การศึกษาการเปลี่ยนแปลงมโนมติและระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตของนักเรียนตามกรอบทฤษฎีของ van Hiele เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์เบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

The Study of Matthayomsuksa 4 Students' Conceptual Change and Geometric Understanding Based on van Hiele's Theory about Analytic Geometry.

ธัญญารัตน์ จูมแพง (Thanyarat Jumepaeng)*
ดร.หล้า ภวภูตานนท์ (Dr.Lha Pavaputanon)**

บทคัดย่อ

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยแบบกรณีศึกษา ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพที่เน้นการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) โดยมีวัตถุประสงค์ ดังนี้

1. เพื่อศึกษามโนมติเรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์เบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนร่มเกล้าในช่วงก่อน และหลังการจัดการเรียนรู้เพื่อเปลี่ยนแปลงมโนมติ

2. เพื่อศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงมโนมติเรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์เบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามกรอบทฤษฎีของ Dykstra et al.(1992)

3. เพื่อศึกษาระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตตามกรอบทฤษฎีของ van Hiele ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในช่วงก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้เพื่อเปลี่ยนแปลงมโนมติ ซึ่งกลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนร่มเกล้า จังหวัดสกลนคร ที่ได้รับเลือกเป็นกรณีศึกษา จำนวน 6 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แบบทดสอบวัดมโนมติก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางเรขาคณิต และแบบสัมภาษณ์

ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนกลุ่มเป้าหมายมีมโนมติก่อนจัดการเรียนรู้ 4 ลักษณะ คือ นักเรียนมีมโนมติเชิงคณิตศาสตร์แบบไม่สมบูรณ์ มโนมติเชิงคณิตศาสตร์บางส่วนและมโนมติคลาดเคลื่อนบางส่วน มโนมติที่คลาดเคลื่อน และไม่เข้าใจมโนมติคณิตศาสตร์ หลังการจัดการเรียนรู้ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีมโนมติเชิงคณิตศาสตร์มากขึ้น

2. ลักษณะการเปลี่ยนแปลงมโนมติของนักเรียนเกิดขึ้นทั้ง 3 ลักษณะตามกรอบทฤษฎีของ Dykstra et al. (1992)

3. ระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตของนักเรียนที่พบในช่วงก่อนการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ ระดับที่ 1 การรับรู้จากการมองเห็น (Visual perception) ระดับที่ 2 การวิเคราะห์ลักษณะรูปลักษณะ (Analysis or Description) และระดับที่ 3 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นระเบียบแบบแผนหรือการจัดลำดับความสัมพันธ์ (Informal deduction

คำสำคัญ : กระบวนการคิดเชิงวิพากษ์, ผังมโนทัศน์, ประเด็นทางสังคม

KeyWords : Critical Thinking Process , Mind Mapping, Socail Issues

* *นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน กลุ่มวิชาเฉพาะการสอนสังคมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*

** *ผู้ช่วยศาสตราจารย์ประจำวิชาสาขาการสอนสังคมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*

or Ordering) โดยเมื่อจบการเรียนรู้นักเรียนสามารถพัฒนาระดับความเข้าใจจนถึงระดับที่ 4 การใช้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างมีแบบแผน (Formal deduction) อย่างไรก็ตามในการศึกษาครั้งนี้ยังพบกรณีที่นักเรียนไม่แสดงการเปลี่ยนแปลงมโนมติ กล่าวคือ มโนมติในช่วงก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้มีลักษณะเดียวกัน ซึ่งสอดคล้องกับผลการวัดระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตของนักเรียนในมโนมตินั้นคือไม่เกิดการเปลี่ยนแปลงเช่นเดียวกัน

Abstract

This research is a case study of 6 students in Matthayomsuksa 4 at Romklao Sakonnakhon school. The objectives of this research were 1) to study students' concept about analytic geometry before and after participated in learning activities 2) to study characteristics of conceptual change based on Dyskstra et al. (1992) 3) to ascertain levels of geometric understanding based on van Hiele's theory before and after took part in learning activities. Data collection was carried out by using pre- and post- conceptual tests, levels of geometric understanding tests base on van Hiele's theory and semi-structured interview.

It was found that

1. four types of students' understanding were found before participated in learning activities; a) partial understanding, b) partial understanding with specific misconception c) specific misconception and d) no understanding about analytics geometry. After finished learning most students had advanced their mathematics conceptions.

2. Students who were able to change their mathematics showed 3 aspects of conceptual changes following the ideas of Dykstra at el.(1992) that were; differentiation, class extensions and reconceptualizations.

3. Most of the students were able to master their level of geometric understanding from level 1 (visual deductions), level 2 (analysis or description) and level 3 (informal deduction or ordering) to level 4 (formal deduction) after finish learning. Moreover, it was also found that the student who was not appear to have his/her conceptual changes, his/her level of geometric understanding was not change either.

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นสาระหนึ่งที่สำคัญยิ่งต่อการดำรงชีวิตประจำวันให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพและคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์มีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551)

อย่างไรก็ตามผลการทดสอบการศึกษาขั้นพื้นฐาน (0-Net) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นกลุ่มสาระที่มีผลคะแนนเฉลี่ยน้อยที่สุดจากทั้ง 8 กลุ่มสาระ ผลคะแนนดังกล่าวชี้ให้เห็นว่าระบบการศึกษาของประเทศยังไม่สามารถเตรียมนักเรียนให้มีความรู้และทักษะใหม่ที่จำเป็นสำหรับการเป็นประชาชนที่มีคุณภาพในอนาคตได้อย่างพอเพียง ผลที่นักเรียนแสดงออกมายังอยู่ในระดับที่ไม่น่าพึงพอใจนัก เพราะนักเรียนยังมีความรู้ความสามารถอยู่ในระดับต่ำ (โครงการ PISA ประเทศไทย สสวท., 2553) ซึ่งการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครูเป็นส่วนสำคัญต่อการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

มีนักการศึกษาจำนวนมากสนใจเกี่ยวกับงานวิจัยด้านการเรียนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และจากการศึกษาพบว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่ซับซ้อน ใช้เวลา

มาก และส่วนใหญ่เป็นเรื่องยากที่จะเข้าใจทำให้นักเรียนมีมโนมติ (Concept) ที่แตกต่างไปจากมโนมติที่เป็นที่ยอมรับในชุมชนคณิตศาสตร์ (Evan & Tirosh, 2002) ที่เรียกว่ามโนมติที่คลาดเคลื่อน (misconceptions) Posner et al. (1982) ได้อธิบายเกี่ยวกับรูปแบบของการเรียนรู้ 2 รูปแบบ คือ การกลมกลืน (Assimilation) และการปรับเปลี่ยน (Accommodation) คือ เมื่อได้รับความรู้ใหม่ที่ไม่สอดคล้องกับมโนมติเดิมนักเรียนจะเกิดการแทนที่ (replace) หรือจัดระบบใหม่ (reorganize) เพื่อปรับโครงสร้างของมโนมติเดิมให้สอดคล้องกับความรู้ใหม่ ซึ่งต่างจาก Hewson & Hewson (1992 อ้างถึงใน ปัฐมาภรณ์ พิมพ์ทอง, 2551) ที่เห็นว่าการเปลี่ยนแปลงมโนมติเปรียบเสมือนการแข่งขันกันของมโนมติ 2 มโนมติ และลักษณะของการเปลี่ยนแปลงมโนมติของนักเรียนก็เป็นส่วนสำคัญที่ทำให้ครูทำความเข้าใจถึงความสัมพันธ์ของมโนมติเดิมกับมโนมติใหม่ได้ลึกซึ้งยิ่งขึ้น Dykstra et al.(1992) อธิบายไว้ 3 ลักษณะ คือ การปรับปรุงความเข้าใจ (differentiation) การขยายชั้นความเข้าใจ (class extension) และการเปลี่ยนกรอบความเข้าใจ (reconceptualization)

มโนมติคณิตศาสตร์เรื่องหนึ่งที่มีความสำคัญและเกิดมโนมติที่คลาดเคลื่อน คือ เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์เบื้องต้น หน้าที่ของครู คือการทำอย่างไร เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ เข้าใจ ยอมรับ และเปลี่ยนแปลงจากมโนมติที่คลาดเคลื่อนมาสู่มโนมติที่เป็นที่ยอมรับ ซึ่งอาจจะเกิดจากการจัดการเรียนเรียนรู้ของครูเพื่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงมโนมติ (ปัฐมาภรณ์ พิมพ์ทอง, 2553) การประเมินระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตของนักเรียนจะเป็นส่วนช่วยให้ครูเข้าใจถึงมโนมติเรื่องเรขาคณิตของนักเรียนได้ดียิ่งขึ้น van Hiele (Pegg, 1996 อ้างถึงใน ฐิติพร มาตรโคกสูง, 2553) ได้กล่าวถึง ระดับความเข้าใจทางเรขาคณิต ซึ่งเป็นที่ยอมรับกันมากในปัจจุบันว่าสามารถใช้เป็นแนวทางในการประเมินระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตนักเรียนได้อย่างชัดเจน การศึกษาระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตจะช่วยให้ครูสามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้อย่างสอดคล้องกับธรรมชาติของการพัฒนาระดับการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาการเปลี่ยนแปลงมโนมติและระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตของนักเรียนตามกรอบทฤษฎีของ van Hiele ในเรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์เบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษา และพัฒนามโนติในเรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียน

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อศึกษามโนมติเรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์เบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในช่วงก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้เพื่อเปลี่ยนแปลงมโนมติ

2. เพื่อศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงมโนมติเรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์เบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามกรอบทฤษฎีของ Dykstra et al.(1992)

3. เพื่อศึกษาระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตตามกรอบทฤษฎีของ van Hiele ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในช่วงก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้เพื่อเปลี่ยนแปลงมโนมติ

คำถามการวิจัย

1. มโนมติ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์เบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในช่วงก่อน และหลังการจัดการเรียนรู้เพื่อเปลี่ยนแปลงมโนมติมีลักษณะอย่างไร

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีลักษณะการเปลี่ยนแปลงมโนมติ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์เบื้องต้นอย่างไรตามกรอบทฤษฎีของ Dykstra et al.(1992)

3. ระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตตามกรอบทฤษฎีของ van Hiele ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในช่วงก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้เพื่อเปลี่ยนแปลงมโนมติอยู่ในระดับใด

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. มโนมติ หมายถึง ความคิดหรือความเข้าใจที่ได้จากการตีความลักษณะ คุณสมบัติ ความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในเรื่องนั้น ๆ เพื่อประมวลออกมาเป็นข้อสรุป และใช้ในการอธิบายปรากฏการณ์ หรือสื่อสารเพื่อความเข้าใจของคนในสังคม ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ใช้เกณฑ์การสอดคล้องกับมโนมติทางวิทยาศาสตร์ แบ่งออกเป็น 5 ประเภทตามแนวคิดของ Haidar (1997 อ้างถึงใน เยาวเรศ ใจเย็น, 2550) ซึ่งนำมาประยุกต์ใช้กับมโนมติคณิตศาสตร์ เพื่อวิเคราะห์มโนมติของนักเรียน

2. การเปลี่ยนแปลงมโนมติ หมายถึง กระบวนการพัฒนามโนมติเดิมของนักเรียนซึ่งอาจเป็นมโนมติที่สอดคล้องกับมโนมติคณิตศาสตร์อยู่แล้ว หรือเปลี่ยนแปลงมโนมติที่คลาดเคลื่อนไปสู่มโนมติคณิตศาสตร์ โดยสามารถจำแนกลักษณะการเปลี่ยนแปลงมโนมติตามกรอบของ Dykstra (1992) ดังนี้

1) การปรับปรุงความเข้าใจ

2) การขยายชั้นความเข้าใจ (Class Extension)

3) การเปลี่ยนกรอบความเข้าใจ (Reconceptualization)

3. ระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตของ van Hiele หมายถึง ระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตของ van Hiele แบ่งออกเป็น 5 ระดับ แต่ในงานวิจัยนี้ศึกษาระดับความเข้าใจทางเรขาคณิต 4 ระดับ

วิธีดำเนินการวิจัย

1. ระเบียบวิธีวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นกรณีศึกษา (Case study) โดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพโดยเน้นการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description)

2. กลุ่มเป้าหมาย

กรณีศึกษา จำนวน 6 คน โดยคัดเลือกแบบเฉพาะเจาะจงจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนร่มเกล้า จังหวัดสกลนคร ปีการศึกษา 2554 ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน โดยพิจารณาจากคะแนนเฉลี่ยในกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 โดยนักเรียนทั้ง 6 คนทำกิจกรรมการเรียนรู้ในบริบทชั้นเรียนที่ออกแบบการจัดการเรียนรู้จากโมเดลการสอนตามแนว Constructivism

3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

แผนตามแนวทฤษฎี constructivist จำนวน 5 แผน 9 ชั่วโมง แบบทดสอบวัดมโนติ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์เบื้องต้น ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยแบบทดสอบวัดมโนมติมีจำนวน 3 ชุด แบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตตามกรอบทฤษฎีของ van Hiele ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้จำนวน 3 ชุด และแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง

การวิเคราะห์ข้อมูล

วิเคราะห์เพื่อจัดกลุ่มมโนมติโดยงานวิจัยนี้ได้ใช้เกณฑ์การสอดคล้องกับมโนมติทางวิทยาศาสตร์แบ่งออกเป็น 5 ประเภทตามแนวคิดของ Haidar (1997) ซึ่งนำมาประยุกต์ใช้กับมโนมติคณิตศาสตร์พร้อมทั้งเปรียบเทียบลักษณะการเปลี่ยนแปลงมโนมติตามกรอบทฤษฎีของ Dykstra et al.(1992) ของนักเรียนแต่ละคนในแต่ละมโนมติ และวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตของ van Hiele ของนักเรียนแต่ละคนรายข้อของนักเรียนแต่ละคนในแต่ละมโนมติ

สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

1. สรุปผลการวิจัย ผลการวิจัยพบว่า

1) จากการวิเคราะห์มโนมติก่อนการเรียนรู้เพื่อเปลี่ยนแปลงมโนมติ พบว่า นักเรียนมีมโนมติเชิงคณิตศาสตร์แบบไม่สมบูรณ์ เช่น เรื่อง การหาระยะทางระหว่างจุดสองจุด นักเรียนการใช้วิธีการนับระยะทางทีละช่องเพื่อหาระยะทางระหว่างจุดสองจุด มโนมติเชิงคณิตศาสตร์บางส่วนและมโนมติคลาดเคลื่อนบางส่วน เช่น เรื่อง ความชันของเส้นตรง นักเรียนสามารถหาความชันจากสูตร $\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$ ได้อย่างถูกต้อง แต่สรุปว่าเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y คือเส้นตรงที่มีค่าความชันมากที่สุด เส้นตรงที่ขนานกับแกน X คือ เส้นตรงที่มีความชันน้อยที่สุด มโนมติที่คลาดเคลื่อน เช่น เรื่อง การหาระยะทางระหว่างจุดสองจุด นักเรียนหาระยะทางระหว่างจุดสองจุดโดยจาก แล้วตอบระยะทางเป็นคู่อันดับ และหลังการจัดการเรียนรู้เพื่อเปลี่ยนแปลงมโนมตินักเรียนสามารถพัฒนามโนมติทางคณิตศาสตร์ในเรื่องต่าง ๆ ได้ดีขึ้น

2) ลักษณะการเปลี่ยนแปลงมโนมติของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายตามกรอบทฤษฎีของ Dykstra et al. (1992) พบว่ามีการเปลี่ยนแปลงมโนมติเกิดขึ้นทั้ง 3 ลักษณะ คือ

(1) การปรับปรุงความเข้าใจ (Differentiation) ยกตัวอย่างเช่น ในมโนมติ เรื่อง การหาระยะทางระหว่างจุดสองจุดนักเรียนคนที่ 1 เปลี่ยนแปลงมโนมติจากนักเรียนมีมโนมติเชิงคณิตศาสตร์แบบไม่สมบูรณ์ไปสู่มโนมติเชิงคณิตศาสตร์

(2) การขยายชั้นความเข้าใจ (Class Extension) ยกตัวอย่างเช่น ในมโนมติ เรื่อง ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรงโดยนักเรียนคนที่ 1, 2, 3 และ 4 เปลี่ยนแปลงจากการไม่เข้าใจมโนมติคณิตศาสตร์ไปสู่มโนมติเชิงคณิตศาสตร์

(3) การเปลี่ยนกรอบความเข้าใจ (Reconceptualizations) ยกตัวอย่างเช่น มโนมติ เรื่อง จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุดนักเรียนคนที่ 1 และ 3 เปลี่ยนแปลงมโนมติจากมโนมติคลาดเคลื่อนไปสู่มโนมติเชิงคณิตศาสตร์

3) จากการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตของนักเรียนก่อนการจัดการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนมีระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตอยู่ที่ระดับ 1 – 3 หลังการจัดการเรียนรู้นักเรียนที่มีการพัฒนาระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตจะพัฒนาขึ้น 1 – 2 ระดับ โดยระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตสูงสุดที่นักเรียนพัฒนาไปถึงคือระดับที่ 4

2. อภิปรายผล

จากการศึกษามโนมติ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์เบื้องต้น ของนักเรียน พบว่า หลังจากการจัดการเรียนรู้เพื่อเปลี่ยนแปลงมโนมตินักเรียนส่วนใหญ่มีมโนมติคลาดเคลื่อนลดลงและมีมโนมติที่สอดคล้องกับมโนมติเชิงคณิตศาสตร์มากขึ้นแต่อาจยังไม่ใช่มโนมติทางคณิตศาสตร์ทั้งหมดสอดคล้องกับศิริพรรณ ศรีวรรณวงษ์ (2553) และปิ่นอุมา หรีกประโคน (2552) ที่จัดการเรียนรู้เพื่อเปลี่ยนแปลงมโนมติโดยวิธีการที่แตกต่างกันและพบว่าหลังการจัดการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนมติเชิงคณิตศาสตร์มากขึ้น ในส่วนของลักษณะการเปลี่ยนแปลงมโนมติของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายตามกรอบทฤษฎีของ Dykstra et al.(1992) พบว่ามีการเปลี่ยนแปลงมโนมติเกิดขึ้นทั้ง 3 ลักษณะสอดคล้องกับงานวิจัยของทัศนีย์ บุญโย (2553) และนิวัฒน์ ศรีสวัสดิ์ (2548) ที่พบลักษณะการเปลี่ยนแปลงมโนมติของนักเรียนทั้ง 3 ลักษณะเช่นกัน และระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตในช่วงก่อนเรียนของนักเรียนจะอยู่ในระดับ 1 – 3 โดยส่วนใหญ่จะอยู่ในระดับที่ 1 หรือ 2 สอดคล้องกับอาคเนย์ ฉัตรบรรยงค์ (2548) ที่พัฒนาชุดการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮีลีพร้อมทั้งศึกษาระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับความรู้ความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตในระดับ 3 ของระดับขั้น van Hiele มีจำนวนน้อยกว่า หรือเท่ากับร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และหลังการจัดการเรียนรู้เพื่อเปลี่ยนแปลงมโนมตินักเรียนมีการพัฒนาระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตขึ้น 1 – 2 ระดับสอดคล้องกับงานวิจัยของสำเภา เนื่องมัจฉา (2553) ที่ศึกษา เรื่อง การพัฒนามโนมติทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยการใช้ตัวนำเสนอเป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามกรอบทฤษฎีของ van Hiele พบว่า นักเรียนพัฒนาระดับความเข้าใจจากระดับที่ 1 การรับรู้จากการมองเห็นไประดับที่ 2 การวิเคราะห์หรือพรรณนาลักษณะและระดับที่ 3 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนหรือการจัดลำดับความสัมพันธ์ ตามลำดับ เช่นเดียวกันกับกุลยา เหมวัสดุกิจ (2545) ศึกษาระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า หลังจากจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลีนักเรียนที่มีระดับทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุด รองลงมา คือ มีระดับเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 1 ระดับ และเพิ่มขึ้น 2 ระดับ ตามลำดับ

ข้อเสนอแนะ

1. ในการจัดการเรียนรู้ควรคำนึงถึงมโนมติและระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตของนักเรียน เพื่อส่งเสริมให้เกิดการเปลี่ยนแปลงมโนมติจากมโนมติที่คลาดเคลื่อนไปสู่มโนมติทางคณิตศาสตร์ และสามารถพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

2. ควรศึกษามโนมติ มโนมติที่คลาดเคลื่อน ลักษณะการเปลี่ยนแปลงมโนมติ และระดับความเข้าใจของนักเรียนในมโนมติอื่นๆ

3. ควรศึกษาสาเหตุ หรือปัจจัยที่ส่งเสริม และอุปสรรคต่อการเปลี่ยนแปลงมโนมติ และการพัฒนาระดับความเข้าใจของนักเรียน เพื่อเป็นการส่งเสริมให้เกิดการเปลี่ยนแปลงมโนมติและพัฒนาระดับความเข้าใจของนักเรียนมากขึ้น

เอกสารอ้างอิง

กุลยา เหมวัสดุกิจ. (2545). **ผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลีที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมสึกษาปีที่ 2**. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

โครงการ PISA ประเทศไทย สสวท. (2553). **ผลการประเมิน PISA 2009 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์**. ค้นเมื่อ 10 สิงหาคม 2554, จาก http://pisathailand. ipst. ac. th

ฐิติพร มาตรโคกสูง. (2553). **การศึกษาการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครู และระดับความเข้าใจเชิงเรขาคณิตของนักเรียน ตามแนวคิดทฤษฎีของ Van Hiele เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตรศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

ทัศนีย์ บุญโย. (2553). **การปรับเปลี่ยนมโนมติเรื่องเศษส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad.** วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตรศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

นิวัฒน์ ศรีสวัสดิ์. (2548). **การปรับเปลี่ยนมโนมติเรื่องแรงและกฎการเคลื่อนที่ โดยการใช้การจัดการเรียนรู้บนเครือข่ายที่พัฒนาตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิซึม.** วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิทยาศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

ปัฐมาภรณ์ พิมพ์ทอง. (2551). การจัดการเรียนรู้เพื่อเปลี่ยนแปลงแนวคิด (Teaching and Learning for Conceptual Change). **วารสารศึกษาศาสตร์, 31**(1), 27-35.

_____. (2553). **การศึกษาผลของปัจจัยด้านจิตพิสัยและสังคมต่อการสอนวิทยาศาสตร์ เพื่อเปลี่ยนแปลงแนวคิดระดับประถมศึกษา**. ขอนแก่น: สำนักงานคณะกรรมการอุดมศึกษาและสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย. (เอกสารอัดสำเนา).

ปิ่นอุมา หรีกประโคน. (2552). **ผลการสอนเพื่อเปลี่ยนแปลงมโนมติ เรื่องโลกและการเปลี่ยนแปลงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนกีฬาจังหวัดขอนแก่น**. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

เยาวเรศ ใจเย็น. (2550). แนวคิดเรื่องสมดุลเคมีของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย. **วารสารสงขลานครินทร์ ฉบับสังคมศาสตร์และมนุษยศาสตร์**, **13**(4), 541-553.

ศิริพรรณ ศรีวรรณวงษ์. (2553). **ความเข้าใจมโนมติทางวิทยาศาสตร์ เรื่อง การถ่ายทอดลักษณะทางพันธุกรรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เมื่อใช้ยุทธศาสตร์การสอนเพื่อเปลี่ยนมโนมติ**. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิทยาศาสตรศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). **หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

สำเภา เนื่องมัจฉา. (2553). **การพัฒนามโนมติเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติโดยการใช้ตัวนำเสนอเป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามกรอบทฤษฎีของ van Hiele**. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตรศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

อาคเนย์ ฉัตรบรรยงค์. (2548). **ชุดการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮีลีของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนทรินทรวิโรฒ.

Dykstra. Et al. (1992). Studying Conceptual Change in Learning Physics. **Science Education**, **76**(6), 615-652.

Even R, Tirosh D. (2002). Teacher Knowledge and Understanding of Students' Mathematical Learning. In: Lyn D. English, editor. **Handbook of International Research in Mathematics Education**. United states of America: Lawrence Erlbaum Associates. (pp. 219-240).

Postner, G. J. et al. (1982). Accommodation of a Scientific Conception: Toward a Theory of Conceptual Change. **Science Education**, **66**(2), 211-227.