การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ของนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ด้วยการจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้น ของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์*

ปิยะวัฒน์ ศรีสังวาลย์** **วนินทร พูนไพบูลย์พิพัฒน์***** **วิเชียร ธำรงโสตถิสกุล******

(วันที่รับบทความ: 7 เมษายน 2563; วันแก้ไขบทความ: 20 กรกฎาคม 2563; วันตอบรับบทความ: 22 กรกฎาคม 2563)

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อเปรียบเทียบคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้น ของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม และเพื่อศึกษาพัฒนาการของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างวงจรปฏิบัติการทั้ง 5 วงจรปฏิบัติการ กลุ่มเป้าหมายคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ จำนวน 25 คน ของโรงเรียนวังแขมวิทยาคม จังหวัดกำแพงเพชร ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 การวิจัยปฏิบัติการนี้ใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 15 ชั่วโมง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ ใบกิจกรรม และแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ใช้การวิเคราะห์ข้อมูลด้วย ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบทีแบบกลุ่มเดียว และการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกประเด็น (Analytic Scoring)

ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนมีคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ผลการวิจัยจากใบกิจกรรมที่นักเรียนทำระหว่างจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทุกองค์ประกอบ เปลี่ยนแปลงไปในทางที่ดีขึ้น และในภาพรวมอยู่ในระดับดี เมื่อพิจารณาแต่ละด้าน พบว่า ด้านการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลอยู่ในระดับดี ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดอยู่ในระดับดีมาก และผลการวิจัยจากแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในภาพรวมอยู่ในระดับดี เมื่อพิจารณารายด้าน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้งสามด้านในระดับดี เช่นกัน แสดงให้เห็นถึงการพัฒนาที่สอดคล้องและเป็นไปในทิศทางเดียวกัน

คำสำคัญ: ขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์, การอภิปรายทางคณิตศาสตร์, งานทางคณิตศาสตร์

---

* วิทยานิพนธ์หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2563

** นิสิตหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยนเรศวร, E-mail: piyawats61@nu.ac.th

*** ผู้ช่วยศาสตราจารย์, ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

**** ผู้ช่วยศาสตราจารย์, ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

The Development of Mathematical Thinking on Analytic Geometry Topic of Tenth Grade Students in Science Program through Five Practice Model of Stine for Orchestrating Productive Mathematics Discussions *

Piyawat Srisangwan ** **Wanintorn Poonpaiboonpipat** *** **Wichian Thamrongsotthisakul** ****

(Received: April 7, 2020; Revised: July 20, 2020; Accepted: July 22, 2020)

Abstract

The purposes of this research were to compare learning achievement of mathematical thinking after using the learning management of five practices model of Stein for orchestrating productive mathematics discussion with the criteria of 70% and to study the developing mathematical thinking during the 3 cycles. The research participants were 25 students in tenth grade in sciences program of Wangkhaem Witthayakhom School in the second semester of 2019 academic year. This action research took totally 15 hours. The instruments used in the research were lesson plans, activity sheets, and mathematical thinking test. Data were analyzed by mean, standard deviation, t-test and analytic scoring.

The results were found that the students have mathematical thinking score higher than the criterion of 70 percent at the 0.05 of significant after using five practices model of Stein for orchestrating productive mathematics discussion. The activity sheets which students work during learning management were found that most students have overall mathematical thinking in good level. Each aspect showed that most students have overall problem-solving skill and reasonable skill in good level, but overall mental representation skill was in highest level. The result from mathematical thinking test were also found that most students have overall mathematical thinking in good level. For each subcomponent of mathematical thinking the results showed that most students have mathematical thinking skills in good level. All of these show the consistent development in the same direction.

Keywords: Five Practices of Stein, Mathematical Discussion, Mathematical Tasks

* Research Article form the thesis for the Master of Education degree, Mathematics Education program, Faculty of Education, Naresuan University, 2020

** Student in in Master of Education degree, Mathematics Education program, Naresuan University, E-mail: piyawats61@email.nu.ac.th

*** Assistant Professor, Department of Education, Faculty of Education, Naresuan University

**** Assistant Professor, Department of Education, Faculty of Education, Naresuan University

บทนำ

ในยุคโลกาภิวัตน์ เป็นยุคแห่งความเจริญก้าวหน้าทางวิชาการ เทคโนโลยีวิทยาศาสตร์สมัยใหม่และสังคมที่กำลังเปลี่ยนแปลงจากยุคอุตสาหกรรมเข้าสู่ยุคข้อมูลข่าวสาร และความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี กระแสโลกาภิวัตน์ทำให้คนต้องรู้จักคิด เพื่อให้สามารถเลือกรับข้อมูลข่าวสารและเลือกใช้เทคโนโลยีได้อย่างเหมาะสม ซึ่งต้องเป็นคนที่คิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น ความสามารถในการคิดช่วยทำให้มนุษย์สามารถสร้างองค์ความรู้หรือสารสนเทศเพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม การจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ทำให้นักเรียนต้องใช้ความสามารถในการคิด การวิเคราะห์ การคิดเป็น และการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง

การคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical thinking) เป็นกระบวนการภายในที่มองไม่เห็น แต่สามารถทราบถึงการคิด หรือความคิดของบุคคลได้ เป็นกระบวนการคิดที่อาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การนำเสนอตัวแทนความคิด การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ (Rickart, 1996: 285; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555ข: 144; รุ่งทิวา นาบำรุง, 2550: 18; NCTM, 2000: 52-71) การคิดเชิงคณิตศาสตร์จะช่วยให้บุคคลสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทั้งที่เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์และปัญหาอื่น ๆ ในชีวิตประจำวัน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555ข) นั่นคือการคิดเชิงคณิตศาสตร์สามารถสนับสนุนการแก้ปัญหาได้ ทั้งทางวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและเศรษฐกิจ (Stacey, 2007: 39-47) เป็นตัวขับเคลื่อนความรู้และทักษะ ส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนรู้ด้วยตนเองอย่างอิสระ

ผู้วิจัยในฐานะผู้สอนและวัดผลการเรียนรู้ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งในระหว่างเรียนและหลังเรียน พบว่า นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ เพราะไม่ทราบว่าจะต้องเริ่มต้นอย่างไร หรือรู้ว่าจะต้องเริ่มด้วยการวิเคราะห์ปัญหา ทำให้นักเรียนไม่สามารถที่จะสร้างสมการทางคณิตศาสตร์ หรือนำไปประยุกต์ได้ เช่นในเรื่องวงกลม วงรี และพาราโบลา เนื่องจากไม่รู้ว่าจะต้องกำหนดตัวแปรอย่างไร และไม่เข้าใจว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ส่งผลให้ไม่สามารถใช้ตัวแทนความคิด เพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหาดังกล่าวได้ และมีการเรียนรู้ในลักษณะการจดจำสูตรในการคำนวณและมุ่งเน้นการคำนวณตามขั้นตอนทางคณิตศาสตร์เป็นหลัก โดยลักษณะของนักเรียนที่กล่าวมานี้สะท้อนผ่านการทำแบบฝึกหัด เช่น นักเรียนสามารถเขียนสมการรูปแบบมาตรฐานของวงรีได้ แต่ไม่สอดคล้องกับข้อมูลในโจทย์ปัญหาที่กำหนด หรือสามารถเขียนสูตรในการคำนวณได้ถูกต้องแต่ดำเนินการต่อไม่ได้ และจากการสังเกตนักเรียนกลุ่มนี้ ยังพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถทำงานให้สำเร็จตามเป้าหมายด้วยตนเอง หากไม่ได้รับการแนะนำแนวทางจากครู

ผู้วิจัยศึกษาแนวคิดและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่า ขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ (5 Practices) ซึ่งเป็นแนวการปฏิบัติที่คิดค้นขึ้น โดยศาสตราจารย์ แมรี เคย์ สไตน์ และคณะ (Stein et.al, 2008) เป็นขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการอภิปรายอย่างมีประสิทธิภาพ ร่วมกับการเรียนรู้แบบสืบสอบ (inquiry-based) ตามรูปแบบ LEDS (Launch- Explore-Discuss-Summarize) เอื้อให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในงานทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนได้ร่วมคิด ร่วมแสดงความคิดเห็นและเหตุผล ร่วมค้นคว้า และสรุปความรู้ด้วยตนเองจากการใช้คำถามหรือการชี้แนะจากครู ซึ่งการที่นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความรู้หรือความคิดเห็นมีส่วนร่วมในการอภิปราย ได้ถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างเข้าใจลึกซึ้ง และจดจำได้นานอีกด้วย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555ก) สอดคล้องกับ Strigler and Hiebert (1999) ที่ว่า การพิสูจน์ด้วยการอภิปรายโต้แย้ง จะช่วยให้นักเรียนได้แสดงแนวคิด อธิบายเหตุผลในการพิสูจน์ข้อโต้แย้งกับข้อคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์กับเพื่อนแต่ละคนในระหว่างการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดได้ชัดเจนยิ่งขึ้น ช่วยให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ของตนเอง และเพิ่มทักษะด้านการคิดทางคณิตศาสตร์ (Lam, 2012)

ดังนั้น ผู้วิจัยจึงคาดว่าการจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ (Stein et.al., 2008) ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ จะสามารถพัฒนาผู้เรียนให้เรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้งด้านเนื้อหาสาระ และช่วยพัฒนาความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ทั้งด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิดได้เป็นอย่างดี ผ่านการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน ที่นอกจากจะพัฒนาผู้เรียนแล้วยังสามารถพัฒนาผู้วิจัยในฐานะครูผู้สอนได้อีกด้วย

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

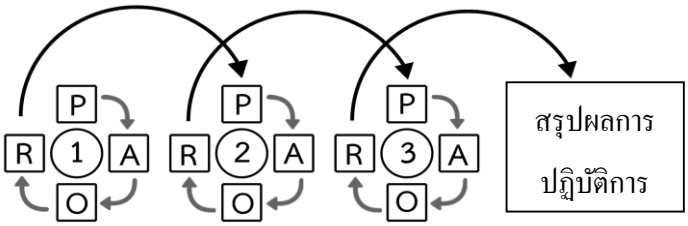
1. เพื่อเปรียบเทียบคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม
2. ศึกษาพัฒนาการของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างวงจรปฏิบัติการทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการ

ระเบียบวิธีวิจัย

รูปแบบการวิจัย

งานวิจัยครั้งนี้ใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน โดยนำหลักการและขั้นตอนของการวิจัยปฏิบัติการตามแนวคิดของ Kemmis (1998; อ้างอิงใน สุวิมล ว่องวานิช, 2557: 23) มาเป็นแนวทางในการดำเนินการวิจัยซึ่งมีขั้นตอน 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นวางแผน (Plan) เป็นการวางแผนหลังจากที่ทำการวิเคราะห์และกำหนดประเด็นปัญหาที่ชัดเจนแล้ว 2) ขั้นปฏิบัติการ (Act) เป็นการปฏิบัติตามแผนที่วางไว้

3) ขั้นสังเกตการณ์ (Observe) คือการสังเกตผลที่เกิดขึ้นตั้งแต่เริ่มจนสิ้นสุดการปฏิบัติงาน และ 4) ขั้นสะท้อนผล (Reflect) เพื่อปรับปรุงแก้ไขการปฏิบัติงานที่ผ่านมา เป็นวงจรปฏิบัติการทั้งหมด 3 รอบ และในแต่ละวงจรปฏิบัติการจะใช้แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 1 แผน โดยผู้วิจัยจะนำผลที่ได้จากการจัดการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการมาสะท้อนผล เพื่อวางแผนการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการถัดไป ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 กระบวนการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน 3 วงจรปฏิบัติการ

กลุ่มเป้าหมาย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนที่เน้นวิทยาศาสตร์ ของโรงเรียนวังแขมวิทยาคม จังหวัดกำแพงเพชร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 25 คน ซึ่งได้จากการเลือกแบบเจาะจง เป็นกลุ่มนักเรียนที่ผู้วิจัยพบปัญหาการวิจัย และเป็นผู้ดำเนินการจัดการเรียนรู้ด้วยตนเอง และเพื่อความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ขอบเขตของการวิจัย

ใช้เนื้อหาเรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็น 3 เรื่อง ได้แก่ วงกลม วงรี และพาราโบลา ใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ 15 ชั่วโมง

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ จำนวน 3 แผน แผนละ 5 ชั่วโมง ในแต่ละแผนจะจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน และขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่

2. ใบกิจกรรม เป็นส่วนหนึ่งของแผนการจัดการเรียนรู้ สำหรับให้นักเรียนทำเป็นรายกลุ่มระหว่างจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีลักษณะเป็นแบบเขียนตอบอิสระ ให้ผู้เรียนร่วมกันอภิปราย แสดงแนวคิดและการแก้ปัญหา จากใบกิจกรรม ผู้วิจัยนำใบกิจกรรมไปตรวจสอบคุณภาพพร้อมกับแผนการจัดการเรียนรู้ และปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ

3. แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ใช้วัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน เมื่อสิ้นสุดทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งมีรูปแบบการเขียนตอบอิสระ 3 ข้อ สำหรับให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล ผู้วิจัยนำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไปให้ผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับที่ตรวจสอบคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ตรวจสอบคุณภาพ และปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ ในระหว่างทำกิจกรรมการเรียนรู้นักเรียนจะได้รับมอบหมายให้ทำใบกิจกรรมเป็นรายกลุ่ม หลังจากที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้แล้ว นักเรียนทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล และทำการวิเคราะห์ผลที่ได้จากใบกิจกรรม แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ การแสดงความคิดเห็นระหว่างคาบเรียน และการตอบคำถามในห้องเรียนของนักเรียน วิเคราะห์ทั้งข้อมูลเชิงปริมาณและข้อมูลเชิงคุณภาพควบคู่กัน

การวิเคราะห์ข้อมูล

การเปรียบเทียบคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม โดยนำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์มาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกประเด็น (Analytic Scoring) ตามองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และการทดสอบค่าเฉลี่ยของกลุ่มเป้าหมายกลุ่มเดียวที่ระดับนัยสำคัญ .05

การศึกษาพัฒนาการของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลเชิงเนื้อหา (Content Analysis) จากคำตอบของนักเรียนในใบกิจกรรม และแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ตามองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้าน ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิด ตีความหมายข้อมูล เพื่อจัดกลุ่มคำตอบของนักเรียนออกเป็น 4 ระดับคุณภาพ ได้แก่ ดีมาก (3) ดี (2) พอใช้ (1) และปรับปรุง (0) และตรวจสอบความสอดคล้องของข้อมูลเชิงคุณภาพ ด้วยการตรวจสอบสามเส้า ด้านวิธีการรวบรวมข้อมูล (Method Triangulation) เพื่อมาวิเคราะห์และสรุปผลการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ว่าเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่ อย่างไร

สรุปผลการวิจัย

1. ผู้วิจัยได้พิจารณาคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย โดยเทียบคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 54 คะแนน เมื่อเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ปรากฏผลตามตาราง 1 ดังนี้

ตารางที่ 1 แสดงผลการเปรียบเทียบคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70

การทดสอบ	จำนวนคน (N)	คะแนนเต็ม	คะแนนผ่านเกณฑ์	ค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$)	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D)	t	sig
หลังเรียน	25	54	38	41.64	7.16	29.06*	.000

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 1 คะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ของนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ผู้วิจัยได้พิจารณาพัฒนาการของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ระหว่างการจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ ที่วัดด้วยใบกิจกรรม พบว่า

ด้านการแก้ปัญหา ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ด้านการแก้ปัญหาอยู่ในระดับ 0-1 คือ ควรปรับปรุงและพอใช้ สำหรับวงจรปฏิบัติการที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาอยู่ในระดับ 2 และในวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนมีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา อยู่ในระดับ 2-3 ซึ่งจากสิ่งที่กล่าวมา แสดงให้เห็นถึงว่าการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาได้รับการพัฒนาขึ้น และในขณะเดียวกัน นักเรียนที่อยู่ในระดับปรับปรุงและพอใช้ ก็ลดลงตามลำดับ และเมื่อพิจารณาในภาพรวมทั้ง 3 วงจร พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดี

ด้านการให้เหตุผล ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ด้านการให้เหตุผล อยู่ระดับ 0-1 คือ ควรปรับปรุงและพอใช้ สำหรับวงจรปฏิบัติการที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลอยู่ในระดับ 2 และในวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนมีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล อยู่ในระดับ 3 ซึ่งจากสิ่งที่กล่าวมา แสดงให้เห็นว่าการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ได้รับการพัฒนาขึ้น และในขณะเดียวกันนักเรียนที่อยู่ในระดับปรับปรุงและพอใช้ก็ลดลงตามลำดับ และเมื่อพิจารณาในภาพรวมทั้ง 3 วงจร พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลอยู่ในระดับดี

ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด อยู่ระดับ 2 สำหรับวงจรปฏิบัติการที่ 2 และวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด ในระดับ 3 คือ ระดับดีมาก ซึ่งจากสิ่งที่กล่าวมา แสดงให้เห็นถึงว่าการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด ได้รับการพัฒนาขึ้น และในขณะเดียวกัน นักเรียนที่อยู่ในระดับปรับปรุงและพอใช้ ก็ลดลงตามลำดับ และเมื่อพิจารณาในภาพรวมทั้ง 3 วงจร พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลอยู่ในระดับดีมาก

3. ทักษะการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ที่วัดด้วยแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ รายละเอียดดังตาราง 2

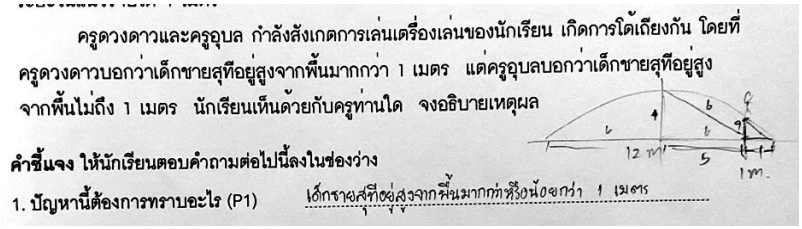
ตารางที่ 2 แสดงผลการจัดกลุ่มคำตอบของนักเรียนจากแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์		จำนวนนักเรียนที่มีคำตอบในแต่ละระดับของการคิดเชิงคณิตศาสตร์											
		การแก้ปัญหา				การให้เหตุผล				การนำเสนอตัวแทนความคิด			
		3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0
		จำนวนนักเรียน (ร้อยละ)				จำนวนนักเรียน (ร้อยละ)				จำนวนนักเรียน (ร้อยละ)			
ปัญหาที่ 1 (วงกลม)		9 (36)	12 (48)	4 (16)	-	10 (40)	6 (24)	9 (36)	-	8 (32)	10 (40)	3 (12)	4 (10)
ปัญหาที่ 2 (วงรี)		9 (36)	13 (52)	-	3 (12)	6 (24)	9 (36)	5 (20)	5 (20)	10 (40)	9 (36)	2 (8)	4 (16)
ปัญหาที่ 3 (พาราโบลา)		7 (28)	6 (24)	7 (28)	5 (20)	6 (24)	9 (36)	2 (8)	8 (32)	8 (32)	11 (44)	3 (12)	3 (12)
รวม	ความถี่	25	31	11	8	22	24	16	13	26	30	8	10
	ร้อยละ	33.33	41.33	14.67	10.67	29.33	32.00	21.33	17.33	34.67	40.00	10.67	13.33

จากตารางที่ 2 แสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี เมื่อพิจารณาในแต่ละด้านแล้วพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ในด้านการแก้ปัญหา ด้านการให้เหตุผล และด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด อยู่ในระดับดี ทั้งสามด้าน

จากผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 แผน ที่เก็บรวบรวมข้อมูลเชิงคุณภาพได้จากใบกิจกรรมและแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นว่า ผลการจากการทำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้านอยู่ในระดับดีทั้งสามด้าน ในขณะที่ผลจากใบกิจกรรมพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ด้านการแก้ปัญหาและด้านการให้เหตุผล อยู่ในระดับดี ส่วนด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดอยู่ในระดับดีมาก

ทั้งนี้ องค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ในด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดที่วัดจากใบกิจกรรมมีพัฒนาการสูงกว่าแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

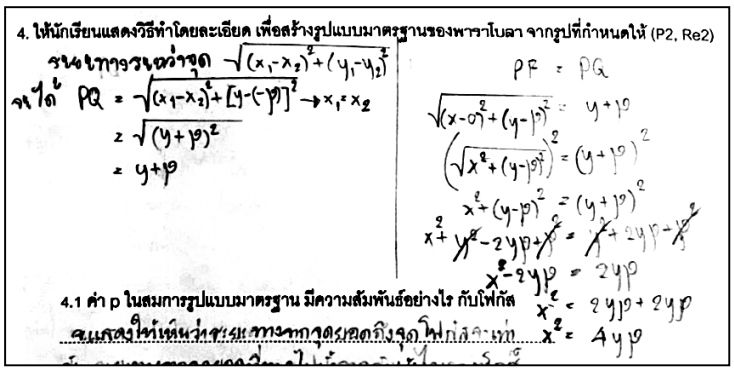

ครูดวงดาวและครูอุบล กำลังสังเกตการเล่นเครื่องเล่นของนักเรียน เกิดการโต้เถียงกัน โดยที่ครูดวงดาวบอกว่าเด็กชายสุทีอยู่สูงจากพื้นมากกว่า 1 เมตร แต่ครูอุบลบอกว่าเด็กชายสุทีอยู่สูงจากพื้นไม่ถึง 1 เมตร นักเรียนเห็นด้วยกับครูท่านใด จงอธิบายเหตุผล

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ลงในช่องว่าง

1. ปัญหานี้ต้องการทราบอะไร (P1) เด็กชายสุทีอยู่สูงจากพื้นมากกว่าหรือน้อยกว่า 1 เมตร

ภาพที่ 2 ตัวอย่างผลงานในใบกิจกรรม ที่แสดงพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา

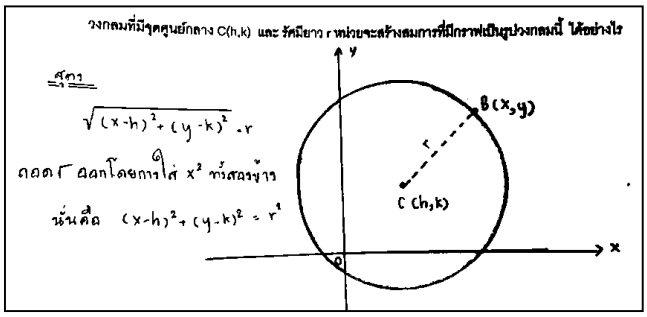
จากภาพที่ 2 แสดงความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ในสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับวงรี ซึ่งจัดอยู่ในระดับดีมาก เนื่องจากนักเรียนระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ และเงื่อนไขของปัญหาด้วยการเรียบเรียงข้อความของปัญหาขึ้นมาใหม่จากความเข้าใจของตนเอง


4. ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด เพื่อสร้างรูปแบบมาตรฐานของพาราโบลา จากรูปที่กำหนดให้ (P2, Re2)

4.1 ค่า p ในสมการรูปแบบมาตรฐาน มีความสัมพันธ์อย่างไร กับโฟกัส

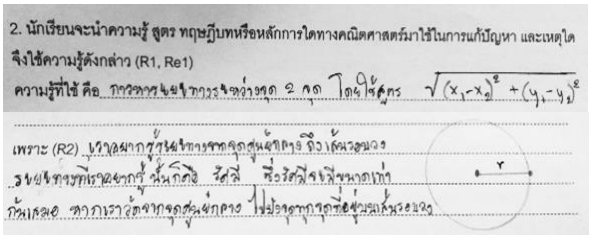
ภาพที่ 3 แสดงความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 3 แสดงความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาและใช้ตัวแทนความคิดในการดำเนินการแก้ปัญหา ในใบกิจกรรมที่ 3 เรื่องพาราโบลา ซึ่งจัดอยู่ในระดับดีมาก เนื่องจากนักเรียนใช้สูตร ทฤษฎีบท หรือหลักการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและครบทุกขั้นตอน



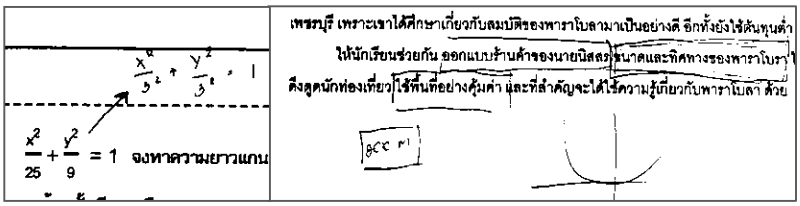
ภาพที่ 4 ตัวอย่างผลงานในใบกิจกรรม ที่แสดงการอธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหา และการนำเสนอตัวแทนความคิดในการดำเนินการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 4 แสดงความสามารถในการอธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหา และการนำเสนอตัวแทนความคิดในการดำเนินการแก้ปัญหา ในใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องวงกลม ซึ่งจัดอยู่ในระดับดีมาก เนื่องจากนักเรียนอธิบายเหตุผลในการแก้สมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์ได้อย่างสมเหตุสมผล และนำสัญลักษณ์รูปภาพและข้อความ มาแสดงการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม และสื่อความหมายได้ชัดเจน

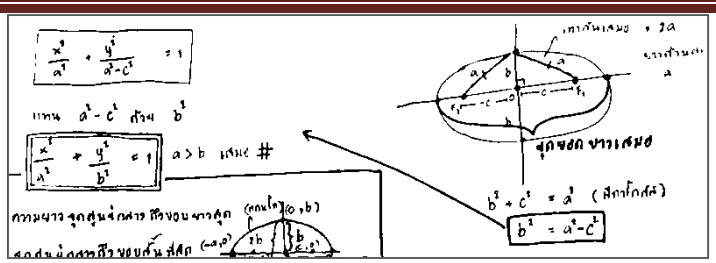


ภาพที่ 5 ตัวอย่างผลงานในใบกิจกรรมที่แสดงการอธิบายเหตุผลของการนำความรู้มาใช้เพื่อทำความเข้าใจปัญหา การอธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหา และการนำเสนอตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจแก้ปัญหา

จากภาพที่ 5 แสดงความสามารถในการอธิบายเหตุผลของการนำความรู้มาใช้ เพื่อทำความเข้าใจปัญหา การอธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหา และการนำเสนอตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจแก้ปัญหา ในใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องวงกลม ซึ่งจัดอยู่ในระดับดีมาก เนื่องจากนักเรียนระบุความสอดคล้องระหว่างสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบกับเงื่อนไขของปัญหาและความรู้ เรื่องการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุดมาใช้เพื่อได้ถูกต้อง อธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล และเขียนแผนภาพกำหนดสัญลักษณ์จากปัญหา เพื่อระบุเงื่อนไขของปัญหาได้อย่างเหมาะสม และสื่อความหมายได้ชัดเจน



ภาพที่ 6 ใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหา



ภาพที่ 7 ตัวอย่างการให้เหตุผลเพื่อทำความเข้าใจปัญหา

จากภาพที่ 6 และภาพที่ 7 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลและการใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหาในใบกิจกรรมที่ 2 เรื่องวงรี ซึ่งจัดอยู่ในระดับดีมาก เนื่องจากนักเรียนระบุความสอดคล้องระหว่างสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบกับเงื่อนไขของปัญหา และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องมาใช้ได้ถูกต้อง อีกทั้งนักเรียนสามารถเขียนแผนภาพ เน้นข้อความ หรือกำหนดสัญลักษณ์จากปัญหา เพื่อระบุเงื่อนไขของปัญหาได้อย่างเหมาะสม และสื่อความหมายได้อย่างชัดเจน

อภิปรายผลการวิจัย

จากขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ ข้างต้น ทำให้นักเรียนมีคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มและมีพัฒนาการของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น เพราะว่าบทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 5 การปฏิบัติ ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์อย่างถูกต้อง ชัดเจนและเป็นระบบ โดยขั้นการปฏิบัติที่ 2, 3 และ 5 เป็นขั้นที่เน้นให้นักเรียนได้ฝึกใช้ความรู้ความเข้าใจ เพื่อนำไปสร้างความรู้ใหม่ด้วยตนเอง และสรุปความรู้นั้นด้วยความเข้าใจของตนเอง สอดคล้องกับแนวคิดของ Bruner (1960) ที่กล่าวว่า การให้นักเรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเองเป็นวิธีการที่ช่วยสนับสนุนให้นักเรียนได้เกิดความเข้าใจในสิ่งที่เรียน และสามารถนำไปประยุกต์ในสถานการณ์ใหม่ได้ และยังสอดคล้องกับ สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) ที่กล่าวว่า แนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทำได้โดยเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ร่วมกับการฝึกการรู้คิด (Metacognition) และได้เสนอหลักการเรียนรู้ไว้ว่า นักเรียนต้องเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ นักเรียนที่เรียนโดยการท่องจำสูตร กฎ ทฤษฎีหรือขั้นตอนกระบวนการต่าง ๆ โดยปราศจากความเข้าใจนั้น มักจะไม่สามารถนำความรู้นั้นไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสอดคล้องกับงานวิจัยที่ใช้แนวคิดของโมเดลของสไตน์ ในการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ งานวิจัยของ Groth (2015) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการใช้โมเดลของสไตน์ เพื่อสนับสนุนการอภิปรายทางสถิติ พบว่า ห้องที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลของสไตน์นั้น นักเรียนมีความรู้เพิ่มขึ้นอย่างเห็นได้ชัดและสูงกว่าห้องที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Young (2015) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลของการใช้โมเดล

ของสไตน์ ในการจัดการเรียนการสอนกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า โมเดลของสไตน์ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระที่ดีขึ้น

เมื่อพิจารณาพัฒนาการของการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายด้าน จากใบกิจกรรมและแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้น ของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์สามารถพัฒนาองค์ประกอบย่อยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ด้านการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหา โดยการระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและเงื่อนไขของปัญหาได้ สามารถดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหาด้วยการการนำสูตร ทฤษฎี หรือ หลักการทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ และสามารถสรุปคำตอบได้ตรงประเด็น ตามสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและสอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหา เพราะนักเรียนได้วางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ผ่านการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับ ณัฐวุฒิ พันธุลี (2559) ที่กล่าวว่า การใช้การอำนวยการวาทกรรมชั้นเรียนเพื่อพัฒนายุทธวิธีการเรียนรู้ โดยการกำกับตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นการแก้ปัญหานั้นเป็นสิ่งที่จำเป็นและสำคัญ เนื่องด้วยขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้น ของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย การคาดการณ์แนวคิด การคอยกำกับติดตามแนวคิด การเลือกแนวคิด การเรียงลำดับแนวคิด และการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียน จะเป็นสิ่งที่ช่วยให้ครูสามารถทำความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหาของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2. ด้านการให้เหตุผล นักเรียนสามารถให้เหตุผลในการระบุความรู้ที่ใช้ เพื่อกำหนดแนวทางการแก้ปัญหา พร้อมทั้งสามารถดำเนินการแก้ปัญหา และสรุปคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล เนื่องจากนักเรียนได้รับการแนะนำโดยเน้นการใช้คำถามเกี่ยวกับที่มา และเหตุผลของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งช่วยฝึกการให้เหตุผลรองรับวิธีการดำเนินการ และได้มีโอกาสตรวจสอบความสมเหตุสมผลของวิธีการแก้ปัญหาของตน ซึ่งสอดคล้องกับ Baroody et al. (2015: p. 93) ที่พบว่า จำนวนครั้งในการแนะแนวทางของครูแปรผันตรงกับระดับของการให้เหตุผลของนักเรียน และยังสอดคล้องกับ วรนารถ อยู่สุข (2555) ที่กล่าวว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ครูควรจัดบรรยากาศแวดล้อมให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ร่วมกับการให้เหตุผล ผ่านการอธิบายและเขียนบรรยายเกี่ยวกับข้อคาดการณ์หรือข้อสรุปไปสู่การตัดสินใจ หรือยืนยันข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล

3. ด้านการเสนอตัวแทนความคิด แม้ว่านักเรียนจะสามารถใช้การขีดเส้นใต้ การคัดลอก ข้อความตัวแปรหรือสัญลักษณ์ และรูปภาพเพื่อทำความเข้าใจปัญหา แสดงการดำเนินการแก้ปัญหา และสรุปคำตอบได้ แต่กระนั้นสถานการณ์ปัญหาก็ต้องเอื้อต่อการใช้ตัวแทนความคิด เช่น สถานการณ์ปัญหา “ช่วยเหลือนักท่องเที่ยว” และ “พับเพื่อรู้จักวงรี” ที่กระตุ้นให้นักเรียนจำเป็นต้องใช้รูปภาพในการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้อง

กับ Allen (2013: p. 286) ที่กล่าวว่า ปัญหาเป็นส่วนสำคัญในการขับเคลื่อนความสามารถในการแก้ปัญหา และการเสนอตัวแทนความคิด ปัญหาที่หลากหลายจึงจะบีบคั้นให้นักเรียน แสดงวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะจากการวิจัย

จากการวิจัยพบว่า งานทางคณิตศาสตร์บางงานที่นำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้นั้น ไม่ส่งเสริมให้เกิดการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ เช่น ปัญหาที่ต้องการคำตอบเชิงตัวเลข ปัญหาที่มีวิธีการหาคำตอบเพียงวิธีการเดียว ดังนั้น ครูควรออกแบบและคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์ระดับสูง ได้แก่ งานแบบอาศัยการใช้ขั้นตอนวิธีดำเนินการ หรืองานแบบใช้ความคิดขั้นสูง ที่เน้นการลงมือทำและใช้ความรู้ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนได้ค้นพบและเรียนรู้แนวคิดที่หลากหลายในการแก้ปัญหา และนำไปสู่การอภิปรายโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

จากการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ เป็นวิธีการจัดการเรียนรู้ที่มีศักยภาพ ในการพัฒนากระบวนคิดของนักเรียนเป็นอย่างมาก โดยเฉพาะขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงแนวคิดไปสู่ความรู้ใหม่ ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูด แลกเปลี่ยนอภิปรายความคิด และข้อสรุปจากการทำงานทางคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงกับการใช้เหตุผล เพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ ดังนั้น ในการวิจัยครั้งต่อไปควรนำรูปแบบการสอนนี้ไปใช้ เพื่อพัฒนาทักษะที่เกี่ยวข้องกับการคิดอื่น ๆ เช่น การคิดวิเคราะห์ การคิดแบบมีวิจารณญาณ และการคิดแก้ปัญหา

เอกสารอ้างอิง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). *คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ศรีเมืองการพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ก). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพเส้นทางสู่ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: 3–คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ข). *การวัดและประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: วี. พริ้น (1991).

วรนารถ อยู่สุข. (2555). *การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้ชุดกิจกรรมเสริมหลักสูตรคณิตศาสตร์และวงจรการเรียนรู้เชิงประสบการณ์*. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต (สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

รุ่งทิวา นาบำรุง. (2550). *วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารของเด็กที่มีอายุตั้งแต่ 7-10 ปี.* วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต (สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.

สุวิมล ว่องวาณิช. (2555). *การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน.* (พิมพ์ครั้งที่ 16). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Allen, K. C. (2013). Problems before Procedures: Systems of Equations. *Mathematics Teacher,* 286-291.

Baroody, A. J., Purpura, D. J., Eiland, M. D., & Reid, E. E. (2015). *The impact of highly and minimally guided discovery instruction on promoting the learning of reasoning strategies for basic add-1 and doubles combinations.* In Early Childhood Research Quarterly, 93-105.

Bruner, J. 1960. *The process of education.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Groth, R. E. (2015). Using the five practices model to promote statistical discourse. *Teaching Statistics,* 37(1), 13-17.

Lam, T.T. (2012). *Reason Communication and Connection in Mathematics: Reasoning and Justification in the secondary Mathematics Classroom.* Singapore: World Scientific; 2012.

Larsson, M. (2015). *Orchestrating mathematical whole-class discussions in the problem solving classroom: Theorizing challenges and support for teachers.* Mälardalen University.

National Council of Teachers of Mathematics, NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, Virginia: NCTM.

Rickart, C. (1996). Structuralism and Mathematical Thinking. *The Nature of Mathematical Thinking.* Sternberg. Robert J.; & Ben – Zeev, Talia., editors. pp. 258 –300. NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). *Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell.* 10(4), 313 – 340.

Stacey, K. (2007). *What is Mathematical Thinking and Way is it Important?*. Retrieved July 26, 2019, from http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/apec2007/progress_report/symposium/Kaye Stacey.pdf

Young, J. S. (2015). *Orchestrating Mathematical Discussions: A Novice Teacher's Implementation of Five Practices to Develop Discourse Orchestration in a Sixth-Grade Classroom.* (Master's thesis). Brigham Young University, Department of Teacher Education, Master of Arts.

****