรียนรู้มากกว่าเนื้อหาวิชา เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมและความรู้ใหม่ หรือสร้างองค์ความรู้ให้เกิดขึ้นในตนเองด้วยการลงมือปฏิบัติจริงผ่านสื่อและกิจกรรมการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างสรรค์ทางปัญญาที่เน้นกระบวนการเรียนรู้มากกว่าเนื้อหาวิชา เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้หรือสร้างความรู้ให้เกิดขึ้นในตนเองด้วยการลงมือปฏิบัติจริงผ่านสื่อ หรือกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีครูผู้สอนเป็นผู้แนะนำ กระตุ้น หรืออำนวยความสะดวกให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ โดยกระบวนการคิดขั้นสูง กล่าวคือ ผู้เรียนมีการวิเคราะห์ สังเคราะห์ และการประเมินค่าจากสิ่งที่ได้รับจากกิจกรรมการเรียนรู้ ทำให้การเรียนรู้เป็นไปอย่างมีความหมาย และนำไปใช้ในสถานการณ์อื่นๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ Salemi(2001 : 27) กล่าวว่า อาจารย์ผู้สอนจะต้องเปลี่ยนบทบาทจากผู้สอนมาเป็นผู้ให้คำแนะนำ ผู้ช่วยเหลือ ผู้สอนจะต้องคำนึงถึงการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่จะสามารถพัฒนาผู้เรียนให้เกิดทักษะการเรียนรู้ในด้านต่างๆ และควรเริ่มต้นจากจุดเล็ก โดยเริ่มจากเทคนิคง่ายๆ และบางห้องเรียนที่รับผิดชอบ ควรคำนึงถึง การอำนวยความสะดวก ช่วยเหลือผู้เรียนในแต่ละกระบวนการขั้นตอน ให้การจัดการเรียนรู้และกิจกรรมต่างๆ ประสบความสำเร็จทั้งด้านกิจกรรม อุปกรณ์ เวลา ซึ่งควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลาย เช่น กิจกรรมกลุ่มย่อย มีการสรุปทบทวนความรู้ มีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ระหว่างกลุ่มที่สำคัญคือต้องให้ผู้เรียนได้ใช้เทคโนโลยีเข้ามาเป็นส่วนหนึ่งของกิจกรรม ผลที่เกิดจากการเรียนรู้เชิงรุก จะทำให้ผู้เรียนเรียนอย่างมีความสุข ทำให้ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งแสดงถึงผลการ

เรียนรู้ของผู้เรียนนำไปสู่การเกิดความคิดสร้างสรรค์ในการสร้างผลงาน ความสามารถในการสื่อสาร มีความเชื่อมั่นในตนเอง ซึ่งเป็นคุณลักษณะที่พึงประสงค์ของผู้เรียนเป็นไปตามเป้าหมายการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ การเรียนรู้แบบเชิงรุก ทำให้ผู้เรียนได้ลงมือกระทำกิจกรรมที่มีความสนุก ทำท่ายและเข้าใจให้ติดตามอยู่เสมอ นอกจากนี้ ผู้เรียนยังสามารถจัดระบบการคิด และสร้างวินัยต่อกระบวนการแก้ปัญหารับผิดชอบต่อการเรียนรู้ด้วยตนเองและรู้ว่าสิ่งที่เรียนนั้นคืออะไร การเรียนรู้แบบเชิงรุก ทำได้ดีในชั้นเรียนที่มีผู้เรียนทั้งเก่งและอ่อน โดยผู้สอนใช้วิธีการที่แตกต่างกันเพื่อให้ผู้เรียนแต่ละคนเข้าใจ และสามารถมอบหมายให้ผู้เรียนที่เรียนได้เร็วกว่าอธิบายความเข้าใจให้เพื่อนฟัง เป็นการสอนโดยเพื่อนช่วยเพื่อน ส่งเสริมเจตคติทางบวกต่อการเรียน เนื่องจากผู้เรียนได้รับความพึงพอใจจากเนื้อหา และแบบฝึกหัดที่สัมพันธ์กับชีวิตจริง ทำให้เห็นความสำคัญเกิด ความพยายาม และความรับผิดชอบต่อการเรียนรู้มากขึ้นอันเนื่องจากการเห็นคุณค่าของการเรียนรู้ที่ตนเองได้ลงมือปฏิบัติจริง

ด้วยที่มาและความสำคัญของปัญหาดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะใช้แนวทางการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เพื่อศึกษาความสามารถในการพิสูจน์และความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ซึ่งผลที่ได้จากการวิจัยในครั้งนี้จะเป็นแนวทางในการพัฒนาผู้เรียนให้มีความสามารถในการพิสูจน์บรรลุตามเป้าหมายที่กำหนดไว้ในหลักสูตรฯ เป็นแนวทางให้อาจารย์ผู้สอนได้ทำให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีในการเรียนคณิตศาสตร์ และพัฒนาการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของอาจารย์ผู้สอนให้มีประสิทธิภาพต่อไป

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาครู สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้เชิงรุก
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาครู สาขาวิชาคณิตศาสตร์ หลังการที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับเกณฑ์ร้อยละ 60
3. เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักศึกษาครู สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ต่อการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

ระเบียบวิธีวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้แบบการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi-Experimental Research) แบบกลุ่มเดียวมีการสอบก่อนและสอบหลัง (One Group Pretest – Posttest Design) โดยเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบสอบถามความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากร ได้แก่ นักศึกษา ชั้นปีที่ 1-3 สาขาวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาลัยการฝึกหัดครูมหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 แต่ละห้องความสามารถ โดยนักศึกษาที่มีความสามารถเก่ง ปานกลาง และอ่อน อยู่ในห้องเดียวกัน มีจำนวนทั้งหมด 94 คน จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 4 ห้องเรียน

1.2 กลุ่มตัวอย่างการวิจัย ได้แก่ นักศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาลัยการฝึกหัดครูมหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 โดยใช้วิธีการสุ่มแบบกลุ่ม (cluster sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 22 คน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

2.1 แผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกสำหรับนักศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร จำนวน 4 แผน จำนวน 16 คาบ คาบละ 50 นาที ซึ่งมีการประเมินคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกโดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ผลการตรวจสอบโดยผู้เชี่ยวชาญมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ความสอดคล้องอยู่ในระดับ 1.00 แสดงว่าแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกทั้ง 4 แผน กับจุดประสงค์การเรียนรู้มีความสอดคล้องกัน

2.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การพิสูจน์ เป็นแบบทดสอบอัตนัย ซึ่งมีการประเมินคุณภาพของแบบทดสอบโดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ผลการตรวจสอบโดยผู้เชี่ยวชาญมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ความสอดคล้องอยู่ในระดับ 1.00 และมีค่าความยากง่าย (p) ระหว่าง 0.40-0.78 มีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.43-1.00 จำนวน 6 ข้อ และมีค่าความเชื่อมั่นด้วยวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) เท่ากับ 0.804

2.3 แบบสอบถามความพึงพอใจที่มีต่อการเรียนรู้เชิงรุก ซึ่งมีการประเมินคุณภาพของแบบสอบถามความพึงพอใจโดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ผลการตรวจสอบโดยผู้เชี่ยวชาญมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ความสอดคล้องอยู่ในระดับ 1.00 และมีค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.23 – 0.96 จำนวน 15 ข้อ และมีค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.8239

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

การเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัย มีขั้นตอนดังนี้

1. ดำเนินการทดสอบก่อนเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ กับสำหรับนักศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาลัยการฝึกหัดครู มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 แล้วบันทึกผลการสอบไว้เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียนสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูล

2. ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้การจัดการเรียนรู้เชิงรุก สำหรับสำหรับนักศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาลัยการฝึกหัดครู มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และดำเนินการสอนด้วยตนเอง ใช้เวลาสอนสัปดาห์ละ 4 คาบเรียน รวมทั้งหมด 16 คาบเรียน และทำการทดสอบใช้เวลา 2 ชั่วโมง

3. หลังจากการทดลองสิ้นสุดลงจึงทำการทดสอบหลังเรียน ด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ กับสำหรับนักศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาลัยการฝึกหัดครู มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร ซึ่งเป็นชุดเดียวกับข้อสอบก่อนเรียน ตรวจเก็บคะแนน เพื่อนำไปวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป

4. นักศึกษาทำแบบสอบถามความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้เชิงรุก สำหรับนักศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาลัยการฝึกหัดครู มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร ตรวจคะแนนเพื่อนำไปวิเคราะห์ผล

5. การวิเคราะห์ข้อมูล

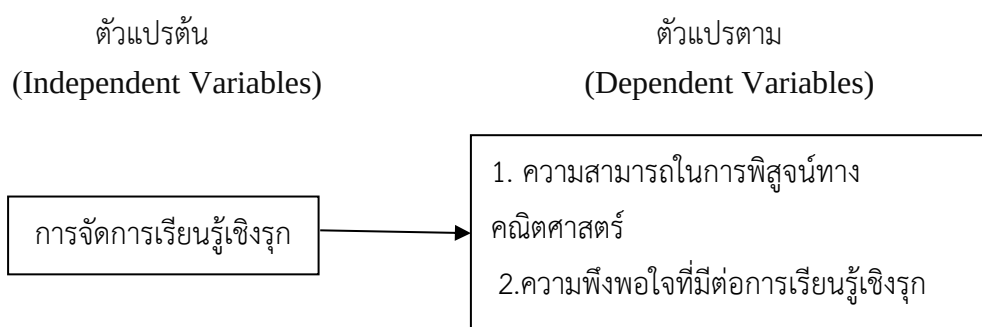
1. วิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน โดยใช้การจัดการเรียนรู้เชิงรุก สำหรับนักศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาลัยการฝึกหัดครู มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร จากผลการทำแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์โดยนำผลที่ได้มาหาค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และใช้สถิติทดสอบที (t-test for dependent Samples)

2. วิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาลัยการฝึกหัดครู มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร หลังจากที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยใช้สถิติทดสอบที (t-test for one sample)

3. วิเคราะห์หาค่าความพึงพอใจของนักศึกษาที่มีต่อการจัดการเรียนรู้เชิงรุก สำหรับนักศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาลัยการฝึกหัดครู มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร ด้วยการหาค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

กรอบแนวคิดในการวิจัย

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการพิสูจน์และการจัดการเรียนรู้เชิงรุกนั้น พบว่าการเรียนรู้เชิงรุกทำให้ความสามารถในการพิสูจน์สูงขึ้นได้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก สำหรับนักศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาลัยการฝึกหัดครู มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร ผู้วิจัยนำมากำหนดเป็นกรอบแนวคิดการวิจัย ผู้วิจัยนำมากำหนดเป็นกรอบแนวคิดการวิจัยดังแผนภาพที่ 1



แผนภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

ผลการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการเสนอผลการวิเคราะห์ ข้อมูลเป็นลำดับ ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาลัยการฝึกหัดครู มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาลัยการฝึกหัดครู มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

การทดสอบ	จำนวน	คะแนนเต็ม	$\bar{x}$	SD	t	df	p-value
ก่อนเรียน	22	30	2.84	1.22			
หลังเรียน	22	30	19.93	4.94	20.51	21	.000*

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 1 พบว่า ความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาลัยการฝึกหัดครู มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร โดยการจัดการเรียนรู้เชิงรุก มีคะแนนก่อนเรียนเฉลี่ยเท่ากับ 2.84 คะแนน และมีคะแนนหลังเรียน 19.93 คะแนน เมื่อเปรียบเทียบระหว่างคะแนนสอบทั้งสองครั้ง พบว่า หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษา สาขาวิชา คณิตศาสตร์ วิทยาลัยการฝึกหัดครู มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เทียบกับ เกณฑ์ร้อยละ 60 ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษา สาขาวิชา คณิตศาสตร์ วิทยาลัยการฝึกหัดครู มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เทียบกับ เกณฑ์ร้อยละ 60

การทดสอบ	จำนวน	คะแนนเต็ม	$\bar{x}$	SD	% of Mean	t	p-value
กลุ่มตัวอย่าง	22	30	19.93	4.94	66.43	1.84	0.04*

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 2 พบว่า การทดสอบหลังเรียนของนักศึกษามีคะแนนเฉลี่ย เท่ากับ 19.93 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 66.43 และเปรียบเทียบระหว่างเกณฑ์กับคะแนนสอบของนักศึกษาหลังเรียน พบว่า คะแนนสอบของนักศึกษาหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์ความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้เชิงรุก สำหรับนักศึกษา สาขาวิชา คณิตศาสตร์ วิทยาลัยการฝึกหัดครู มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร ซึ่งผู้วิจัยหาได้จากข้อมูลที่ได้จาก แบบสอบถามความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้เชิงรุกมาวิเคราะห์ หาค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยรวมของระดับความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้เชิงรุก สำหรับนักศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาลัยการฝึกหัดครู มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร

ความพึงพอใจในแต่ละด้าน	n = 22		แปลความหมาย
	$\bar{x}$	SD	
1. ด้านบรรยากาศในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก	4.22	0.19	มาก
2. ด้านการจัดการเรียนรู้เชิงรุก	4.15	0.23	มาก
3. ด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการจัดการเรียนรู้เชิงรุก	4.15	0.16	มาก
เฉลี่ยรวม	4.17	0.034	มาก

จากตารางที่ 3 พบว่า ระดับความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้เชิงรุกด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก โดยภาพรวมเฉลี่ยมีระดับความพึงพอใจมาก ($\bar{x} = 4.17$, $SD = 0.034$) เมื่อพิจารณาเป็นรายด้าน พบว่า แต่ละด้านมีระดับความพึงพอใจอยู่ในระดับมาก สำหรับด้านที่มีค่าเฉลี่ยสูงสุดก็คือด้านบรรยากาศใน

การจัดการเรียนรู้เชิงรุก ($\bar{x} = 4.22$, $SD = 0.19$) ส่วนด้านการจัดการเรียนรู้เชิงรุกและด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการจัดการเรียนรู้เชิงรุกมีค่าเฉลี่ยเท่ากัน ($\bar{x} = 4.15$)

อภิปรายผลการวิจัย

จากการศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษา โดยใช้การจัดการเรียนรู้เชิงรุก สามารถนำข้อมูลมาอภิปรายผลในประเด็นที่สำคัญตามสมมติฐาน ได้ดังนี้

1. ความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาลัยการฝึกหัดครู มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ .05 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุกทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้หรือประสบการณ์เดิมกับการเรียนรู้ใหม่ มีการค้นหาและคอยช่วยเหลือผู้เรียนให้มีความรู้พื้นฐานเพียงพอต่อการเรียนรู้ใหม่ ผู้เรียนได้สืบเสาะ ค้นหาความรู้ และสร้างความเข้าใจด้วยตนเองหรือร่วมกับเพื่อน และผู้สอนส่งเสริมให้ผู้เรียนแก้ปัญหา มีการสื่อสารและสื่อความหมายที่หลากหลาย มีการตั้งคำถามที่สำคัญๆ เพื่อเปิดโอกาสให้มีการอภิปรายและการสนทนา ซึ่งเป็นการสะท้อนความคิดของผู้เรียนเกี่ยวกับแนวคิดหรือโน้ตที่ที่สำคัญ ผู้เรียนได้รับข้อมูลสะท้อนกลับหรือข้อมูลย้อนกลับเพื่อปรับปรุงการเรียนรู้ ดังนั้นผู้เรียนส่วนใหญ่จึงมีการพัฒนาตนเองเพิ่มขึ้น จึงทำให้ผู้เรียนมีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของเชิดศักดิ์ รักศิริโรจน์ (2556 : 170-177) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการเรียนรู้เชิงรุกสูงกว่าก่อนได้รับการเรียนรู้เชิงรุกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับงานวิจัยของอรษา เจริญยิ่ง (2559) ได้ทำวิจัยเรื่องการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องคู่ อันต์ และกราฟ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดลาดหญ้าไทร(สิงหวิทยาคาร) โดยใช้การเรียนรู้แบบเชิงรุก พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันต์และกราฟของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบเชิงรุกสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสอดคล้องกับงานวิจัยของวณิชพร ชมชื่นใจ สมวงษ์ แปลงประสพโชค และกฤษณะ โสขุมมา (2565 : 102-108) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาลัยการฝึกหัดครู มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก มีคะแนนเฉลี่ย 19.93 คิดเป็นร้อยละ 66.43 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ .05 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก การเรียนรู้เชิงรุกเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยผู้เรียนจะต้องควบคุมการเรียนรู้

ด้วยตนเองในการลงมือปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ ทำให้ผู้เรียนได้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ อภิปราย และใช้เหตุผล ประกอบในการตัดสินใจ ผู้เรียนได้มีโอกาสนำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการสื่อสารทั้งการเขียนและการพูด ส่งเสริมให้มีบรรยากาศของการสะท้อนความคิด และความรู้ ที่ได้รับจากเพื่อนและผู้สอน ตลอดจนมีการ ทบทวนความรู้ และกระตุ้นให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็นและตอบข้อคำถาม โดยผู้สอนสร้างสถานการณ์ ปัญหากระตุ้น ให้คำแนะนำ รับฟังความคิดเห็น คอยเอื้ออำนวยความสะดวก และยังส่งเสริมการตั้งคำถามใน สิ่งที่ผู้เรียนสงสัยและไม่เข้าใจเพื่อให้เกิดความกระจ่างในประเด็นนั้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของเชิดศักดิ์ ภักดีวิโรจน์ (2556: 172-175) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง ทักษะกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และความเชื่อมั่น ในตนเอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การคิด อย่างมีวิจารณญาณ และความเชื่อมั่นในตนเอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ เชิงรุก เรื่อง ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับงานวิจัยของ วันชพร ชมชื่นใจ สมวงษ์ แปลงประสพ โชค และกฤษณะ โสขุม (2565 : 102-108) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่าง มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. ความพึงพอใจของนักศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาลัยการฝึกหัดครู มหาวิทยาลัยราชภัฏพระ นคร หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก มีคะแนนเฉลี่ย 4.17 ซึ่งอยู่ในระดับมาก ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก แผนการ จัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก ที่ได้ผ่านการพิจารณา และแก้ไขจากผู้เชี่ยวชาญ ทำให้บทเรียนมีความเหมาะสม กับผู้เรียน และการจัดการเรียนรู้เชิงรุกยังเป็นวิธีการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ มีอิสระในการคิด เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็น ทำให้ผู้เรียนเกิดความสนุกสนาน ไป พร้อมกับการเรียนรู้ มีความกระตือรือร้นในการทำงาน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ปราณี แก้วมา (2563) ที่ ศึกษาการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบเชิงรุก ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่ การศึกษาประถมศึกษา ตาก เขต 1 พบว่า ด้านครูผู้สอน ในภาพรวมครูผู้สอนคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 1-3 มีความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนแบบเชิงรุกอยู่ในระดับมาก ด้านครูผู้เรียนในภาพรวม ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 มีความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนแบบเชิงรุก ในระดับพอใจมาก และสอดคล้องกับงานวิจัยของวันชพร ชมชื่นใจ สมวงษ์ แปลงประสพโชค และกฤษณะ โสขุม (2565 : 102-108) ได้ศึกษาความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ผลการวิจัยพบว่า ความพึงพอใจ ต่อการจัดการเรียนรู้เชิงรุกอยู่ในระดับพอใจมาก

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำผลวิจัยไปใช้

1. การจัดการเรียนรู้เชิงรุกสามารถช่วยให้ผู้เรียนได้กำกับการเรียนรู้ด้วยตนเอง แต่ผู้สอนต้องมีส่วนร่วมในการตั้งคำถามนำ รับฟังความคิดเห็นและคอยให้คำชี้แนะ และเปิดโอกาสให้มีการนำเสนอและอภิปราย เพื่อให้เกิดบรรยากาศที่ส่งเสริมการสะท้อนความคิดในการเรียนรู้ จะทำให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ดีขึ้น
2. ผู้สอนควรมีการเสริมแรงทางบวกให้แก่ผู้เรียน และให้ความสนใจและคอยประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนทุกคน ซึ่งจะส่งผลทำให้ผู้เรียนเรียนรู้อย่างมีความสุข
3. การจัดการเรียนรู้เชิงรุกบางกิจกรรมอาจใช้เวลานาน เนื่องจากผู้เรียนแต่ละคนมีความรู้พื้นฐานเดิม และความสามารถในการเรียนรู้ไม่เท่ากัน อีกทั้งแต่ละคนมีวิธีการเรียนรู้แตกต่างกันอีกต่างหาก ผู้สอนจึงควรมีการบริหารเวลาในจัดกิจกรรมอย่างยืดหยุ่น เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสเรียนรู้เนื้อหาใหม่ พร้อมกับทำความเข้าใจด้วยวิธีการของตนเองมากขึ้น

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก ในเนื้อหาและระดับชั้นอื่นๆ
2. ควรมีการศึกษามูลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก เพื่อพัฒนาความรู้ ความสามารถและทักษะทางคณิตศาสตร์อื่นๆ เพื่อพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

เอกสารอ้างอิง

- ขจรศรี วรณสถิตย์. (2544). ปัญหาในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ระดับปริญญาตรี. วิทยานิพนธ์ ปริญญาโทมหาบัณฑิต. บัณฑิตวิทยาลัย: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ขวัญ เพี้ยชัย. (2547). การศึกษาความสามารถในการเรียน เรื่อง การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นผู้เรียนสำคัญที่สุดของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ ระดับปริญญาตรี. ปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์. บัณฑิตวิทยาลัย: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- เชิดศักดิ์ รักศิริโรจน์. (2556). ผลการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และความเชื่อมั่นในตนเอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาการมัธยมศึกษา. บัณฑิตวิทยาลัย: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ธนพร พฤษะวัน. (2560). การศึกษาความสามารถและปัญหาในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา หลักสูตรศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสวนดุสิต. วารสารวิจัย มสส สาขาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 13 (2), 197-182.

- ปราณี แก้วมา. (2563). *การศึกษาการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบ Active Learning ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาดงขี้เหล็ก 1. การศึกษาค้นคว้าการฝึกประสบการณ์นิเทศการศึกษา. สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาดงขี้เหล็ก เขต 1.*
- วันขพร ชมชื่นใจ สมวงษ์ แปลงประสพโชค และกฤษณะ โสขุมา. (2565). ผลการจัดการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning) เรื่อง อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. *วารสารวิจัยรำไพพรรณี*. 16 (2), 102-108.
- สถาพร พงษ์พิบูล. (2558). *คุณภาพผู้เรียนเกิดจากกระบวนการเรียนรู้*. สระแก้ว: คณะเทคโนโลยีการเกษตร มหาวิทยาลัยบูรพา วิทยาเขตสระแก้ว.
- สายัญ ปันมา. (2554). *เอกสารประกอบการสอนกระบวนการวิชา 206217 (แนวคิดหลักมูลของคณิตศาสตร์)*. ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- สำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา. (2555). *มาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ พ.ศ. 2554*. กรุงเทพมหานคร: เอกสารแนบท้ายประกาศกระทรวงศึกษาธิการ.
- อรษา เจริญยิ่ง. (2559). *การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องคู่ อันดับและกราฟของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่1โรงเรียนวัดลาดหญ้าไทร(สิงห์วิทยาคาร) โดยใช้การเรียนรู้แบบเชิงรุก (Active Learning)*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา. บัณฑิตวิทยาลัย: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- De Villiers, M. D. (1990). The role and function of proof in mathematics. *Pythagoras*. 2 (4), 17-24.
- Hanna, G. (1990). Some pedagogical aspects of proof. *Interchange*. 21 (1), 6-13.
- Harel, G. & Solow, L. (2007). Students' proof schemes: results from exploratory studies. In A. Schoenfeld, J. Kaput, and Dubinsky. (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education*, III, 234-283.
- Healy, L. & Hoyles, C. (2000). A study of proof conceptions in algebra. *Journal for Research in Mathematics Education*. 3 (1), 396-428.
- Lucast, E. K. (2003). *Proof as method: A new case for proof in mathematics curricular*. Unpublished master thesis. Pittsburgh, PA, USA : Carnegie Mellon University.
- Moore, R. C. (1990). *College students' difficulties in learning to do mathematical proof*. Doctoral dissertation : The University of Georgia.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics.

- Salemi, M. K. (2001). *An lustrated Casa for Active Learning*. University of North Carolina. Retrieved 9 April 2023 from http://www.unc.edu/salemi/Active_learning/llustrated_Case.pdf
- Saeed, R. M. (1997). An exploratory study of college students' understanding of mathematical proof and relationship of this understanding to their attitude toward mathematics. Dissertation Abstract. 57 (10), 4300-A.
- Siengdee, P. (1984). *A Study of Mathematical Philosophical and Mathematical Proof*. Master's thesis : Chiang Mai University.