ผังมโนทัศน์: เครื่องมือสำคัญสำหรับการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21*

วนินทร สุภาพ**

บทคัดย่อ

การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 มุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีทักษะความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มากเพียงพอ และสามารถนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ การบรรลุจุดมุ่งหมายดังกล่าวต้องมีการเปลี่ยนแปลงการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการประเมินผลการเรียนรู้ ผังมโนทัศน์ คือ แผนภาพที่ช่วยในการจัดระบบความคิดและสื่อสารถึงความรู้ความเข้าใจ ในการเชื่อมโยงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เปรียบเสมือนเครื่องมือสำคัญที่ถูกใช้เพื่อพัฒนาทั้งผู้เรียนและผู้สอน ช่วยส่งเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียน และช่วยให้ผู้สอนเข้าใจแนวคิดที่อยู่ในใจของผู้เรียน ช่วยสะท้อนถึงผลการจัดการเรียนรู้ ช่วยประเมินผลการเรียนรู้และช่วยให้การจัดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น ดังนั้น บทความนี้จึงนำเสนอแนวทางการใช้ผังมโนทัศน์ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และตัวอย่างผังมโนทัศน์ที่สะท้อนถึงความเข้าใจของผู้เรียน

คำสำคัญ: ผังมโนทัศน์, การเรียนรู้คณิตศาสตร์, การวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

* บทความวิชาการ, สาขาวิทยาศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

** ดร., อาจารย์ประจำคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร, E-mail: wsupap@gmail.com

Concept Mapping: Useful Tool for Mathematics Education in 21st Century *

Wanintorn Supap **

Abstract

Mathematics education in 21st century emphasize on students' strong basic knowledge and applying knowledge to any problems. To fulfill these ideas, we have to change mathematic learning management and assessment. Concept mapping is a graphical tool for organizing, representing knowledge and explicitly stressing mathematics connections. This useful tool helps both teachers and their students. It can promote students' learning, extract students' mental model for improvement teaching, assess learning and reach to more effective instruction. Therefore, this article present the way of using concept mapping in mathematical learning management as well as examples of concept mapping that explicit student's understanding.

Keywords: Concept Mapping, Mathematics Learning, Mathematical Measurement and Assessment

* Academic article, Science Education, Faculty of Education, Naresuan University

** Ph.D., Lecturer in Faculty of Education, Naresuan University, E-mail: wsupap@gmail.com

บทนำ

สุภาษิตจีนบทหนึ่งกล่าวว่า “ภาพเพียงภาพเดียวดีกว่าคำพูดพันคำ” (a picture says more than a thousand words) คงจะกล่าวแทนได้ดีสำหรับผังมโนทัศน์ (Concept Mapping) ที่เปรียบเสมือนเครื่องมือที่มีประโยชน์มากในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทั้งใช้เป็นกลวิธีหนึ่งในการจัดการเรียนรู้ การสะท้อนสิ่งที่เรียนรู้และการประเมินผลการเรียนรู้ เนื่องด้วยคณิตศาสตร์นั้นจัดว่าเป็นศาสตร์เกี่ยวกับระบบวิธีคิด องค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นโครงสร้างที่เชื่อมโยงมโนทัศน์ นิยาม ทฤษฎีบท การพิสูจน์ ขั้นตอน/กระบวนการ กฎหรือทฤษฎีไว้ด้วยกัน (Brinkmann, 2003) และในการเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้น ผู้เรียนจำเป็นต้องมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้ และมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องเป็นรากฐานสำคัญ จึงจะสามารถใช้ความรู้ที่มีอยู่เป็นพื้นฐานในการวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหาได้และนำไปต่อยอดประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญมากสำหรับทั้งผู้สอนและผู้เรียนคณิตศาสตร์ ที่ช่วยให้ผู้สอนสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถเชื่อมโยงไปสู่การประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในขณะเดียวกัน มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก็มีบทบาทมากสำหรับผู้เรียนในการคิด การเรียนรู้ และการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี และสามารถนำสิ่งเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและไม่คุ้นเคยได้ ดังนั้น ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มโนทัศน์ จึงเป็นสิ่งสำคัญทั้งผู้สอนและผู้เรียน

ผังมโนทัศน์ ถือว่าเป็นเทคนิคอย่างหนึ่งที่ช่วยอธิบาย หรือเป็นตัวแทนความคิดที่แสดงถึงโครงสร้างความรู้ที่ผู้เรียนมี ซึ่งโครงสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ จัดว่าเป็นองค์ประกอบสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่แสดงถึงการเชื่อมโยงของมโนทัศน์สำคัญต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกัน โครงสร้างความรู้ของผู้เชี่ยวชาญหรือผู้เรียนที่ประสบความสำเร็จ จะมีลักษณะที่มีการบูรณาการของมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องได้อย่างครบถ้วน ผังมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไม่ใช่เรื่องใหม่ แต่เป็นหัวข้อที่มีงานวิจัยออกมาอย่างต่อเนื่อง ทั้งการนำผังมโนทัศน์ไปใช้เป็นเครื่องมือในประเมินผลการเรียนรู้ การศึกษาลำดับขั้นและรูปแบบในการใช้ผังมโนทัศน์ และการศึกษาเกณฑ์การประเมินผังมโนทัศน์ในหลากหลายรูปแบบ (Afamasaga-Fuata'i, 2009) อาจจะเนื่องด้วยเอกลักษณ์หนึ่งของผังมโนทัศน์ ที่เน้นการเชื่อมโยงความรู้ การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ ที่สอดคล้องกับจุดเน้นของการศึกษาคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21

ผังมโนทัศน์คืออะไร

Concept Mapping หมายถึง การดำเนินการวิเคราะห์ความคิดรวบยอด ให้เห็นความเกี่ยวข้องสัมพันธ์เชื่อมโยงกัน แล้วจัดทำผังแสดงความสัมพันธ์ของความคิดรอบยอดย่อย ๆ เหล่านั้นให้เป็นภาพรวม (ราชบัณฑิตยสถาน, 2555) และ Concept Mapping ก็มีคำที่เรียกใช้ในภาษาไทยหลายคำ เช่น

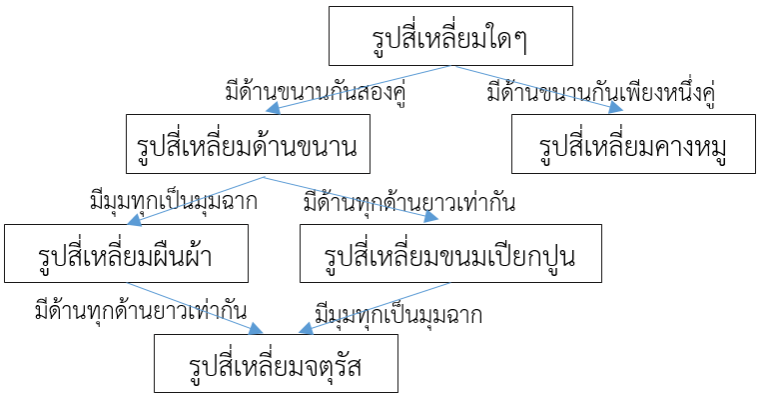
ผังมโนทัศน์ กรอบมโนมติ แผนภูมิมโนทัศน์ (มนัส บุญประกอบ, 2545) ผังแสดงความสัมพันธ์ของความคิด แผนผังความคิด แผนที่ความคิด ซึ่งในบทความฉบับนี้จะขอกล่าวถึง Concept Mapping ว่าผังมโนทัศน์ โดยผังมโนทัศน์เป็นแผนภาพสำหรับการจัดระบบและนำเสนอความรู้ ถูกพัฒนาและนำมาใช้เป็นครั้งแรกโดย Joseph D. Novak ในปี ค.ศ. 1972 เป็นเครื่องมือวิจัยเพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์พื้นฐานทางวิทยาศาสตร์ของเด็กในระดับประถมศึกษา โดยผังมโนทัศน์เป็นหลักฐานเชิงประจักษ์ที่ช่วยแสดงโครงสร้างการรู้คิด (cognitive structure) เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ หรือเมื่อมีการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่เพิ่มเข้ามา (Novak & Cañas, 2009) แล้วต่อมาผังมโนทัศน์ก็ถูกใช้อย่างแพร่หลาย ในฐานะเครื่องมือทางการศึกษา รวมถึงเป็นเครื่องมือที่ช่วยผู้เรียนเรียนรู้กระบวนการเรียนรู้ของตนเอง ซึ่งมีงานวิจัยอย่างมากที่ศึกษาเกี่ยวกับการใช้ผังมโนทัศน์ในการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ แต่ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ยังถือว่ามีไม่มากนัก (Brinkmann, 2003) แรกเริ่มของการใช้ผังมโนทัศน์ในคณิตศาสตร์นั้น เริ่มจากการใช้เพื่อช่วยให้ผู้สอนจัดลำดับหัวข้อต่าง ๆ ในการสอนคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้นและช่วยให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างหัวข้อต่าง ๆ ที่เรียน และมีงานวิจัยพบว่า เมื่อผู้เรียนสร้างผังมโนทัศน์ ผู้เรียนสามารถทำโจทย์ปัญหาได้ดีขึ้น มีความมั่นในการเรียนคณิตศาสตร์ รวมถึงมีความเป็นอิสระในการสร้างผลงานด้วยตนเอง (Novak & Cañas, 2009)

การเขียนผังมโนทัศน์นั้นจะมีคำแสดงมโนทัศน์จะอยู่ในกรอบรูปวงกลม วงรีหรือสี่เหลี่ยม มีการเชื่อมโยงความสัมพันธ์สองมโนทัศน์ด้วยเส้นเชื่อม มีคำหรือวลีกำกับเส้นเชื่อมด้วย และมโนทัศน์ที่อยู่ในกรอบส่วนใหญ่จะเป็นคำที่เป็นเหตุการณ์หรือเป็นคำนาม หรืออาจเป็นสัญลักษณ์ เช่น เครื่องหมาย + หรือ % หรือบางครั้งอาจจะเป็นการใช้คำมากกว่า 1 คำก็ได้ เช่น การทดสอบสมมุติฐาน และกล่าวถึงประพจน์ (Propositions) ว่าหมายถึง ข้อความที่ประกอบด้วยมโนทัศน์ตั้งแต่สองมโนทัศน์ เชื่อมโยงกันด้วยคำหรือวลีที่มีความหมาย หรือเรียกว่า หน่วยย่อยที่มีความหมาย (semantic units) (Novak and Cañas, 2008) ภาพที่ 1 คือตัวอย่างของผังมโนทัศน์ที่อธิบายถึงความสัมพันธ์ระหว่างรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ ซึ่งจากภาพจะแสดงองค์ประกอบสำคัญของผังมโนทัศน์ 3 ประการ (Baroody & Bartels, 2001) ได้แก่

1. เชื่อมโนทัศน์ (Concept Name) ที่เขียนอยู่ในภายใต้กรอบรูปต่าง ๆ เช่น รูปวงรี รูปสี่เหลี่ยม หรือรูปทรงอื่น ๆ ซึ่งเป็นตัวแทนของมโนทัศน์

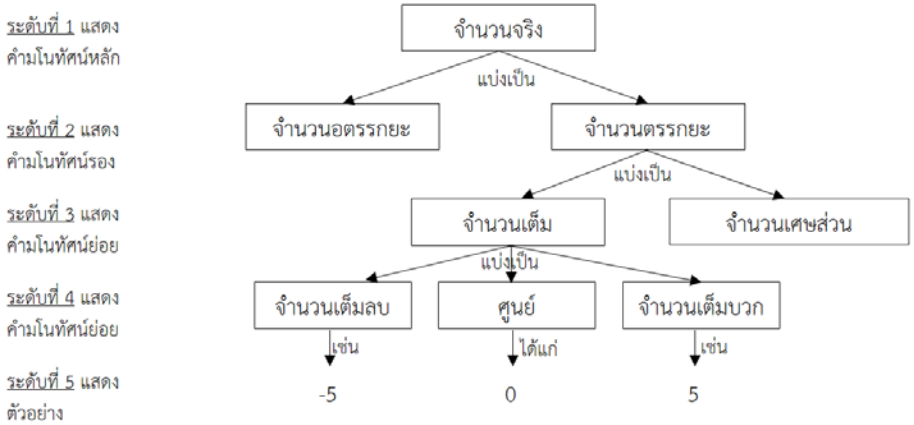
2. เส้นเชื่อม (Linking Line) หรือ เส้นที่มีลูกศร (Arrows) ที่แสดงถึงความเชื่อมโยงและบ่งชี้ถึงทิศทางความสัมพันธ์ระหว่างสองมโนทัศน์ ถึงแม้ว่าจะไม่ใส่ลูกศรในแต่ทิศทางของความสัมพันธ์ มักจะเป็นจากบนลงสู่ล่างเสมอ

3. คำหรือวลีกำกับเส้น (Linking Words or Linking Phrases) ที่แสดงกำกับเส้นเชื่อมและอธิบายถึงความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์



ภาพที่ 1 ผังมโนทัศน์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ

ผังมโนทัศน์สามารถเขียนได้หลายหลายรูปแบบ แต่รูปแบบสำคัญที่เป็นประโยชน์ต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คือการแสดงความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นโครงสร้างอย่างเป็นลำดับขั้น (Hierarchical structure) ที่มีการจัดลำดับมโนทัศน์จากมโนทัศน์ที่มีความหมายครอบคลุมมาก หรือมโนทัศน์หลักไว้ด้านบนไปสู่มโนทัศน์ที่แคบลง หรือมโนทัศน์รองและมโนทัศน์ย่อยที่มีความเฉพาะเจาะจงมากขึ้นเป็นลำดับลงมาด้านล่าง ดังภาพที่ 2 แสดงการเปรียบเทียบระดับของมโนทัศน์ เรื่อง จำนวนจริง นอกจากนี้การมีเส้นข้าม (cross-links) ที่เชื่อมความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ที่ต่างขอบเขต (domain) กัน ก็แสดงถึงความเข้าใจที่ลึกซึ้งของผู้เขียน ตัวอย่างของแต่ละมโนทัศน์สามารถเพิ่มลงในผังมโนทัศน์ได้ เป็นการทำให้มโนทัศน์นั้นมีความเข้าใจที่กระจ่างชัดขึ้น และตัวอย่างไม่ควรอยู่ในกรอบ เนื่องจากตัวอย่างไม่ใช่มโนทัศน์ (Novak & Cañas, 2008)



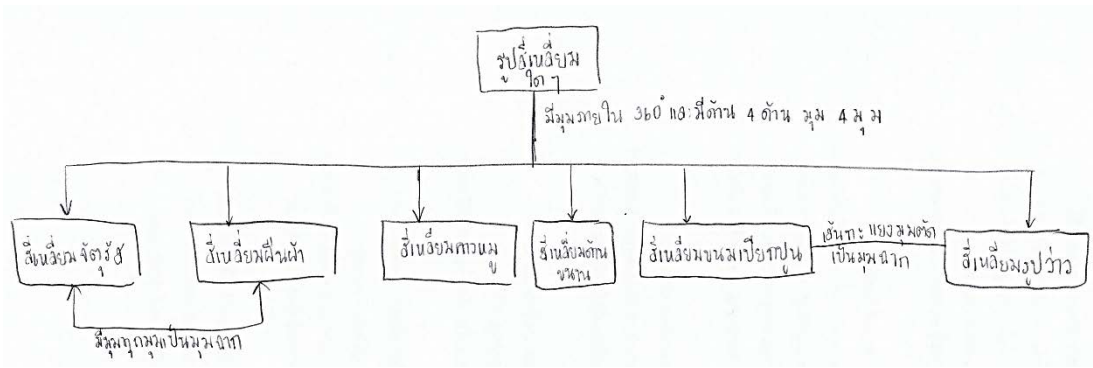
ภาพที่ 2 ผังมโนทัศน์ของจำนวนจริง

ประโยชน์ของการใช้ผังมโนทัศน์ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ผังมโนทัศน์จัดเป็นแผนภูมิอย่างง่ายชนิดหนึ่ง ที่อาจใช้ประโยชน์ได้อย่างกว้างขวางในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังรายละเอียดต่อไปนี้ (Baroody & Bartels, 2001; Brinkmann, 2003)

1. ผังมโนทัศน์ช่วยในการจัดเรียงข้อมูลในมโนทัศน์หลักหนึ่ง ๆ เมื่อความรู้ถูกจัดเรียงในรูปแบบที่ช่วยให้เข้าใจหรือแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ จะช่วยให้การบันทึกความเข้าใจและการดึงความรู้เรื่องใด ๆ ออกมาใช้ด้วยการเรียนข้อมูลตามมโนทัศน์หลักและมโนทัศน์ย่อยอย่างสัมพันธ์กัน ช่วยทำให้การเรียนรู้อย่างมีความหมาย ช่วยในการจัดระบบและเข้าใจความรู้ใหม่

2. ผังมโนทัศน์ เป็นเครื่องมือสำคัญในการแสดงถึงโครงสร้างความรู้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หรือมโนทัศน์ที่ผู้เรียนมี จะช่วยให้ผู้สอนวางแผนการสอนตามความเข้าใจของผู้เรียนได้ แล้วผู้เรียนเองก็จะมีความระมัดระวัง การจัดระเบียบความรู้ของตนเอง บางครั้งเมื่อผู้เรียนเชื่อมโยงมโนทัศน์ผิด ผู้สอนก็จะเห็นและช่วยแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้น ดังแสดงในภาพที่ 3 ตัวอย่างผังมโนทัศน์ของผู้เรียน ที่แสดงความเข้าใจที่ไม่สมบูรณ์ของผู้เรียนในเรื่องรูปสี่เหลี่ยม ในลักษณะที่ไม่มีการเชื่อมโยงรูปสี่เหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์เกี่ยวกับด้าน หรือมุมเข้าด้วยกันเลย เช่น รูปสี่เหลี่ยมจตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน



ภาพที่ 3 ตัวอย่างผังมโนทัศน์ที่แสดงถึงความเข้าใจ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม

3. ผังมโนทัศน์สามารถใช้ประเมินผลงานกลุ่มพร้อม ๆ กับความก้าวหน้าของผู้เรียนรายบุคคลได้ การประเมินการเรียนรู้ ควรจะจัดควบคู่ไปกับจุดประสงค์ของการเรียนรู้และวิธีการจัดการเรียนรู้ การทำงานกลุ่มสามารถทำให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติได้มากกว่า ซึ่งเป็นความสมเหตุสมผลอย่างยิ่งที่จะมีส่วนหนึ่งของการประเมินผู้เรียนคนหนึ่งโดยการประเมินจากผลงานกลุ่ม ซึ่งผังมโนทัศน์เป็นเครื่องมือตัวหนึ่งที่ให้ตอบโจทย์นั้น

4. การใช้ผังมโนทัศน์ช่วยสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ และนำไปสู่การปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ ถ้าใช้ผังมโนทัศน์ในช่วงเริ่มต้นของการจัดการเรียนรู้ ทำการสังเกตผู้เรียนขณะสร้างผังมโนทัศน์สามารถให้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการวินิจฉัยข้อบกพร่อง และให้ผลสะท้อนของการจัดการเรียนรู้ เมื่อติดตามความพยายามของผู้เรียนต่อไปในการพัฒนาผังมโนทัศน์ ผู้สอนก็จะได้ข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับความต้องการของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้ และทราบว่าการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมแล้วหรือยัง หรือ สิ่งใดที่ผู้สอนควรจะต้องปรับปรุงในการจัดการเรียนรู้ต่อไป

5. ผังมโนทัศน์สามารถใช้วินิจฉัยข้อบกพร่องของผู้เรียน การสำรวจ หรือตรวจสอบความพยายามของผู้เรียนในการสร้างผังมโนทัศน์ หรือกระบวนการที่จะได้ผลงานออกมาเป็นผังมโนทัศน์ที่ ทำสำเร็จแล้ว ผู้สอนก็สามารถที่จะประเมินคร่าว ๆ ถึงระดับความเข้าใจในมโนทัศน์ของผู้เรียน ซึ่งข้อมูลเหล่านี้จะทำให้ผู้สอนใช้ เพื่อวางแผนแก้ไขข้อบกพร่องของผู้เรียน

6. ผังมโนทัศน์ เป็นทางเลือกหนึ่งของการประเมินจากรูปแบบการเขียนแบบดั้งเดิม และนำไปสู่การใช้วิธีการที่หลากหลายในการประเมินผลการเรียนรู้ การสังเกตผู้เรียนขณะทำกิจกรรมการสร้างผังมโนทัศน์ด้วยการฟังการอภิปรายกันของสมาชิกในกลุ่ม ว่าจะเพิ่มมโนทัศน์แต่ละอันลงไปใน ผังมโนทัศน์อย่างไร ช่วยให้ผู้สอนเข้าใจกระบวนการคิดของผู้เรียน และยังช่วยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ทำงานอย่างสร้างสรรค์ในรูปแบบที่ไม่ได้เกี่ยวข้องกับตัวเลข

7. ผังมโนทัศน์ใช้ออกแบบสื่อการเรียนการสอน ผังมโนทัศน์เป็นเครื่องมือในการบรรยายหรือจัดเตรียมหลักสูตร ไม่เพียงแต่ช่วยในการวางแผนการเรียนการสอนเท่านั้น แต่ยังช่วยเพิ่มความเข้าใจในเนื้อหาด้วย

8. ผังมโนทัศน์ช่วยพัฒนาทัศนคติของผู้เรียนที่มีต่อคณิตศาสตร์ การใช้ผังมโนทัศน์ทำให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนแต่ละคนเป็นโครงสร้างที่ชัดเจนขึ้น และมุมมองที่มีต่อคณิตศาสตร์ก็เป็นไปในเชิงบวกมากขึ้น ด้วยผังมโนทัศน์นั้น ทำให้ผู้เรียนได้มองเห็นเป็นรูปธรรม และตระหนักว่าคณิตศาสตร์มิใช่เป็นเพียงการรวบรวมกฎ หรือความจริงต่าง ๆ แยกส่วนกัน แต่เป็นเครือข่ายของความคิดที่แสดงความเชื่อมโยงไปยังหัวข้อต่าง ๆ ดังที่ว่า การพยายามเพื่อสร้างความเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้ผู้เรียนได้เห็นถึงความชื่นชม หรือความพอใจในศักยภาพและความสวยงาม ของคณิตศาสตร์ ดังนั้น ผังมโนทัศน์อาจจะช่วยเปลี่ยนความเชื่อของบุคคลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ทำให้มีทัศนคติเชิงบวก

แผนผังความคิด (Mind Mapping) และผังมโนทัศน์ (Concept Mapping)

Mind Mapping สามารถเรียกเป็นภาษาไทยได้หลายคำได้แก่ แผนผังความคิด แผนที่ความคิด แผนผังทางปัญญา หรือผังมโนทัศน์ ซึ่งเป็นคำที่มักจะมีคนเข้าใจผิดว่าเป็น Concept Mapping ด้วยภาษาไทยที่ใช้ว่าผังมโนทัศน์เหมือนกัน แผนผังความคิดนั้นพัฒนาในปี ค.ศ. 1970 โดย Tony Buzan นักจิตวิทยาและนักวิจัยทางสมอง เพื่อเป็นเทคนิคในการจดบันทึกอย่างย่อให้มีความน่าสนใจ และแผนผังความคิดก็ถูกนำมาใช้อย่างแพร่หลายในทางการศึกษา แต่ค่อนข้างไม่ค่อยนิยมใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Lanzing, 1998) การเขียนแผนผังความคิดเกิดจากการทำงานร่วมกันของสมองทั้งสองซีก โดยแผนผังความคิดจะประกอบด้วยคำหรือมโนทัศน์หลักตรงกลาง และล้อมรอบด้วย 5-10 แนวคิดที่เกี่ยวข้องความแตกต่างระหว่างแผนผังความคิดกับผังมโนทัศน์ คือ แผนผังความคิดจะมีมโนทัศน์หลักแค่อันเดียวแต่ขณะที่ผังมโนทัศน์มีหลายมโนทัศน์ โครงสร้างของแผนที่ความคิดมีลักษณะคล้ายต้นไม้ที่มองจากด้านบน คือมีลำต้นตรงกลางที่แตกกิ่งก้านสาขาออกไป ตัวอย่างของการใช้แผนที่ความคิดในสรุปความรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนนับแสดงในภาพที่ 4

ถึงแม้ว่าแผนผังความคิดจะมีระบบและลำดับอย่างเป็นโครงสร้าง แต่บางครั้งก็อาจจะสร้างความสับสน เนื่องจากแผนผังความคิดเป็นภาพตัวแทนความคิดของแต่ละบุคคล ดังนั้นแต่ละคนก็จะสร้างแผนผังความคิดที่แตกต่างกันไป แม้ว่าจะเป็นหัวข้อเดียวกันก็ตาม ความเข้าใจของแต่ละคนที่แสดงออกผ่านแผนผังความคิดแสดงถึงความถูกต้องระหว่างความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงกัน นำไปสู่การใช้คำสำคัญต่าง ๆ การสร้างแผนผังความคิดจึงควรเป็นผลงานเฉพาะบุคคล หรือกลุ่มที่มีการแบ่งส่วนเขียนกัน ในแผนผังความคิดสามารถสร้างแนวคิดที่ซับซ้อนด้วยการแตกสาขาย่อย ๆ การเชื่อมโยงของแต่ละแนวคิดไม่ได้มีการเรียบเรียงเพื่อเพิ่มความชัดเจนให้แผนผังความคิด ดังนั้นความสัมพันธ์ในแผนที่ความคิดจึงค่อนข้างจะไม่สมบูรณ์

ภาพที่ 4 แผนที่ความคิด เรื่อง จำนวนนับ

การประเมินผังมโนทัศน์

การให้คะแนนหรือประเมินผังมโนทัศน์ สามารถแบ่งได้ 2 วิธีหลัก ๆ วิธีแรก คือ การนับให้คะแนนจากคุณลักษณะ หรือองค์ประกอบที่ปรากฏในผังมโนทัศน์ ตามแนวคิดดั้งเดิมของ Novak and Gowin (1984) เช่น การเขียนอธิบายกำกับเส้นเชื่อม การเขียนมโนทัศน์ลดหลั่นเป็นลำดับขั้น (hierarchy) การแสดงตัวอย่างของมโนทัศน์ย่อย โดยจะเป็นการให้คะแนนแต่ละจุด แล้วนำคะแนนทั้งหมดมารวมกัน และวิธีที่สองเป็นการประเมินด้วยเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค (Bartels, 1995) ซึ่งจะมีการกำหนดคุณสมบัติตามระดับเกณฑ์ไว้อย่างชัดเจน และในการกำหนดคุณสมบัติแต่ละระดับ ก็ควรเชื่อมโยงกับสิ่งที่ผู้สอนใช้ประเมินผลงานของผู้เรียน เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ควรสัมพันธ์กับจุดประสงค์การเรียนรู้ สัมพันธ์กับชิ้นงานที่ผู้เรียนต้องทำตามเนื้อหาของรายวิชาและ ผู้สอนควรแจ้งเกณฑ์การประเมินให้ผู้เรียนทราบก่อน ต่อไปจะเป็นการยกตัวอย่างการให้คะแนน หรือการประเมินผังมโนทัศน์ทั้ง 2 รูปแบบ

เกณฑ์การให้คะแนนของ Novak and Gowin (1984) จะพิจารณา 5 ด้าน ดังนี้

1. ประพจน์ (Propositions) พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างสองมโนทัศน์ที่มีเส้นเชื่อมและมีคำกำกับเส้น ถ้าแต่ละคู่นั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างถูกต้องให้คู่ละ 1 คะแนน

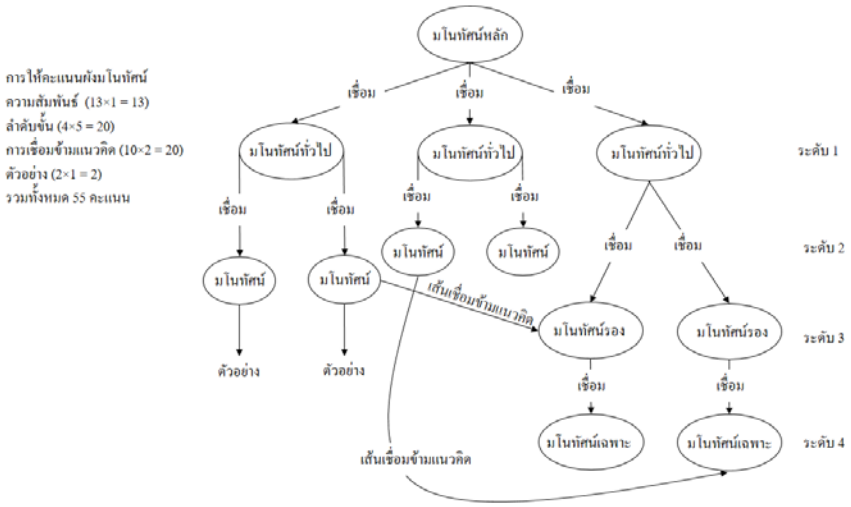
2. ลำดับขั้น (Hierarchy) พิจารณาลำดับขั้นของผังมโนทัศน์ ถ้ามโนทัศน์รอง หรือมโนทัศน์ย่อยมีมโนทัศน์ที่เฉพาะเจาะจงไล่ลงไปเป็นลำดับขั้น (ในบริบทของผังมโนทัศน์) จากมโนทัศน์ที่เขียนอยู่เหนือกว่า ให้ระดับละ 5 คะแนน

3. การเชื่อมข้ามแนวคิด (Cross links) พิจารณาการเชื่อมข้ามมโนทัศน์ที่มีความหมายหรือเชื่อมข้ามชุดให้ 10 คะแนน สำหรับแต่ละคู่ของการเชื่อมข้ามที่มีความสมเหตุสมผลและมีนัยสำคัญ และให้ 2 คะแนนสำหรับแต่ละการเชื่อมข้ามที่สมเหตุสมผลแต่อาจจะไม่สำคัญ การเชื่อมข้ามแนวคิดที่มีความเป็นเอกลักษณ์ หรือมีความสร้างสรรค์สมควรจะได้รับคะแนนพิเศษ

4. ตัวอย่าง พิจารณาตัวอย่างที่สมเหตุสมผลของมโนทัศน์ที่เขียนให้ 1 คะแนนสำหรับแต่ละตัวอย่าง

5. คะแนนพิเศษ เกณฑ์การให้คะแนนผังมโนทัศน์อาจสร้างขึ้นมาใหม่ได้ ตามจุดประสงค์ของการสร้างผังมโนทัศน์ หรือจะนำคะแนนผังมโนทัศน์มาคิดเปรียบเทียบเป็นค่าร้อยละก็ได้

ตัวอย่างการให้คะแนนผังมโนทัศน์ ตามแนวคิดของ Novak and Gowin (1984) แสดงไว้ในภาพที่ 5 ประพจน์ที่ถูกต้องจะพิจารณาว่าเป็นความสัมพันธ์จากภาพมีทั้งหมด 13 คู่ ลำดับขั้นของมโนทัศน์จะพิจารณาจากระดับที่มากที่สุด ซึ่งในภาพที่ 5 มีทั้งหมด 4 ระดับ มีการเชื่อมข้ามแนวคิด 2 คู่และมี 2 ตัวอย่าง รวมเป็น 55 คะแนน



ภาพที่ 5 ตัวอย่างการให้คะแนนผังมโนทัศน์ตามแนวคิดของ Novak and Gowin (1984)

สำหรับเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคของ Bartels (1995) นั้นจะเน้นการประเมินใน 3 ประเด็นหลัก คือ 1) ความรู้ของผู้เรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์ 2) ความสามารถในการสร้างผังมโนทัศน์ และ 3) ความสามารถในการสื่อสารผ่านผังมโนทัศน์ มีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

มโนทัศน์และคำศัพท์เฉพาะทาง

3 คะแนน	แสดงความเข้าใจมโนทัศน์และหลักการ และใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์
2 คะแนน	มีข้อผิดพลาดเล็กน้อยสำหรับคำศัพท์เฉพาะ และความความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน
1 คะแนน	มีข้อผิดพลาดหลายจุดสำหรับคำศัพท์เฉพาะ และความความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน
0 คะแนน	ไม่มีความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ในหัวข้อนั้นและหลักการ

ความรู้สำหรับการเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์

3 คะแนน	ระบุมโนทัศน์ที่สำคัญทั้งหมดและแสดงความเข้าใจถึงความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์เหล่านั้น
2 คะแนน	ระบุมโนทัศน์ที่สำคัญแต่มีการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ผิดพลาดบ้าง
1 คะแนน	มีความผิดพลาดในการเชื่อมโยงความสัมพันธ์หลายแห่ง
0 คะแนน	ไม่มีมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องหรือไม่มีมีการเชื่อมโยงที่เหมาะสมหรือถูกต้องเลย

ความสามารถในการสื่อสารผ่านผังมโนทัศน์

3 คะแนน	สร้างผังมโนทัศน์ที่สมบูรณ์ แสดงตัวอย่าง วางมโนทัศน์ตามลำดับขั้น และมีคำกำกับเส้นถูกต้อง ผังมโนทัศน์ง่ายต่อการอธิบาย
2 คะแนน	วางมโนทัศน์ตามลำดับขั้นและมีคำกำกับเส้นถูกต้องเกือบทั้งหมด ผังมโนทัศน์ง่ายต่อการอธิบาย
1 คะแนน	วางมโนทัศน์ตามลำดับขั้นและมีคำกำกับเส้นถูกต้องบ้าง ผังมโนทัศน์ยากต่อการอธิบาย
0 คะแนน	สิ่งที่สร้างขึ้นไม่จัดว่าเป็นมโนทัศน์

การให้คะแนนหรือการประเมินผังมโนทัศน์ ขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ของการประเมินผังมโนทัศน์นั้น การให้คะแนนอาจจะมีระดับคะแนนแตกต่างไปจากนี้ หรืออาจจะให้คะแนนเป็นจำนวนที่เป็นทศนิยม เช่น สำหรับการตัดคะแนนในจุดที่ผิดพลาด จุดละ 0.5 คะแนนก็ได้ ขึ้นอยู่กับการกำหนดของผู้สอน โดยทั่วไปอาจจะใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค หรือผู้สอนบางท่านอาจจะใช้ผังมโนทัศน์จากผู้เชี่ยวชาญเฉพาะทางที่กำหนดขอบเขตเนื้อหาเป็นตัวเปรียบเทียบก็ได้ เนื่องจากในมโนทัศน์เดียวกันแต่สอนต่างระดับชั้นก็มีผังมโนทัศน์ที่แตกต่างกัน และการใช้ผังมโมทัศน์จากผู้เชี่ยวชาญ เพื่อเปรียบเทียบคำตอบที่ถูกต้องก็อาจจะสร้างความมั่นใจให้กับผู้สอน และเป็นการทำให้งานวิจัยมีความน่าเชื่อถือ

การใช้ผังมโนทัศน์ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

การใช้ผังมโนทัศน์ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้น สิ่งสำคัญคือจะต้องสร้างความคุ้นเคยให้ผู้เรียนเข้าใจความหมายและหลักการเขียนผังมโนทัศน์เสียก่อน ซึ่งการสร้างความคุ้นเคยนั้นอาจทำได้หลายรูปแบบ ตัวอย่างกิจกรรมเตรียมตัวเพื่อสร้างผังมโนทัศน์ มีดังนี้

1. การกำหนดมโนทัศน์หรือคำหลัก แล้วให้ผู้เรียนฝึกนึกถึงมโนทัศน์ หรือคำสำคัญอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง ให้ผู้เรียนอธิบายสิ่งที่ตนคิดถึงเมื่อได้ยินคำ เช่น จำนวน การดำเนินการ ช่วยให้ผู้เรียนระลึกถึงว่า แม้ว่าเราจะใช้คำเดียวกัน แต่ละคนอาจนึกถึงบางสิ่งแตกต่างกัน ภาพในใจที่ผู้เรียนมีต่อคำต่าง ๆ

2. ใช้คำที่เป็นมโนทัศน์ 2 คำ และคำเชื่อม สร้างประโยคสั้น ๆ 2-3 ประโยค บนกระดาน เพื่อแสดงให้เห็นว่า คำที่แสดงมโนทัศน์กับคำเชื่อมตามที่เราใช้กันอยู่นั้น สามารถสื่อความหมายได้อย่างไร เช่น จำนวนสามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้

3. ให้ผู้เรียนสร้างประโยคสั้น ๆ ขึ้นเอง ชี้บอกคำที่แสดงมโนทัศน์ และบอกว่าคำใดคือวัตถุหรือเหตุการณ์ และคำใดคือคำเชื่อม ผู้สอนอธิบายให้ผู้เรียนเห็นว่า ความหมายของมโนทัศน์ไม่แน่นอน แต่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ เมื่อเรียนระดับที่สูงขึ้น

เมื่อผู้เรียนเริ่มคุ้นเคยกับการเชื่อมโยงมโนทัศน์แล้ว อาจจะให้ผู้เรียนเริ่มสร้างผังมโนทัศน์ โดย 1) การกำหนดคำแสดงมโนทัศน์จำนวนหนึ่ง ให้ผู้เรียนเติมลงในผังมโนทัศน์ที่ออกแบบไว้แล้วพร้อมคำกำกับเส้นเชื่อม 2) กำหนดคำแสดงมโนทัศน์จำนวนหนึ่งที่เข้าใจง่าย ให้ผู้เรียนฝึกสร้างผังมโนทัศน์เอง ควรเริ่มต้นด้วยมโนทัศน์ที่ง่ายหรือที่ผู้เรียนคุ้นเคย มีมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องจำนวนไม่มากก่อน เพื่อให้ผู้เรียนมีความจดจ่ออยู่กับกระบวนการเรียนรู้ 3) เตรียมผังมโนทัศน์ให้แล้วให้ผู้เรียนเติมมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องและเขียนคำกำกับเส้นเชื่อมเอง 4) การกำหนดมโนทัศน์หลักเริ่มต้นแล้ว ให้ผู้เรียนต่อยอดไปยังมโนทัศน์รองมโนทัศน์ย่อยและตัวอย่าง จนกระทั่งผู้เรียนมีความคุ้นเคยที่จะเขียนผังมโนทัศน์ทั้งหมดเองได้ ซึ่งผู้สอนจะต้องมีความมั่นใจว่าการที่ผู้เรียนเขียนผังมโนทัศน์ไม่ได้นั้น ไม่ได้มีอุปสรรคมาจากการไม่เข้าใจในหลักการของการเขียนผังมโนทัศน์ และต้องให้ผู้เรียนเห็นมโนทัศน์ในรูปแบบที่หลากหลาย

ตัวอย่างการจัดกิจกรรมในการสร้างผังมโนทัศน์คณิตศาสตร์ (Gallenstein, 2011)

1. เพื่อเป็นการเริ่มต้นนำผังมโนทัศน์เข้าสู่ห้องเรียน จึงควรให้ผู้เรียนสร้างมโนทัศน์เป็นกลุ่ม เพื่อให้สมาชิกในห้องเห็นผังมโนทัศน์โดยง่ายและชัดเจน โดยผู้สอนกำหนดมโนทัศน์หลัก

2. ผู้สอนเตรียมบัตรคำที่ช่วยให้ผู้เรียนได้ประสบการณ์ในการสร้างบัตรคำเป็นรูปธรรม ตัวแทนความคิดและนามธรรม ควรเริ่มต้นด้วยจำนวนที่เหมาะสมแล้วค่อย ๆ เพิ่มความท้าทายผู้เรียนด้วยการเพิ่มมโนทัศน์เข้าไปในกลุ่มของบัตรคำ เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่สำคัญที่สุดที่ครอบคลุมความคิด

3. ให้ผู้เรียนการจัดเรียงบัตรคำต่าง ๆ เขียนมโนทัศน์ที่ครอบคลุมที่สุด ไว้บนหัวของรายการมโนทัศน์เหล่านี้ที่จัดเรียงลำดับไว้ เขียนมโนทัศน์ที่มีลักษณะครอบคลุมมากไปสู่มโนทัศน์ที่แคบถัดลงไป ทำเช่นนี้จนกระทั่งมโนทัศน์ทั้งหมดถูกจัดลำดับความสำคัญ ผู้เรียนอาจมีความคิดเห็นไม่ตรงกันเกี่ยวกับการเรียงลำดับความสำคัญนี้ แต่โดยปกติแล้วความเห็นที่แตกต่างกันนี้มีไม่มากนัก เป็นการชี้ให้เห็นว่าการมองเห็นความหมายในเนื้อหาอาจมองได้หลายแบบ ถ้าเป็นไปได้ควรให้ผู้เรียนนั่งล้อมบัตรคำเป็นรูปตัวยู เพื่อให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มได้มีส่วนร่วมในกิจกรรม ให้ได้อ่านและเห็นบัตรคำทุกอันขณะที่สร้างผังมโนทัศน์

4. เริ่มสร้างผังมโนทัศน์โดยใช้คำที่ลำดับไว้แล้ว เป็นตัวชี้แนะในการสร้างลำดับขั้นของมโนทัศน์ ให้ผู้เรียนเลือกคำเชื่อมที่จะสร้างเป็นประพจน์ที่แสดงไว้บนแผนผัง วิธีหนึ่งที่เหมาะจะฝึกให้ผู้เรียนสร้างผังมโนทัศน์ คือ ให้ผู้เรียนเขียนคำที่แสดงมโนทัศน์ และคำเชื่อมบนกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า แล้วนำมาจัดเป็นผังมโนทัศน์บนสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้ จนกระทั่งได้ผังมโนทัศน์ที่เหมาะสม และควรให้ผู้เรียนพิจารณาการเชื่อมข้ามชุด ระหว่างมโนทัศน์ในแผนผัง ให้ผู้เรียนเลือกคำเชื่อมที่จะใช้เชื่อมข้ามชุดนี้

5. ผังมโนทัศน์ที่พยายามเขียนในครั้งแรก อาจมีการวางมโนทัศน์ไม่เหมาะสม ควรเปิดโอกาสให้มีการปรับแก้หรือสร้างใหม่ และชี้แจงให้ผู้เรียนเห็นว่าการปรับแก้ ซ่อมเสริม หรือสร้างมโนทัศน์ใหม่จะทำให้เข้าใจความหมายของประพจน์ และมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดียิ่งขึ้น (สุวิชา ดวงฟู และวิเชียร ธำรงโสตถิสกุล, 2560)

6. อภิปรายเกณฑ์การให้คะแนนผังมโนทัศน์ และให้คะแนนผังมโนทัศน์ที่สร้างขึ้น ชี้ให้เห็นการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างที่เป็นไปได้ ซึ่งอาจช่วยให้มีความหมายดียิ่งขึ้น และอาจทำให้คะแนนของผังมโนทัศน์ดีขึ้นด้วย

7. ผังมโนทัศน์ที่ผู้เรียนสร้างขึ้น อาจนำเสนอต่อชั้นเรียนบนกระดาน หรือบนเครื่องฉายภาพข้ามศีรษะ แล้วอ่านผังมโนทัศน์ที่สร้างขึ้นให้เพื่อนฟัง จะทำให้เข้าใจชัดเจนมากยิ่งขึ้น

8. รวบรวมคำถามเกี่ยวกับการสร้างผังมโนทัศน์ เพื่อใช้ในการทดสอบครั้งต่อไป และเพื่อแสดงให้เห็นว่าผังมโนทัศน์เป็นกระบวนการประเมินที่มีความตรง และผังมโนทัศน์ของผู้เรียนสามารถใช้เป็นเครื่องมือในการแสดงความเข้าใจในเนื้อหาวิชาได้

การสร้างผังมโนทัศน์เป็นกลุ่ม ช่วยให้ผู้เรียนอภิปรายกันอย่างเข้มข้น ขณะที่ผู้เรียนสำรวจการเชื่อมโยงระหว่างคำหรือมโนทัศน์ที่สำคัญ จะเป็นการค้นพบข้อผิดพลาดและพัฒนามโนทัศน์ไปในตัว จนเกิดเป็นความรู้ใหม่ที่ชัดเจนและถูกต้อง อีกทั้งการอภิปรายในกลุ่ม ผู้เรียนยังต้องมีการตั้งคำถามให้เกิดความกระจ่างเกี่ยวกับผังมโนทัศน์ที่ช่วยกันสร้างขึ้น ถือว่าเป็นการช่วยสนับสนุนความสามารถในการให้เหตุผล การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ซึ่งจัดว่าเป็นสิ่งจำเป็นมากสำหรับผู้เรียนในศตวรรษที่ 21 บริบททางสังคมของการสร้างผังมโนทัศน์ จะเป็นตัวผลักดันให้เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วยให้เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และขณะเดียวกันก็เป็นการสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ให้กับสมาชิกในกลุ่มด้วย การสร้างความเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก็เป็นการตกผลึกความรู้ของผู้เรียน

สรุป

ผังมโนทัศน์จัดว่าเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์หนึ่งที่มีคุณค่า และมีประโยชน์ต่อผู้เรียน ที่จะได้แสดงความเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กันได้อย่างชัดเจน และเป็นหลักฐานเชิงประจักษ์ที่สื่อถึงความรู้ที่ผู้เรียนมี การสร้างผังมโนทัศน์เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ตระหนักถึงความหมาย ความเชื่อมโยงของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการที่ต้องสำรวจตรวจสอบและปรับแก้การเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์ จะช่วยพัฒนาความรู้ของผู้เรียนจนกลายเป็นความเข้าที่ถูกต้อง และผังมโนทัศน์ยังช่วยให้ผู้สอนทราบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน วินิจฉัยมโนทัศน์ที่บกพร่อง ทำให้การวางแผนเตรียมการสอนได้แม่นยำมากขึ้น จัดว่าผังมโนทัศน์เป็นเครื่องมือที่ทั้งสนับสนุนการเรียนรู้และประเมินความรู้ของผู้เรียน ที่สอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในยุคปัจจุบัน

เอกสารอ้างอิง

ราชบัณฑิตยสถาน. (2555). *พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ ฉบับ*ราชบัณฑิตยสถาน. กรุงเทพฯ: ผู้แต่ง.

มนัส บุญประกอบ. (2545). ผังมโนทัศน์. *สารานุกรมศึกษาศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ,* 27(3), 111-118.

สุนีย์ คล้ายนิล. (2558). *การศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียนไทย การพัฒนา-ผลกระทบ-ภาวะถดถอยในปัจจุบัน.* กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.).

สุวิชา ดวงฟู, และวิเชียร ชำรงโสตถิสกุล. (2560). ผลการใช้วิธีการสอนแบบเปิดที่มีต่อความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. *วารสารวิชาการและวิจัยสังคมศาสตร์*, 12(34), 113-126.

อัมพร ม้าคนอง. (2557). *คณิตศาสตร์สำหรับผู้สอนมัธยม.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Afamasaga-Fuata'i, K. (Ed.). (2009). *Concept mapping in mathematics: Research into practice*. New York, NY: Springer.

Baroody, A. J., & Bartels, B. (2001). Assessing Understanding in Mathematics with Concept Mapping. *Mathematics in School*, May 2001, 24-27.

Bartels, B. H. (1995). Promoting Mathematics Connections with Concept Mapping. *Mathematics Teaching in Middle School*, 1(7), 542-549.

Brinkmann, A. (2003). Graphical Knowledge Display – Mind Mapping and Concept Mapping as Efficient Tools in Mathematics Education. *Mathematics Education Review*, *16*, 35-48.

Gallenstein, N. L. (2011) Mathematics concept maps: assessing connections. *Teaching Children Mathematics,* 17(7), 436-440.

Lanzing, W.A. (1998). Concept Mapping: Tools for echoing the minds eye. *Journal of visual Literacy, 18*(1), 1-14.

Novak, J.D., & Gowin, D. B. (1984). *Learning how to learn*. New York, Cambridge University Press.

Novak, Joseph D. and Cañas, Alberto J. (2008). *The Theory Underlying Concept Maps and How to Construct and Use Them.*Technical Report. Institute for Human and Machine Cognition, Pensacola.

_____. (2009). The Development and Evaluation of the Concept Mapping Tool Leading to a New Model for Mathematics Education. In K. Afamasaga Fuata'I (Ed.) *Concept Mapping in Mathematics: Research into practice*. New York, Springer Publishers.

****