

การตั้งโจทย์ปัญหาในชั้นเรียนคณิตศาสตร์

Posing Problems in Mathematics Classroom

ไพโรจน์ น่วมนุ้ม

บทคัดย่อ

ทักษะการแก้ปัญหามีเป้าหมายสำคัญของหลักสูตรและการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การตั้งปัญหาเป็นแนวคิดที่ได้นักการศึกษาคณิตศาสตร์แนะนำให้ครูคณิตศาสตร์นำไปใช้ เพื่อพัฒนาหรือปรับเปลี่ยนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อเสริมสร้างทักษะการแก้ปัญหให้กับผู้เรียน การตั้งปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นการกำหนดปัญหาคณิตศาสตร์ขึ้นมาใหม่จากบริบทซึ่งอาจเป็นข้อมูล สถานการณ์ หรือจากการปรับเปลี่ยนข้อมูลหรือเงื่อนไขจากปัญหาเดิม การตั้งปัญหาและการแก้ปัญหามีกิจกรรมที่มีความเกี่ยวข้องกัน กิจกรรมการตั้งปัญหาสามารถดำเนินการควบคู่ไปกับการแก้ปัญหาก็สามารถดำเนินการได้ทั้งก่อน ระหว่างและหลังการแก้ปัญห ในบทความนี้ จะนำเสนอตัวอย่างกิจกรรมการตั้งปัญหารวมถึงประเด็นที่ควรนำมาพิจารณาในการออกแบบและจัดกิจกรรมการตั้งปัญหา คือ ครูควรกำหนดบริบทของการตั้งปัญหาให้มีความหลากหลายทั้งที่เป็นบริบทคณิตศาสตร์และบริบทในชีวิตประจำวัน ให้ความสำคัญกับการตั้งประเด็นปัญหาหรือคำถามมากกว่าการหาวิธีการหาคำตอบของปัญหาที่ตั้งขึ้น การสนับสนุนและการช่วยเหลือของครูของขณะทำกิจกรรม และการกำหนดเวลาของการทำกิจกรรมให้เหมาะสม เพื่อเป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนคณิตศาสตร์ในการนำไปปรับใช้กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหต่อไป

คำสำคัญ: การตั้งโจทย์ปัญหา/การแก้ปัญห

Abstract

Problem solving skills are a major goal of mathematics curriculum and instruction. Educators recommend mathematics teachers use problem posing in the teaching and learning of math for enhancing students' problem solving skills. Problem posing refers to the generation of new problems or the reformulation of previously given problems. Problem posing and problem solving are related activities. Problem posing is an integral part of problem solving and should not be emphasized separately from problem solving. It can be done before, between, and after a problem solving activity. This article presents examples of problem posing activities as well as recommendations on how to design and use problem posing activities in the classroom. Some suggestions to guide teachers are: select multiple contexts for problem posing in a mathematical and real life context; focus on posing questions or problems rather than finding a solution to the posed problem; support students during the activity; and plan appropriate time for each problem posing activity.

KEYWORDS: PROBLEM POSING/PROBLEM SOLVING

บทนำ

การตั้งโจทย์ปัญหา (problem posing) เป็นแนวคิดที่ได้รับความสนใจจากนักศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านในการนำปรับใช้กับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (e.g., Cai, 1998; English, 1997; Kilpatrick, 1987; Stoyanova, 1997) ซึ่งผลการวิจัยหลายงานได้นำเสนอผลที่สอดคล้องกันว่าการตั้งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สามารถพัฒนาความรู้คณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหา ความสามารถในการตั้งปัญหา ความคิดสร้างสรรค์ คุณลักษณะเฉพาะทางคณิตศาสตร์ (disposition toward mathematics) (Cai, 1998; 2003; Cai & Hwang, 2002; Moses et al., 1990; Silver et al., 1996; Yuan & Sriraman, 2011) ด้วยเหตุนี้ นักศึกษาคณิตศาสตร์จึงเสนอแนะให้นำแนวคิดการตั้งโจทย์ปัญหามาสอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อเสริมสร้างทักษะการแก้ปัญหารวมถึงการพัฒนาความคิดให้กับผู้เรียน โดยต้องการส่งเสริมและสนับสนุนให้ผู้สอนนำไปสอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างเป็นรูปธรรม สำหรับบทความนี้ จะได้นำเสนอแนวคิดสำคัญเกี่ยวกับการตั้งโจทย์ปัญหา ลักษณะกิจกรรมการตั้งโจทย์ปัญหาและข้อควรพิจารณาในการนำแนวคิดการตั้งโจทย์ปัญหาไปใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางสำหรับผู้สอนคณิตศาสตร์ในการนำไปปรับใช้ให้เข้ากับบริบทของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต่อไป

แนวคิดสำคัญเกี่ยวกับการตั้งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

สำหรับการให้ความหมายของ “การตั้งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์” มีหลากหลายซึ่งแตกต่างกันไปตามมุมมองของการใช้งานเพื่อการวิจัย โดย Silver (1994) และ Stoyanova (1997) ได้ให้ความหมายไว้ค่อนข้างคล้ายคลึงกันซึ่งสรุปได้ว่า การตั้งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการในการกำหนดปัญหาคณิตศาสตร์ขึ้นมาใหม่จากบริบทที่เป็นข้อมูล เงื่อนไข หรือสถานการณ์ รวมถึงบริบทที่เป็นปัญหาเดิมโดยใช้การปรับเปลี่ยนข้อมูลหรือเงื่อนไข สำหรับ Leung (2009) ได้ให้ความหมายไว้อีกมุมมองหนึ่งซึ่งสรุปได้ว่า การตั้งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการในการกำหนดปัญหาหรือคำถามในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งการกำหนดปัญหาหรือคำถามในลักษณะนี้มีเป้าหมายสำคัญเพื่อค้นหาแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญห

สำหรับปัญหาหรือคำถามที่ตั้งขึ้น อาจเป็นปัญหาในบริบทคณิตศาสตร์ (Pure mathematical problem) เช่น ถ้า $x+3 = 8$ แล้วค่า x เป็นเท่าใด หรือ เป็นปัญหาที่เป็นโจทย์เรื่องราวทางคณิตศาสตร์ (Mathematical word problem) ทั้งที่เป็นบริบทคณิตศาสตร์ เช่น จำนวนสองจำนวนโดยที่ผลบวกของสองจำนวนนั้นเป็น 21 และผลคูณของสองจำนวนนั้นเป็น 98 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น หรือ เป็นบริบทที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน เช่น สมพรมีเงินมากกว่าสมปองอยู่ 150 บาท ถ้าสมปองมีเงิน 380 บาท แล้ว สมพรมีเงินเท่าใด เป็นต้น

สำหรับแนวคิดสำคัญเกี่ยวกับการตั้งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสามารถใช้เป็นแนวทางในการออกแบบและจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการตั้งปัญหา สรุปสาระสำคัญได้ดังนี้

1. กิจกรรมคณิตศาสตร์ที่เน้นการตั้งโจทย์ปัญหา สามารถดำเนินการควบคู่ไปกับการแก้ปัญหซึ่งดำเนินการได้ 3 ลักษณะ คือ ลักษณะแรกเป็นการตั้งโจทย์ปัญหาก่อนดำเนินการแก้ปัญหซึ่งเป็นกิจกรรมที่เน้นให้ผู้เรียนตั้งปัญหาหรือคำถามที่ต้องการทราบจากบริบทที่กำหนดให้ ซึ่งบริบทอาจเป็นข้อมูล สถานการณ์ในชีวิตประจำวัน แผนภูมิ รูปภาพ เป็นต้น กิจกรรมการตั้งปัญหาลักษณะนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์และค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจากบริบทที่กำหนดแล้วตั้งปัญหาหรือคำถามที่ต้องการทราบ จากนั้นจึงดำเนินการแก้ปัญหที่ตั้งขึ้น ลักษณะที่สองเป็นการตั้งโจทย์ปัญหาระหว่างดำเนินการแก้ปัญห ซึ่งเป็นกิจกรรมที่เน้นให้ผู้เรียนตั้งปัญหาย่อยหรือคำถามในขณะที่ดำเนินการแก้ปัญหในแต่ละขั้นตอนทั้งนี้เพื่อพิจารณาเงื่อนไขของปัญหาและกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหที่นำไปสู่คำตอบของปัญหา และลักษณะที่สาม เป็นการตั้งโจทย์ปัญหาหลังดำเนินการแก้ปัญหสำเร็จแล้ว เป็นกิจกรรมที่เน้นให้ผู้เรียนตั้งปัญหาขึ้นมาใหม่ภายหลังดำเนินการแก้ปัญหสำเร็จแล้วซึ่งปัญหาใหม่ที่ตั้งขึ้น อาจมาจากการปรับเปลี่ยนข้อมูลหรือเงื่อนไขของปัญหาเดิมที่เคยแก้มาแล้ว กิจกรรมการตั้งปัญหาลักษณะนี้จะช่วยสนับสนุนให้ผู้เรียนได้ขยายความคิดเกี่ยวกับผลการแก้ปัญหไปสู่ปัญหาใหม่ที่คล้ายคลึงกัน (Leung, 2009; Silver, 1994)

2. การกำหนดบริบทของการตั้งโจทย์ปัญหา ซึ่งหมายถึงข้อมูล เงื่อนไข สถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนดให้ผู้เรียนเพื่อใช้ในการตั้งปัญหา ควรกำหนดให้มีความหลากหลายทั้งที่เป็นบริบทคณิตศาสตร์และบริบทในชีวิตประจำวัน บริบทของการตั้งโจทย์ปัญหา แบ่งได้ 3 ลักษณะ ได้แก่ 1) บริบทที่เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างสมบูรณ์ (Structured situation) ซึ่งการตั้งปัญหาใหม่ที่เน้นการปรับเปลี่ยน

ข้อมูลหรือเงื่อนไขจากปัญหาเดิม 2) บริบทที่เป็นสถานการณ์หรือข้อมูลที่มีเงื่อนไข (Semi-structured situation) ซึ่งการตั้งปัญหาใหม่จะเน้นตั้งเฉพาะคำถามที่ต้องการทราบ และ 3) บริบทอิสระ (Free situation) ซึ่งการตั้งปัญหาใหม่จากบริบทตามความสนใจและปราศจากเงื่อนไขใด ๆ (Silver, 1994; Sayed, 2002; Leung, 2009)

นอกจากนั้นยังมีการแบ่งบริบทการตั้งโจทย์ปัญหาเป็น 4 ลักษณะโดยพิจารณาจากกระบวนการคิด (Cognitive process) ที่ใช้ในกระบวนการตั้งปัญหา (Cemalettin et al., 2011) ได้แก่ 1) บริบทที่เน้นการปรับแก้ข้อมูล (Editing) เป็นข้อมูลที่เป็นเรื่องราว หรือรูปภาพ โดยปราศจากเงื่อนไข ซึ่งการตั้งโจทย์ปัญหาจะอาศัยการใช้หรือปรับข้อมูลที่กำหนด 2) บริบทที่เน้นการเลือกข้อมูล (Selecting) เป็นข้อมูลหรือเงื่อนไขที่เฉพาะเจาะจง เช่น คำตอบของปัญหา ซึ่งการตั้งโจทย์ปัญหาจะต้องอาศัยการเลือกข้อมูลหรือความรู้ต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับข้อมูลหรือเงื่อนไขที่กำหนด 3) บริบทที่เน้นความเข้าใจ (Comprehending) เป็นข้อมูลในรูปสมการ อสมการ สัญลักษณ์ หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการตั้งโจทย์ปัญหาจะต้องอาศัยความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลนั้น ๆ และ 4) บริบทที่เน้นการแปลงข้อมูล (Translating) เป็นข้อมูลในรูปตัวแทนหรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เช่น รูปภาพ แผนภาพ ตาราง เป็นต้น ซึ่งการตั้งปัญหาจะต้องอาศัยการแปลงตัวแทนความคิดหรือความรู้จากรูปแบบหนึ่งไปอีกรูปแบบหนึ่ง

3. ปัญหาหรือคำถามที่ได้จากกิจกรรมการตั้งโจทย์ปัญหา ขึ้นอยู่กับความรู้และประสบการณ์ การแก้ปัญหาของผู้เรียนแต่ละคน จึงอาจทำให้ปัญหาหรือคำถามที่ผู้เรียนตั้งมีความหลากหลาย ตั้งแต่ระดับที่ง่ายไปจนถึงระดับที่ซับซ้อนรวมถึงอาจเป็นปัญหาหรือคำถามที่สามารถหาคำตอบได้หรือไม่สามารถหาคำตอบได้จากบริบทการตั้งโจทย์ปัญหาที่กำหนด (Kwek Meek Lin and Lye Wai Leng, 2015) อย่างไรก็ตาม ในกิจกรรมการตั้งโจทย์ปัญหา ควรให้ความสำคัญกับการตั้งประเด็นปัญหาหรือคำถาม มากกว่าการหาวิธีการหาคำตอบของปัญหาที่ตั้งขึ้น และควรเน้นที่ความหลากหลายของปัญหาหรือคำถามที่ตั้งเป็นสำคัญ (อัมพร ม้าคนอง, 2546) อย่างไรก็ตาม ในกรณีที่ผู้เรียนตั้งปัญหาหรือคำถามที่ไม่สอดคล้องกับบริบทของการตั้งปัญหาที่กำหนด ผู้สอนสามารถใช้คำถามเพื่อแนะให้ผู้เรียนสามารถปรับปัญหาหรือคำถามที่ตั้งให้สอดคล้องกับบริบทของการตั้งปัญหา

ลักษณะและตัวอย่างกิจกรรมการตั้งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

แนวคิดสำคัญเกี่ยวกับการตั้งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ข้างต้น สามารถสรุปเป็นลักษณะกิจกรรมการตั้งโจทย์ปัญหาที่จะสามารถสอดแทรกในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ อาจสรุปเป็น 3 ลักษณะ ได้แก่ 1) การตั้งโจทย์ปัญหาก่อนลงมือแก้ปัญหา 2) การตั้งโจทย์ปัญหาระหว่างดำเนินการแก้ปัญหา 3) การตั้งโจทย์ปัญหาหลังดำเนินการแก้ปัญหาแล้ว และ สรุปสาระสำคัญดังนี้

กิจกรรมการตั้งโจทย์ปัญหา	ลักษณะกิจกรรม
1. การตั้งโจทย์ปัญหาก่อนดำเนินการแก้ปัญหา	การตั้งปัญหาหรือคำถามจากบริบทที่กำหนด ซึ่งอาจมีการปรับปัญหาหรือคำถามให้มีความเหมาะสมสำหรับนำไปดำเนินการแก้ปัญหาต่อไป บริบทการตั้งปัญหามีดังนี้ 1.1 คำตอบของปัญหา 1.2 วิธีการหรือแนวทางในการแก้ปัญหา รวมถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา 1.3 ตัวแทนหรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เช่น แผนภาพ ตาราง กราฟ สมการ 1.4 ข้อมูลหรือสถานการณ์ทั้งที่เป็นคณิตศาสตร์และเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน
2. การตั้งโจทย์ปัญหาระหว่างดำเนินการแก้ปัญหา	จากปัญหาคณิตศาสตร์ที่กำหนด ใช้การตั้งปัญหาหรือคำถามเพื่อกำหนดแผนหรือวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งมี 2 แบบดังนี้ 2.1 ผู้สอนหรือผู้เรียนตั้งคำถามเกี่ยวกับข้อมูลหรือเงื่อนไขจากปัญหาเพื่อทำความเข้าใจและกำหนดแนวทางการแก้ปัญหา 2.2 ผู้สอนหรือผู้เรียนตั้งปัญหาย่อย ๆ ที่สัมพันธ์กับปัญหาที่กำหนด แล้วใช้แนวทางการแก้ปัญหของปัญหาย่อยในการวางแผนการแก้ปัญหของปัญหาที่กำหนด
3. การตั้งโจทย์ปัญหาหลังดำเนินการแก้ปัญหาแล้ว	หลังจากดำเนินการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่กำหนด ใช้การตั้งปัญหาเพื่อขยายผลการแก้ปัญหาไปสู่ปัญหาอื่นที่หลากหลาย ซึ่งมี 2 แบบดังนี้ 3.1 ผู้เรียนตั้งปัญหาใหม่ซึ่งปัญหาใหม่เกิดการปรับเปลี่ยนข้อมูลหรือเงื่อนไขจากปัญหาเดิมที่กำหนด แล้วคิดหาวิธีการแก้ปัญหาใหม่โดยเทียบเคียงกับวิธีการแก้ปัญหของปัญหาเดิมที่กำหนด 3.2 ผู้เรียนตั้งปัญหาใหม่ ซึ่งบริบทของปัญหาใหม่แตกต่างจากปัญหาเดิมที่กำหนด แต่ใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์เช่นเดียวกับปัญหาเดิมที่กำหนด แล้วอธิบายเหตุผลสนับสนุน

สำหรับตัวอย่างกิจกรรมการตั้งโจทย์ปัญหาทั้งสามลักษณะตามตารางข้างต้น มีดังนี้

1. ตัวอย่างกิจกรรมการตั้งปัญหาก่อนดำเนินการแก้ปัญหา

บริบทของการตั้งปัญหา	ตัวอย่างกิจกรรม
คำตอบของปัญหา	กิจกรรม 1.1 จงเขียนปัญหาเกี่ยวกับความน่าจะเป็นที่เป็นโจทย์เรื่องราวและมีคำตอบของปัญหาเป็น “ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มหยิบลูกบอลสีแดงจากกล่องแสงทึบใบหนึ่งเป็น $\frac{5}{7}$ ”

การตั้งโจทย์ปัญหาตามกิจกรรม 1.1 ข้างต้น ผู้เรียนจะต้องกำหนด “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของปัญหา” ให้สอดคล้องกับบริบทของการตั้งปัญหาคือ “คำตอบของปัญหา” ที่ต้องการให้ตั้ง โดยอาศัยความรู้เรื่องสูตรการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ โดยผู้เรียนจะต้องกำหนดข้อมูลเกี่ยวกับลูกบอลที่อยู่ในกล่องทึบแสงว่ามีจำนวนทั้งหมดกี่ลูก มีกี่สีแต่ละสีมีจำนวนอย่างละกี่ลูก รวมถึงกำหนดเงื่อนไขของการสุ่มหยิบลูกบอลจากกล่องทึบแสงว่าหยิบครั้งละกี่ลูก จากนั้นจึงตั้งคำถามที่ต้องการทราบ ตัวอย่างปัญหาที่ผู้เรียนอาจตั้ง เช่น

ปัญหา 1 กล่องทึบแสงใบหนึ่งมีลูกบอลสีต่าง ๆ 3 สี โดยเป็นสีแดง 5 ลูก สีเขียวและสีขาวอย่างละ 1 ลูก สุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูกจากกล่อง ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกบอลสีแดงเป็นเท่าใด

ปัญหา 2 กล่องทึบแสงใบหนึ่งมีลูกบอลสีต่าง ๆ 3 สี โดยเป็นสีแดง 15 ลูก สีเขียว 4 ลูก และสีขาว 2 ลูก สุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูกจากกล่อง ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกบอลสีแดงเป็นเท่าใด

ปัญหา 3 กล่องทึบแสงใบหนึ่งมีลูกบอลสีแดง 5 ลูกและลูกบอลสีอื่นอีก 7 ลูก สุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูกจากกล่อง ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกบอลสีแดงเป็นเท่าใด

ปัญหา 4 กล่องทึบแสงใบหนึ่งมีสลาก 7 ใบที่มีสลากหมายเลข 1 จำนวน 5 ใบ และสลากหมายเลข 2 และ 3 อย่างละ 1 ใบ สุ่มหยิบสลากมา 1 ใบ ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้สลากหมายเลข 1 เป็นเท่าใด

จากปัญหาทั้งสี่ปัญหาข้างต้น จะเห็นว่า ปัญหา 1 และ 2 เป็นปัญหาที่ผู้เรียนกำหนดข้อมูลหรือเงื่อนไขของปัญหาที่จะตั้งได้สอดคล้องกับคำตอบของปัญหาที่กำหนดซึ่งสามารถวิเคราะห์ได้ว่าปัญหา 1 อาจได้มาจากผู้เรียนนำอัตราส่วน $\frac{5}{7}$ ไปเทียบเคียงกับสูตรการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ จึงสรุปว่าลูกบอลทั้งหมดในกล่องทึบแสงมี 7 ลูก เป็นสีแดง 5 ลูก ส่วนที่เหลืออีก 2 ลูกเป็นสีเขียวและสีขาวอย่างละ 1 ลูก ส่วนปัญหา 2 ผู้เรียนอาจคิดคล้ายคลึงกับปัญหา 1 แต่มองว่าอัตราส่วน $\frac{5}{7}$ เกิดจากการทำให้เป็นอัตราส่วนอย่างต่ำแล้ว และตีความว่าอัตราส่วนเดิมเป็น $\frac{15}{21}$ จึงสรุปว่าลูกบอลทั้งหมดในกล่องทึบแสงมี 21 ลูก เป็นสีแดงจำนวน 15 ลูก ส่วนที่เหลืออีก 6 ลูกเป็นสีเขียว 4 ลูกและสีขาว 2 ลูก

สำหรับปัญหา 3 และ 4 ข้างต้น เป็นปัญหาที่ผู้เรียนตั้งขึ้นที่ข้อมูลหรือเงื่อนไขในปัญหาไม่สอดคล้องกับคำตอบของปัญหาที่กำหนด สามารถวิเคราะห์ได้ว่าปัญหา 3 เกิดจากการที่ผู้เรียนเข้าใจผิดว่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์คือ อัตราส่วนของจำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ต่อจำนวนผลลัพธ์ที่เหลือจากการทดลองสุ่มที่ไม่ใช่เหตุการณ์ที่สนใจ ส่วนปัญหา 4 แม้ว่าคำตอบของปัญหาที่ตั้งจะได้ $\frac{5}{7}$

แต่บริบทของปัญหาเป็นเรื่องเกี่ยวกับการสุมหยิบสลากที่มีหมายเลขกำกับจากกล่องทึบแสงซึ่งไม่สอดคล้องกับบริบทของปัญหาที่กำหนดคือ การสุมหยิบลูกบอลสีแดงจากกล่องทึบแสง

บริบท ของการตั้งโจทย์ปัญหา	ตัวอย่างกิจกรรม
วิธีการหรือแนวทางแก้ปัญหา รวมถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการแก้ปัญหา	กิจกรรม 1.2 จงตั้งปัญหาคณิตศาสตร์มา 1 ปัญหาที่ใช้ความรู้เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการหาคำตอบของปัญหา

การตั้งโจทย์ปัญหาตามกิจกรรม 1.2 ข้างต้น ผู้เรียนจะต้องกำหนดบริบทของปัญหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขในปัญหา และคำถามที่ต้องการทราบ รวมถึงจะต้องกำหนดให้ชัดเจนว่าปัญหาที่จะตั้งเป็นแบบใดเป็นปัญหาคณิตศาสตร์ หรือโจทย์เรื่องราว ซึ่งในการกำหนดบริบทและข้อมูลหรือเงื่อนไขในปัญหาจะต้องอาศัยความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสซึ่งอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ตัวอย่างปัญหาที่ตั้งขึ้นจากผู้เรียน เช่น

ปัญหา 1 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีด้านประกอบมุมฉากยาว 8 หน่วย และ 6 หน่วย ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเป็นกี่หน่วย

ปัญหา 2 สายฟ้าซบรยนต์ส่วนตัวจากบ้านไปยังโรงเรียน โดยเขาซบตรงจากบ้านไปทางทิศเหนือของบ้านระยะทาง 5 กิโลเมตร เลี้ยวขวาซบตรงไปทางทิศตะวันออกระยะทาง 12 กิโลเมตรจึงถึงโรงเรียน บ้านของสายฟ้าอยู่ห่างจากโรงเรียนกี่กิโลเมตร

จากปัญหา 1 และ 2 ข้างต้น ถือเป็นปัญหาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับบริบทของการตั้งปัญหาที่กำหนดกล่าวคือ การหาคำตอบของปัญหาจำเป็นต้องอาศัยทฤษฎีบทพีทาโกรัส สำหรับปัญหา 1 เป็นปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งวิเคราะห์ได้ว่าผู้เรียนคิดตั้งปัญหาแบบตรงไปตรงมาจากสาระสำคัญของทฤษฎีบทพีทาโกรัสซึ่งเน้นเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและความสัมพันธ์ระหว่างความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยบริบทและเงื่อนไขของปัญหา คือ รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งที่กำหนดความยาวด้านประกอบมุมฉากทั้งสองด้านมาให้ ส่วนคำถามของปัญหาที่ต้องการทราบคือ การหาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก ส่วนปัญหา 2 เป็นปัญหาโจทย์เรื่องราว โดยผู้เรียนได้กำหนดบริบทและเงื่อนไขของปัญหาเป็นเรื่องของการเดินทางจากบ้านไปยังโรงเรียนตามเส้นทางที่มีลักษณะคล้ายรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และตั้งคำถามเพื่อให้หาว่าบ้านอยู่ห่างจากโรงเรียนเท่าใด

บริบท	ตัวอย่างกิจกรรม												
ของการตั้งโจทย์ปัญหา ตัวแทนหรือตัวแทนทาง คณิตศาสตร์ เช่น แผนภาพ ตาราง กราฟ สมการ	กิจกรรม 1.3 ข้อมูลยอดขายอาหารกลางวันของร้านค้าแห่งหนึ่งแสดง แผนภูมิรูปวงกลมดังนี้ ยอดขายอาหารกลางวัน <table border="1"> <caption>ข้อมูลยอดขายอาหารกลางวัน</caption> <thead> <tr> <th>ประเภทอาหาร</th> <th>เปอร์เซ็นต์</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ข้าวราดแกง</td> <td>40%</td> </tr> <tr> <td>ก๋วยเตี๋ยว</td> <td>21%</td> </tr> <tr> <td>สลัด</td> <td>15%</td> </tr> <tr> <td>ขนมหวาน</td> <td>15%</td> </tr> <tr> <td>เครื่องดื่ม</td> <td>9%</td> </tr> </tbody> </table> จตั้งปัญหาคณิตศาสตร์มา 1 ข้อ ที่ใช้ข้อมูลจากที่กำหนดข้างต้นและ สามารถเพิ่มข้อมูลหรือเงื่อนไขตามที่สนใจได้	ประเภทอาหาร	เปอร์เซ็นต์	ข้าวราดแกง	40%	ก๋วยเตี๋ยว	21%	สลัด	15%	ขนมหวาน	15%	เครื่องดื่ม	9%
ประเภทอาหาร	เปอร์เซ็นต์												
ข้าวราดแกง	40%												
ก๋วยเตี๋ยว	21%												
สลัด	15%												
ขนมหวาน	15%												
เครื่องดื่ม	9%												

การตั้งโจทย์ปัญหาตามกิจกรรม 1.3 ข้างต้น เน้นให้ผู้เรียนตั้ง “คำถามที่ต้องการทราบ” ให้สอดคล้องกับข้อมูลที่อยู่ในรูปแผนภูมิรูปวงกลม ซึ่งในการตั้งคำถามดังกล่าว ผู้เรียนจะต้องเชื่อมโยงความรู้ที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งเกี่ยวข้องกับการอ่านและแปลความแผนภูมิรูปวงกลม รวมถึงร้อยละ สำหรับผู้เรียนที่ต้องการเชื่อมโยงกับความรู้เรื่องร้อยละ อาจตั้งคำถามเป็น “ถ้าขายข้าวราดแกงได้ 1,200 บาท แล้วจะขายสลัดได้กี่บาท” หรือ ผู้เรียนผู้เรียนที่ต้องการเชื่อมโยงกับความรู้เรื่องการสร้างแผนภูมิรูปวงกลม คำถามที่ตั้งอาจเป็น “จากแผนภูมิรูปวงกลมข้างต้น มุมที่จุดศูนย์กลางของยอดขายเครื่องดื่มเป็นกี่องศา” หรือ “ถ้าเดิมยอดขายเป็น 1200 บาท ถ้ายอดขายเพิ่มขึ้นเป็น 1500 บาท ขณะที่รายการอาหารอื่นเท่าเดิม นำไปสร้างแผนภูมิใหม่ ร้อยละเท่าใด” นอกจากนั้น อาจมีผู้เรียนบางคน ที่ตั้งคำถามสอดคล้องกับบริบทของการตั้งปัญหาแต่ข้อมูลในปัญหาไม่เพียงพอสำหรับการหาคำตอบ เช่น “ยอดขายอาหารกลางวันของร้านค้าแห่งนี้เป็นกี่บาท”

อย่างไรก็ตาม การตั้งโจทย์ปัญหาตามกิจกรรม 1.3 ข้างต้น ผู้สอนอาจปรับบริบทเป็นตัวแทนหรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น ตาราง กราฟ สมการทางคณิตศาสตร์

บริบท ของการตั้งโจทย์ปัญหา	ตัวอย่างกิจกรรม
ข้อมูลหรือสถานการณ์ทั้งที่เป็นคณิตศาสตร์และเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน	กิจกรรม 1.4 จากภาพกล่องน้ำนมถั่วเหลืองยี่ห้อหนึ่งที่กำหนด จงเขียนคำถามหรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการทราบ โดยอาจเพิ่มเติมข้อมูลหรือเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ตามความสนใจและความเหมาะสม  ที่มา: http://www.lactasoy.com/th/product#p0

การตั้งโจทย์ปัญหาตามกิจกรรม 1.4 ข้างต้น เน้นให้ผู้เรียนตั้งปัญหาอย่างอิสระโดยปราศจากเงื่อนไข โดยการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์กับข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันเพื่อตั้งคำถามหรือปัญหาที่ต้องการทราบ เช่น ผู้เรียนต้องการเชื่อมโยงกับความรู้เรื่องปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก คำถามที่ตั้งอาจเป็น “ถ้าต้องการออกแบบกล่องน้ำนมถั่วเหลืองแบบใหม่โดยเพิ่มความสูงจากกล่องขนาดเดิมอีก 20% แต่ปริมาตรกล่องใหม่ยังคงเท่าเดิม พื้นที่ฐานของกล่องแบบใหม่เป็นเท่าใด” หรือ ผู้เรียนต้องการเชื่อมโยงกับความรู้เรื่องร้อยละ คำถามที่ตั้งอาจเป็น “ถ้ากล่องแบบใหม่มีปริมาณน้ำนมถั่วเหลืองเพิ่มขึ้นจากปริมาณเดิมอีก 30% และปริมาณเดิมคือ 250 ลูกบาศก์เซนติเมตร แล้วกล่องแบบใหม่จะมีปริมาณน้ำนมถั่วเหลืองเป็นกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร” หรือ “ร้านค้าแห่งหนึ่งขายน้ำนมถั่วเหลืองกล่องละ 12 บาท สมพรซื้อ 10 กล่องซึ่งจะได้ส่วนลด 30% สมพรจะต้องจ่ายเงินร้านค้ากี่บาท”

อย่างไรก็ตามการตั้งโจทย์ปัญหาตามกิจกรรม 1.4 ข้างต้น ผู้สอนอาจกำหนดเงื่อนไขเกี่ยวกับความรู้ที่ใช้ตั้งปัญหาให้ชัดเจน เช่น จะทำให้ผู้เรียนสามารถตั้งปัญหาได้ตรงตามประเด็นที่ต้องการ หรืออาจเปิดกว้างให้ผู้เรียนสามารถกำหนดเงื่อนไขหรือข้อมูลเพิ่มเติมได้ตามความสนใจ

2. ตัวอย่างกิจกรรมการตั้งโจทย์ปัญหาระหว่างดำเนินการแก้ปัญหา

กิจกรรม 2.1 กำหนดปัญหาดังนี้

ปัญหา “ถ้ารูปวงกลม รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีพื้นที่เท่ากัน แล้วรูปเรขาคณิตใดมีความยาวรอบรูปน้อยที่สุด”

จากปัญหาดังต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) จงตั้งปัญหาย่อย (หลายปัญหา) ที่สัมพันธ์กับปัญหาที่กำหนดและลงมือแก้ปัญหาย่อยดังกล่าว
- 2) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหาย่อยโดยใช้วิธีการหรือแนวทางการแก้ปัญหาย่อยต่าง ๆ จากข้อ 1)

การตั้งโจทย์ปัญหาตามกิจกรรม 2.1 ข้างต้น เน้นการตั้งปัญหาย่อยจากปัญหาเดิมที่ต้องการแก้ ซึ่งการตั้งปัญหาย่อยต่าง ๆ จะช่วยให้ปัญหาเดิมที่ต้องการแก้มีความซับซ้อนน้อยลง และวิธีการแก้ปัญหาย่อย ๆ จะใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาย่อย ในกรณีนี้ปัญหาย่อยที่ผู้เรียนตั้งเพื่อตอบคำถามข้อ 1 อาจมีหลากหลายตั้งแต่ง่ายไปจนถึงซับซ้อน ซึ่งมีทั้งปัญหาย่อยที่นำไปสู่หรือไม่นำไปสู่การกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาย่อยเพื่อตอบคำถามข้อ 2 เช่น 1) ต้องการทราบความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเมื่อกำหนดความยาวด้านทั้งสองมาให้ 2) ต้องการทราบความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมสี่เหลี่ยมจัตุรัส 3) ต้องการเปรียบเทียบความยาวรอบรูปของรูปวงกลมกับความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส หรือ 4) ต้องการเปรียบเทียบความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เป็นต้น

จากตัวอย่างปัญหาย่อยทั้ง 4 ปัญหาข้างต้น มีข้อสังเกตว่า ปัญหาย่อย 1 และ 2 อาจไม่นำไปสู่แนวทางการแก้ปัญหาย่อยได้เนื่องจากคำตอบของปัญหาทั้งสองดังกล่าวไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตทั้งสามได้ ขณะที่คำตอบจากปัญหา 3 และ 4 สามารถเชื่อมโยงไปสู่แนวทางการแก้ปัญหาย่อยได้ โดยหากพิจารณาปัญหาย่อย 3) ถ้าให้รูปวงกลมมีรัศมีเท่ากับ r หน่วย และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ a หน่วย จะได้ว่า $\pi r^2 = a^2$ หรือ $a = \sqrt{\pi} r$ และใช้ความสัมพันธ์ $a = \sqrt{\pi} r$ นี้ในการแสดงว่า $4a = 4\sqrt{\pi} r > 2\pi r$ สรุปได้ว่าความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมากกว่าความยาวรอบรูปของรูปวงกลม ทำนองเดียวกับปัญหาย่อย 4) ถ้าให้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ a หน่วย และรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านกว้างและด้านยาวเท่ากับ b และ c หน่วยตามลำดับ แล้ว $a = \sqrt{b} \sqrt{c}$ โดยใช้ความสัมพันธ์ที่ว่า $(\sqrt{c} - \sqrt{b})^2 > 0$ ทำให้ได้ว่า $2(b+c) > 4\sqrt{b} \sqrt{c} = 4a$ นั่นคือ ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามากกว่าความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

3. ตัวอย่างกิจกรรมการตั้งโจทย์ปัญหาหลังดำเนินการแก้ปัญหาย่อยแล้ว

กิจกรรม 3.1 กำหนดปัญหาคณิตศาสตร์ดังนี้

ขวดโหลใบหนึ่งมีสลากที่มีหมายเลข 1, 2 และ 3 อยู่จำนวน 40 ใบ โดยมีสลากหมายเลข 1 จำนวน 18 ใบ และสลากหมายเลข 2 และ 3 มีจำนวนเท่ากัน ถ้าสุ่มหยิบสลากมาหนึ่งใบ พบว่า ความน่าจะเป็นที่หยิบได้สลากที่มีหมายเลข 2 เป็นจำนวนเท่าใด

จากปัญหาข้างต้น จงตอบคำถามแต่ละข้อต่อไปนี้

- 1) จงแสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหาข้างต้น
- 2) ถ้ามีการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขข้างต้น จาก “สลากหมายเลข 2 และ 3 มีจำนวนเท่ากัน” เป็น “สลากหมายเลข 2 มีมากกว่าสลากหมายเลข 3 อยู่ 4 ใบ” แล้ววิธีการแก้ปัญหาย่อยยังใช้วิธีการแก้ปัญหาย่อยจากข้อ 1 ได้หรือไม่ อย่างไร
- 3) จงตั้งปัญหาคณิตศาสตร์ 1 ปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมและใช้ความรู้คณิตศาสตร์และวิธีการหาคำตอบเช่นเดียวกันกับปัญหาเดิม

การตั้งโจทย์ปัญหาตามกิจกรรม 3.1 ข้างต้น ผู้เรียนจะได้ฝึกทั้งการแก้ปัญหาและการตั้งโจทย์ปัญหา โดยการตอบคำถามข้อ 2 จะช่วยผู้เรียนได้ขยายผลการแก้ปัญหาจากการตอบคำถามข้อ 1 ไปสู่กรณีทั่วไป ส่วนการตอบคำถามข้อ 3 ผู้เรียนจะได้ฝึกทั้งการตั้งปัญหาและการแก้ปัญหา โดยผู้เรียนจะได้ฝึกการตั้งปัญหาใหม่จากปัญหาเดิมโดยอาศัยการปรับเปลี่ยนข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ อย่างไรก็ตามผู้สอนอาจใช้คำถามนำเพื่อขยายความคิดของผู้เรียน โดยใช้การปรับเปลี่ยนหรือเพิ่มเติมเงื่อนไขในปัญหาเดิม แล้วให้ผู้เรียนพิจารณาวิธีการแก้ปัญหาเดิมว่าใช้ได้กับปัญหาใหม่หรือไม่อย่างไร

ข้อควรพิจารณาของการใช้แนวคิดการตั้งโจทย์ปัญหาในชั้นเรียนคณิตศาสตร์

เพื่อให้การใช้แนวคิดการตั้งโจทย์ปัญหาในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพและประสบผลสำเร็จตามวัตถุประสงค์ มีประเด็นที่ควรนำมาพิจารณาดังนี้

1) การกำหนดบริบทของการตั้งโจทย์ปัญหา

ในการออกแบบหรือคัดเลือกบริบทหรือข้อมูลสำหรับการตั้งโจทย์ปัญหา ผู้สอนควรพิจารณาให้สอดคล้องและเหมาะสมกับตัวผู้เรียนและลักษณะของเนื้อหาคณิตศาสตร์ ให้ความหลากหลายทั้งที่เกี่ยวกับบริบทคณิตศาสตร์และในชีวิตประจำวันหรือชีวิตจริง นอกจากนั้น อาจเปิดโอกาสให้ผู้เรียนเป็นผู้กำหนดบริบทของการตั้งปัญหาเองตามความสนใจ โดยอาจให้ผู้เรียนหาสถานการณ์หรือข้อมูลจากแหล่งเรียนรู้ที่กำหนด เช่น หาข้อมูลจากสิ่งต่าง ๆ ที่พบเจอในชีวิตประจำวัน เช่น จากอินเทอร์เน็ต จากหนังสือพิมพ์ จากวารสาร จากบรรจุภัณฑ์ต่าง ๆ

นอกจากนั้น ผู้สอนอาจสร้างบริบทการตั้งโจทย์ปัญหาที่เป็นเรื่องราวโดยปรับมาจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในแบบเรียนโดยตัดคำถามออก เช่น

ปัญหา	บริบทและข้อมูล
ถ้าสมชายขับรถจากบ้านไปยังที่ทำงานด้วยอัตราเร็วคงที่ 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และ สมชายขับรถจากที่ทำงานกลับบ้านด้วยเส้นทางเดิมอัตราเร็วคงที่ 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง หากคิดทั้งไปและกลับ สมชายขับรถด้วยอัตราเร็วเท่าใด	สมชายขับรถจากบ้านไปยังที่ทำงานด้วยอัตราเร็วคงที่ 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และ สมชายขับรถจากที่ทำงานกลับบ้านด้วยเส้นทางเดิมอัตราเร็วคงที่ 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

2) การกำหนดเวลาของการจัดกิจกรรมการตั้งโจทย์ปัญหา

การตั้งโจทย์ปัญหานั้นเหมือนกับการแก้ปัญหาที่ต้องใช้เวลาในการเรียนรู้ ผู้สอนต้องกำหนดเวลาให้เหมาะสมกับลักษณะกิจกรรมการตั้งโจทย์ปัญหาและผู้เรียน ในช่วงแรกการทำกิจกรรมการตั้งปัญหา อาจต้องใช้เวลามาก เนื่องจากผู้เรียนต้องใช้เวลาวិเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์และเขียนคำถามหรือปัญหา แต่เมื่อผู้เรียนเริ่มมีความคุ้นเคยกับการทำกิจกรรมลักษณะนี้ ผู้เรียนจะใช้เวลาในการทำกิจกรรมน้อยลง

3) บทบาทของครูในการสนับสนุนและการช่วยเหลือผู้เรียน

ในช่วงแรกของการใช้แนวคิดการตั้งโจทย์ปัญหา ผู้เรียนอาจไม่คุ้นเคยและเป็นสิ่งที่ยาก ผู้สอนอาจต้องแนะนำและอธิบายให้ผู้เรียนเข้าใจและเห็นแนวทางของการตั้งโจทย์ปัญหา อาจมีตัวอย่างให้ผู้เรียนดูและเปิดโอกาสให้ซักถามหรืออธิบายเพิ่มเติม จนเมื่อผู้เรียนเริ่มมีความมั่นใจ จึงลองให้ตั้งปัญหาใหม่ด้วยตนเอง ซึ่งอาจทำเป็นรายคู่ หรือกลุ่มย่อย

นอกจากนั้น ผู้สอนต้องทำให้ผู้เรียนเชื่อว่าการตั้งโจทย์ปัญหานั้นเป็นกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญใกล้เคียงกับการแก้ปัญหา อีกทั้งต้องทำให้ผู้เรียนเข้าใจว่าปัญหาหรือคำถามทางคณิตศาสตร์นั้นอาจจะหาคำตอบไม่ได้ทันที โดยธรรมชาติผู้เรียนอาจจะไม่กล้าที่จะตั้งคำถามที่ตัวผู้เรียนเองยังไม่รู้คำตอบ ผู้สอนจึงควรเริ่มด้วยการส่งเสริมให้ผู้เรียนตั้งประเด็นคำถามโดยไม่มีเงื่อนไขที่จะต้องหาคำตอบของคำถามนั้น

4) การเลือกรูปแบบกิจกรรมการตั้งปัญหาของผู้สอนในช่วงเริ่มต้น

แม้ว่ากิจกรรมการตั้งโจทย์ปัญหาจะไม่ใช่วิธีใหม่ แต่อาจจะไม่คุ้นเคยกับทั้งผู้สอนและผู้เรียนมากนัก ดังนั้น หากสนใจการใช้กิจกรรมการตั้งปัญหาในชั้นเรียน อาจเริ่มจากรูปแบบกิจกรรมที่ถนัดและไม่ยากจนเกินไป เช่น การตั้งปัญหาหลังดำเนินการแก้ปัญหาแล้ว ซึ่งผู้สอนส่วนใหญ่น่าจะคุ้นเคยมากกว่าการตั้งปัญหาแบบรูปอื่น ๆ เมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมผ่านไปสักระยะ จึงอาจลองปรับใช้กิจกรรมการตั้งปัญหารูปแบบอื่น ๆ อีกทั้งในครั้งแรก ๆ อาจไม่ประสบความสำเร็จ อาจเกิดปัญหาที่นักเรียนไม่สามารถตั้งปัญหาได้

5) ลักษณะปัญหาหรือคำถามที่ผู้เรียนตั้งตามบริบทการตั้งปัญหาที่กำหนด

ในกิจกรรมการตั้งโจทย์ปัญหา ผู้เรียนแต่ละคนจะตั้งปัญหาใหม่ตามความรู้ความสามารถและประสบการณ์จากการแก้ปัญหาของแต่ละคน ทำให้ปัญหาใหม่ที่ผู้เรียนตั้ง อาจมีความหลากหลายตั้งแต่เป็นปัญหาธรรมดาไปจนถึงปัญหาที่ซับซ้อน รวมถึงอาจเป็นปัญหาที่ไม่มีความหมาย ดังนั้น ผู้สอนจึงควรนำปัญหาใหม่ที่ผู้เรียนแต่ละคนตั้ง มาอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนในประเด็นต่าง ๆ เช่น ปัญหานั้นมีความหมายหรือไม่ ความยากง่ายของปัญหา วิธีการแก้ปัญหาแบบต่าง ๆ เป็นต้น จนในที่สุดจะทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในปัญหาที่ต้องการแก้และเรียนรู้แนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย นำไปสู่การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาในที่สุด นอกจากนี้ ผู้สอนอาจใช้คำถามนำเพื่อให้ผู้เรียนร่วมกันปรับเปลี่ยนหรือขยายปัญหาที่ตั้งให้มีความยากง่ายที่เหมาะสม หรือให้เป็นปัญหาที่มีความหมายเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป

บทสรุป

แนวคิดการตั้งโจทย์ปัญหาได้รับความสนใจและสนับสนุนจากนักการศึกษาคณิตศาสตร์ให้นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างเป็นรูปธรรมและต่อเนื่อง เพื่อช่วยพัฒนาความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียน บทความนี้ได้นำเสนอแนวคิดสำคัญของการตั้งโจทย์ปัญหาและตัวอย่างกิจกรรมการตั้งปัญหาในหลายรูปแบบ ทั้งนี้เพื่อให้ผู้สอนสามารถเลือกหรือปรับใช้ให้เหมาะสมกับธรรมชาติของเนื้อหาและลักษณะผู้เรียน รวมถึงความถนัดของผู้สอนเอง แม้ว่าแนวคิดการตั้งโจทย์ปัญหาอาจไม่คุ้นเคยทั้งกับผู้สอนและผู้เรียน แต่ผู้สอนสามารถเริ่มใช้กิจกรรมการตั้งปัญหาที่มีรูปแบบไม่ยากมากนักและตนเองสนใจ จนเริ่มชำนาญจึงปรับใช้กิจกรรมการตั้งปัญหารูปแบบอื่น ๆ

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

อัมพร ม้าคนอง. (2546). *คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

Cai, J. (1998). An investigation of U.S. and Chinese students' mathematical problem posing and problem solving. *Mathematics Education Research Journal*, 10(7), 37–50. doi:10.1007/BF03217121

Cai, J. (2003). Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(5), 719–737

Cai, J. & Hwang S.. (2002) Generalized and generative thinking in US and Chinese students' mathematical problem solving and problem posing. *Journal of Mathematical Behavior*, 21, 401–421.

Cemalettin, I., Tuğrul, K., Tuğba, Y., & Kıymet, Z. (2011). Prospective teachers' skills in problem posing with regard to different problem posing models. *Procedia–Social and Behavioral Sciences*, 15, 485–489.

Kilpatrick, J. (1987). Where do good problems come from? In A. Schoenfeld, (Ed.), *Cognitive Science and Mathematics* (pp.123–147). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? In A H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 123–147). Hillsdale: Lawrence Erlbaum.

- Kwek Meek Lin and Lye Wai Leng. (2015). Using problem-posing as formative assessment tool. in Florence Mihaela Singer Nerida. In F. Ellerton Jinfa Cai (Eds), *Mathematical problem posing: from research to effective practice*. Springer: New York Heidelberg Dordrecht London
- Leung, S. S. (2009). Research efforts on probing students' conception in mathematics and in reality: structuring problems, solving problems and justifying solutions. In Lieven Verschaffel and Brian Greer (Editors). *Words and Worlds: Modeling Verbal Descriptions of Situations*. The Netherlands: Sense Publishers.
- Moses, B. E., Bjork E., & Goldenberg, P. E. (1990). Beyond problem solving: problem posing. In: T. J. Cooney, & C. R. Hirsch (Eds.), *Teaching and learning mathematics in the 1990's* (pp. 82–91). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Sayed, R. A. E. (2002). Effectiveness of problem posing strategies on prospective mathematics teachers problem solving performance. *Journal for science and mathematics education in Southeast Asia*, 25(1), 56-69.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14 (1), 19-28.
- Silver, E. A., Mamona-Downs, J., Leung, S. S., & Kenney, P. A. (1996). Posing mathematical problems: an exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(3), 293–309.
- Stoyanova, E. (1997). Extending and Exploring Students' Problem Solving via Problem Posing: A Study of Years 8 and 9 Students involved in Mathematics Challenge and Enrichment Stages of Euler Enrichment Program for Young Australians. Unpublished doctoral thesis, Edith Cowan University.
- Yuan, X., & Sriraman, B. (2010). An exploratory study of relationships between students' creativity and mathematical problem posing abilities. In B. Sriraman & K. Lee (Eds.), *The elements of creativity and giftedness in mathematics* (pp. 5–28). Rotterdam: Sense Publishers.

ผู้เขียน

อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ้ม สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อีเมล: paioj__m@yahoo.com