



**การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad
เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้**

**An Investigation of Matthayomsuksa 6 Students' Linear Programming Conceptual
Understanding Using The Geometer's Sketchpad as a Learning Tool**

ศศิณิภา บุตรสีเขียว*

ดร.ชาญณรงค์ เอี่ยมวราข**

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ โดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพที่เน้นการวิเคราะห์โปรโตคอล ซึ่งผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นครูผู้สอน และมีผู้ช่วยวิจัย จำนวน 4 คน กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนดงมะไฟวิทยา อำเภอเมืองสกลนคร จังหวัดสกลนคร จำนวน 6 คน โดยมีความสมัครใจเข้าร่วมในการวิจัย ผู้วิจัยทำการคัดเลือกนักเรียนจากนักเรียนกลุ่มเก่งจำนวน 3 คน และนักเรียนกลุ่มอ่อน จำนวน 3 คนโดยพิจารณาจากคะแนนสอบคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 และแบ่งนักเรียนกลุ่มเป้าหมายออกเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 2 คน คือ กลุ่มที่ 1 ประกอบด้วยนักเรียนกลุ่มเก่งจำนวน 2 คน กลุ่มที่ 2 ประกอบด้วยนักเรียนกลุ่มเก่งจำนวน 1 คน และนักเรียนกลุ่มอ่อนจำนวน 1 คน และกลุ่มที่ 3 ประกอบด้วยนักเรียนกลุ่มอ่อนจำนวน 2 คน แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 16 กิจกรรม โดยไม่มีการแทรกแซงจากผู้วิจัย หลังจากนักเรียนกลุ่มเป้าหมายทำกิจกรรมแต่ละกิจกรรมเสร็จมีการทดสอบนักเรียนเป็นรายบุคคล พร้อมสัมภาษณ์กระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน ผู้วิจัยทำการเก็บข้อมูลโดยการบันทึกวีดิทัศน์ และบันทึกเสียงของนักเรียนในระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรม ข้อมูลหลักที่นำมาวิเคราะห์ คือโปรโตคอลการทำกิจกรรมจำนวน 16 โปรโตคอล งานเขียนของนักเรียน บันทึกภาคสนาม ข้อมูลการสัมภาษณ์นักเรียน และแบบบันทึกความคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิเคราะห์กระบวนการสร้างความคิดรวบยอดเชิงโมโนภาพของนักเรียนตามกรอบทฤษฎี Action-Process-Structure ที่พัฒนาโดย Heingraj (2006) ตามแนวทางทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง

ผลการวิจัยพบว่า (1) นักเรียนสร้างความคิดรวบยอดเชิงโมโนภาพซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ โดยที่นักเรียนแปลความหมายจากข้อมูลโดยการสังเกต และนำความรู้เดิมมาใช้ ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำถูกพัฒนาเป็นระดับกระบวนการ ซึ่งเป็นการอธิบาย เปรียบเทียบ สะท้อนสิ่งที่สังเกตได้จากภาพเคลื่อนไหวบนหน้าจอ และมีการสร้างความคิดรวบยอดในระดับที่สูงขึ้น ซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับโครงสร้างต่อไป (2) ในการทำกิจกรรม

คำสำคัญ : ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์, กำหนดการเชิงเส้น, โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

Keywords : Investigation, Linear Programming, The Geometer's Sketchpad

* นักศึกษาลัทธิศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

** อาจารย์ประจำสาขาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น



และทำแบบทดสอบหลังเรียนในแต่ละกิจกรรม พบว่า นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดเชิงมโนภาพซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) ระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding) และระดับโครงสร้าง (Structure conceptual understanding) (3) จากการวิเคราะห์โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ทำให้เรียนคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น และเข้าใจโดยการเปรียบเทียบและสังเกตการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น สามารถเกิดองค์ความรู้จากกิจกรรมได้อย่างหลากหลาย สร้างความเข้าใจด้วยตนเองจากการจัดกระทำกับวัตถุ โดยการจัดกระทำที่ละขั้นตอนที่สามารถเรียงจากขั้นตอนง่ายๆ แล้วเพิ่มความยากขึ้น สร้างโอกาสในการคิดและแก้ไขปัญหาต่างๆ ได้ดี และมีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน บทบาทของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ The Geometer's Sketchpad จึงเป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้หนึ่งในการสร้างโอกาสในการคิดและแก้ปัญหามากๆ ได้ดีเพื่อสร้างความเข้าใจในการเรียนรู้ในระดับที่สูงขึ้น

Abstract

The purpose of this study was to investigation of Matthayomsuksa 6 students' linear programming conceptual understanding using the Geometer's Sketchpad as a learning tool. Qualitative research approach emphasizing on protocol analysis was used in this study. The people involving in this study were the researcher who is a teacher and four researcher assistants. The target groups of this study were the students studying in Matthayom 6 in the second semester of the academic year 2008 at Dongmafiwitthaya School, Muang District, Sakon Nakhon Province, Sakon Nakhon Educational Area 1. The students voluntarily participated in the study and were organized into 3 groups of 2 students according to their mathematics scores of the 1st semester of academic year . These students consisted of 3 students with high achievement scores and 3 students with low achievement scores. Group 1 was the group of 2 high achievement score student, group 2 was the group of 1 high achievement score student and 1 low achievement score student, and group 3 was the group of 2 low achievement score student. Each group of the students were assigned to work on 16 activities in the out-of-classroom context without the researcher's intervention. The students were interviewed individually when they had finished their post-test. Furthermore, an audio- and video-recording was made while the students do activities. Data were selected for analysis including 16 protocols obtained from the activities of lesson plan, students' written works, researcher's field notes, the transcription obtained from interviewing the students and students' diary about learning activities. The collected data were analyzed by means of Action-Process-Structure theoretical framework (Heingraj, 2006) on constructivist approach.

Results indicated that: 1) The students had constructed the concept image which from their understanding in Action conceptual understanding in which they were able to interpret data from their observation and used their prior knowledge. The action conceptual understanding was developed to be process conceptual understanding in which they were able to explain and what they had observed in general way. 2) Students used their Action conceptual understanding, process conceptual understanding and structure conceptual understanding to solved the given problem situation ; and 3) From the students' diary about learning activities, the Geometer's Sketchpad program could support their learning mathematics and made it easy and the activities allowed the students to manage and learn lessons by themselves.

The students could learn and understand the lessons from the easy lessons and then they had a chance to think and find out the solution for the problems. Students was able to exchange his/her own ideas with their peers. They could understand and solve the problems within their groups. In conclusion, using the Geometer's Sketchpad as a learning tool considered as a good approach to allow students to think and solve the problems by themselves.

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การปฏิรูปการเรียนรู้ถือเป็นหัวใจสำคัญของการราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 หมวด 4 แนวการจัดการศึกษาเป็นการปฏิรูปการเรียนรู้สาระสำคัญของหมวดนี้ครอบคลุมถึงกระบวนการจัดการศึกษา โดยต้องยึดหลักว่า ผู้เรียนทุกคนมีความสามารถในการเรียนรู้ สามารถพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุดสำหรับการจัดการเรียนการสอน ต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตนเองตามธรรมชาติ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2543)

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่ใช้ในการพัฒนาระบบความคิดของมนุษย์ (กรมวิชาการ, 2544) ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ สามารถคิดอย่างมีเหตุผล วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ (กรมวิชาการ, 2544) นอกจากนี้ยังเป็นคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการพัฒนาความก้าวหน้าของประเทศ ระบบเศรษฐกิจ และสามารถบรรยายการวิเคราะห์เกี่ยวกับความเป็นไปของธรรมชาติ (มันตกานต์ โคตรชาลี, 2545)

กำหนดการเชิงเส้นเป็นเนื้อหาที่ถูกจัดอยู่ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 วิธีการในกำหนดการเชิงเส้นเป็นวิธีการที่ช่วยในการตัดสินใจเพื่อแก้ปัญหาเกี่ยวกับการจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดให้ได้รับประโยชน์มากที่สุด การเรียนในเนื้อหาที่จำเป็นมากในการนำมาประยุกต์ใช้ในระบบเศรษฐกิจ แต่ผู้เรียนส่วนหนึ่งมีปัญหาเกี่ยวกับความรู้พื้นฐาน เช่น สมการ อสมการ และการเขียนกราฟของระบบอสมการ เห็นได้จากการศึกษาของ ทศพร ทักขิมา (2545) เรื่องข้อบกพร่องของนักเรียนเรื่องอสมการพบว่า นักเรียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ได้ อำพร จุลพล (2550) และ พงษ์ศักดิ์ มาเกต (2550) พบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่อง

เกี่ยวกับการเขียนประโยคสัญลักษณ์ และขาดทักษะในการแก้สมการพหุนาม โดยเฉพาะการแยกตัวประกอบพหุนาม การหาคำตอบของอสมการของพหุนาม และการเขียนกราฟ

นอกจากนี้ในปัจจุบันการจัดการกระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยึดหลักการสอนแบบบรรยายมากเกินไป ยังไม่เอื้อต่อการพัฒนาผู้เรียน สุนน อมรวิวัฒน์ (2541) กล่าวว่า การสอนแบบบรรยายเป็นการจัดกิจกรรมการสอนที่ขาดความยืดหยุ่นไม่มีความหลากหลาย สมหวัง พิธิยานุวัฒน์ (2544) กล่าวว่า การสอนแบบบรรยายไม่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างผู้เรียน ไม่กระตุ้นให้ผู้เรียนคิดและพัฒนาความรู้ด้วยตนเอง ผู้สอนควรพิจารณาปรับปรุงวิธีการสอนให้เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญมากขึ้น แนวทางการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนจึงควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองและเป็นไปตามความสามารถทางการเรียนของแต่ละบุคคล โดยให้ผู้สอนทำหน้าที่ชี้แนะแนวทางการเรียนรู้ Anthony (1996 อ้างถึงใน Heingraj, 2003) กล่าวว่า ครูต้องเป็นผู้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยเปลี่ยนสิ่งแวดล้อมในห้องเรียน ครูต้องเปลี่ยนบทบาทจากผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะวิธีการในการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนลงมือเรียนรู้ และกำหนดแนวทางการเรียนรู้ด้วยตนเอง (Self directed learning) ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้ (Constructivism) Von Glasersfeld (1995 อ้างถึงใน พยิกร แก้วดวงตา, 2549) กล่าวว่า ผู้เรียนสร้างความรู้โดยกระบวนการคิดของตนเอง ผู้สอนไม่สามารถปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญาของผู้เรียนได้ แต่สามารถช่วยให้ผู้เรียนปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญาของตนเอง โดยการจัดสภาพการณ์ให้ผู้เรียนเกิดความขัดแย้งทางปัญญา ซึ่งเป็นสภาวะการณ์ที่ประสบการณ์ใหม่ไม่สอดคล้องกับประสบการณ์เดิม ผู้เรียนจึงพยายาม



ปรับปรุงประสบการณ์ใหม่กับประสบการณ์เดิมเพื่อสร้างเป็นความรู้ใหม่เป็นผลให้โครงสร้างทางปัญญาเกิดการปรับเปลี่ยน นอกจากนี้ Heingraj (2006) ได้พัฒนากอบทฤษฎี Action-Process-Structure (APS) ในการวิเคราะห์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ จำแนกความเข้าใจเป็น 3 ระดับ ดังนี้ ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) ความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding) ความเข้าใจในระดับโครงสร้าง (Structural conceptual understanding) ซึ่งเป็นการอธิบายความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน โดยพิจารณาการเชื่อมโยงระหว่างความเข้าใจในระดับต่างๆ เมื่อผู้เรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนเองถึงระดับโครงสร้าง ผู้เรียนจะสามารถพัฒนาไปจนเกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ ดังนั้น การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรเน้นกระบวนการสร้างความเข้าใจในมิติทางคณิตศาสตร์

ปัจจุบันเทคโนโลยีถูกจัดเป็นสื่อที่มีบทบาทสำหรับการเรียนการสอนอย่างมาก เนื่องจากอุปกรณ์เทคโนโลยีช่วยให้นักเรียนเห็นภาพชัดเจน ตรวจสอบได้หลายๆ ครั้ง (แจ่มจันทร์ ศรีอรุณศรี, 2547) สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งอเมริกา (The National Council of teacher of Mathematics [NCTM], 2000) กล่าวว่า เทคโนโลยีมีส่วนช่วยให้เด็กมีความเข้าใจในการเรียนคณิตศาสตร์ และควรนำเอาเทคโนโลยีมาใช้ในห้องเรียน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี (สสวท., 2548) ได้ตระหนักถึงความสำคัญของการใช้เทคโนโลยีในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนจึงเห็นว่าโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเทคโนโลยีที่ผู้สอนสามารถเรียนรู้ได้ และเกิดแนวคิดในการนำไปบูรณาการกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นโปรแกรมที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสรู้โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง Heingraj (2006) กล่าวว่า โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือที่มีความสามารถเปลี่ยนสถานะของรูปเรขาคณิตหรือกราฟมาเป็นรูปที่สามารถจัดกระทำได้ และยังมีฟังก์ชันที่

สร้างภาพเคลื่อนไหว ซึ่งทำให้ผู้เรียนได้ศึกษาและสังเกตพฤติกรรมของกราฟหรือรูปทรงเรขาคณิต

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยเห็นว่าการศึกษาที่ผู้สอนนำเอาโปรแกรม The Geometer's Sketchpad มาใช้เป็นเครื่องมือในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้น เป็นการช่วยพัฒนาความเข้าใจพื้นฐานของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในคณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไป ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้นเพื่อเป็นพื้นฐานในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อีกสอดคล้องกับความแตกต่างของผู้เรียน

วัตถุประสงค์ในการวิจัย

เพื่อศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ความเข้าใจในมิติทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดรวบยอดในการเรียนรู้เรื่องกำหนดการเชิงเส้นของนักเรียน ความเข้าใจเป็นการเชื่อมความรู้ที่หลากหลายภายในโครงสร้างทางปัญญา โดยมีการจัดระดับความเข้าใจในมิติทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ระดับ ตามกรอบทฤษฎี Action-Process-Structure (ชาญณรงค์ เจริญราช, 2551) ซึ่งประกอบไปด้วย

1.1 ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) หมายถึง ความคิดรวบยอดที่เกิดจากผู้เรียนใช้ความรู้เดิมมาสร้างความหมายต่อสิ่งเร้าภายนอกได้จากการสังเกต นักเรียนมีความเข้าใจจำกัดในระดับการจัดกระทำสามารถปฏิบัติตามเงื่อนไขที่กำหนดหรือขั้นตอนการคิดคำนวณที่กำหนดอย่างเป็นขั้นตอนที่ต่อเนื่องกัน ขั้นตอนแต่ละขั้นตอนจะถูกกระทำให้สำเร็จก่อนที่จะทำในขั้นตอนต่อไป เช่น สามารถกำหนดค่าของ m และ c คำนวณหาจุดตัดระหว่างกราฟ $5x + y = 6$ และแกนพิกัดได้ เป็นต้น

1.2 ความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding) หมายถึง ความคิด

รวบยอดที่เกิดจากการที่นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจจากการจัดกระทำหรือการคิดคำนวณหลายๆ ครั้ง จนกระทั่งนักเรียนสามารถใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อสรุปเป็นกรณีทั่วไปโดยการวิเคราะห์ สังเคราะห์ หรือเปรียบเทียบผลจากการสังเกต การวัด การคิดคำนวณหรือการจัดกระทำอย่างเป็นขั้นตอนในรูปของมโนภาพโดยไม่จำเป็นต้องไปจัดกระทำหรือคิดคำนวณที่เป็นลำดับขั้นตอน นอกจากนี้นักเรียนสามารถอธิบายสะท้อน หรือคิดย้อนกลับกระบวนการจัดกระทำนั้นโดยไม่จำเป็นต้องแสดงการจัดการกระทำในแต่ละขั้นตอนออกมา เช่นสรุปได้ว่าคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นจะแทนด้วยบริเวณที่ซ้อนทับกันของกราฟของสมการทั้งหมด สรุปได้ว่าเมื่อกำหนดให้ P เป็นค่าคงตัวใดๆ ค่า P ที่ต่างกันทำให้ได้กราฟเส้นตรงที่ขนานกันขึ้นชุดหนึ่ง เป็นต้น

1.3 ความเข้าใจในระดับโครงสร้าง (Structural conceptual understanding) หมายถึงความคิดรวบยอดที่เกิดจากนักเรียนเชื่อมโยงความเข้าใจในระดับกระบวนการหลายๆ เพื่อใช้ในการสร้างความเข้าใจในระดับกระบวนการใหม่ หรือความเข้าใจในมิติทางคณิตศาสตร์ใหม่ในระดับที่สูงขึ้น เป็นการนำเอาความเข้าใจในระดับกระบวนการหลายๆ กระบวนการมาใช้ในการแก้ปัญหา ผลจากการเชื่อมโยงความเข้าใจในระดับกระบวนการทำให้เกิดโครงสร้างทางปัญญา (Schema) กล่าวได้ว่า ความเข้าใจในระดับนี้เป็นการเอาความเข้าใจในระดับกระบวนการหลายๆ กระบวนการที่เกี่ยวข้องกันมาเชื่อมโยงอย่างเหมาะสมเพื่อเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างทางปัญญา เช่น นักเรียนสามารถเขียนกราฟของระบบสมการ $y \geq -2$ และ $x + y \leq 1$ เป็นต้น

2. โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หมายถึง ซอฟต์แวร์ที่ใช้สำหรับสร้าง สืบค้นและวิเคราะห์สิ่งต่างๆ ที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์สามารถใช้สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ให้ผู้เรียนปฏิสัมพันธ์กับสิ่งที่สร้างในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องกำหนดการเชิงเส้น

3. กำหนดการเชิงเส้น หมายถึง วิธีการทางคณิตศาสตร์ประยุกต์ที่ช่วยในการตัดสินใจ และแก้ปัญหาเกี่ยวกับการจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดให้ได้

รับประโยชน์มากที่สุด ความคิดพื้นฐานในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการกำหนดการเชิงเส้นเริ่มต้นด้วยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แล้วใช้สมการและอสมการเชิงเส้นหาคำตอบที่ต้องการ

4. โปรโตคอล หมายถึง ข้อมูลเกี่ยวกับพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกในระหว่างการทำกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นที่เกิดขึ้นตามลำดับเวลา ซึ่งได้จากการนำแถบบันทึกเสียง และแถบบันทึกวิดีโอที่บันทึกไว้มาถอดเป็นข้อมูลคำพูดเพื่อใช้ประกอบการวิเคราะห์ข้อมูล

5. นักเรียน หมายถึง นักเรียนมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 โรงเรียนดงมะไฟวิทยา อำเภอเมืองสกลนคร สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสกลนครเขต 1 จังหวัดสกลนคร

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงคุณภาพ วัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาความเข้าใจของนักเรียน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ เน้นการวิเคราะห์โปรโตคอล และบรรยายเชิงวิเคราะห์ โดยใช้กรอบทฤษฎี Action-Process-Structure ที่พัฒนาโดย Heingraj (2006) การวิจัยเป็นกรณีศึกษา (Case Study) กลุ่มเป้าหมายคัดเลือกแบบเฉพาะเจาะจง จากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนดงมะไฟวิทยา อำเภอเมืองสกลนคร จังหวัดสกลนคร จำนวน 6 คน ซึ่งเป็นนักเรียนกลุ่มเก่งจำนวน 3 คน และกลุ่มอ่อนจำนวน 3 คน (การจัดกลุ่มนักเรียนพิจารณาจากคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 ซึ่งเรียงจากลำดับคะแนนจากน้อยไปหามาก นักเรียนกลุ่มอ่อน คือ นักเรียนที่มีคะแนน 25% แรกของคะแนนสอบ และนักเรียนกลุ่มเก่ง คือ นักเรียนที่มีคะแนน 25% หลังของคะแนนสอบ) จากนั้นแบ่งนักเรียนที่คัดเลือกออกเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 2 คน กลุ่มที่ 1 ประกอบด้วย นักเรียนกลุ่มเก่งจำนวน 2 คน กลุ่มที่ 2 ประกอบด้วยนักเรียนกลุ่มเก่งจำนวน 1 คน และนักเรียนกลุ่มอ่อนจำนวน 1 คน และกลุ่มที่ 3 ประกอบด้วยนักเรียนกลุ่มอ่อนจำนวน 2 คน ผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นครู



ผู้สอน และมีผู้ช่วยวิจัยจำนวน 4 คน เก็บรวบรวมข้อมูล โดยให้นักเรียนเรียนรู้ความรู้พื้นฐานทางด้านการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ที่เกี่ยวข้องและดำเนินการกิจกรรมการเรียนการสอนในบริบทนอกเวลาเรียน จำนวน 16 กิจกรรม และใช้เวลาทั้งหมด 15 ชั่วโมง หลังจากผู้วิจัยดำเนินการกิจกรรมการเรียนการสอนแต่ละกิจกรรมเสร็จสิ้น ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบท้ายกิจกรรม และทำการสัมภาษณ์การแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล จากนั้นนำเทปเสียง และวิดีโอที่บันทึกมาถอดเป็นข้อมูลคำพูด เพื่อวิเคราะห์โปรโตคอล โดยพิจารณาจากพฤติกรรม การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนที่บ้านที่กไว้นั้นแถบบันทึกวิดีโอ และพิจารณาจากงานเขียนของนักเรียนในระหว่างดำเนินการกิจกรรมการเรียนรู้

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการปฏิบัติการศึกษา คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องกำหนดการเชิงเส้น จำนวน 5 แผน 16 กิจกรรม ดังนี้

1.1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ปฐมนิเทศเรื่องการใช้งานโปรแกรม The Geometer's Sketchpad

1.2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องกราฟของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ประกอบด้วยกิจกรรมที่ 1 เรื่องกราฟของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวกิจกรรมย่อย 6 กิจกรรม ดังนี้

กิจกรรมที่ 1.1 กราฟของสมการ $x = a$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใดๆ

กิจกรรมที่ 1.2 กราฟของสมการ $x \geq a$ และ $x \leq a$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใดๆ

กิจกรรมที่ 1.3 กราฟของสมการ $x > a$ และ $x < a$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใดๆ

กิจกรรมที่ 1.4 กราฟของสมการ $y = a$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใดๆ

กิจกรรมที่ 1.5 กราฟของสมการ $y \geq a$ และ $y \leq a$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใดๆ

กิจกรรมที่ 1.6 กราฟของสมการ $y > a$ และ $y < a$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใดๆ

1.3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ประกอบด้วย กิจกรรม

ที่ 2 เรื่องกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรกิจกรรมย่อย 2 กิจกรรม ดังนี้

กิจกรรมที่ 2.1 เรื่องกราฟของสมการ $y = mx + c$ เมื่อ m และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

กิจกรรมที่ 2.2 เรื่องกราฟของสมการ $y \geq mx + c$ และ $y \leq mx + c$ เมื่อ m และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

1.4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องกราฟของระบบสมการเชิงเส้น ประกอบด้วย กิจกรรมที่ 3 เรื่องกราฟของระบบสมการเชิงเส้น มีกิจกรรมย่อย 4 กิจกรรม ดังนี้

กิจกรรม 3.1 สถานการณ์ปัญหาที่ 1 จงเขียนกราฟของระบบสมการ $y \geq -2$ และ $x + y \leq 1$

กิจกรรม 3.2 สถานการณ์ปัญหาที่ 2 จงเขียนกราฟของระบบสมการ $4x - y \geq 8$ และ $2x + y < 10$

กิจกรรม 3.3 สถานการณ์ปัญหาที่ 3 จงเขียนกราฟของระบบสมการ $x \leq 2$ และ $2x - 4y < 12$

กิจกรรม 3.4 สถานการณ์ปัญหาที่ 4 จงเขียนกราฟของระบบสมการ $y < 2$, $x \geq 1$ และ $x - y \geq 2$

1.5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่องการแก้ปัญหกำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีใช้กราฟ ประกอบด้วยกิจกรรม 4 เรื่องการแก้ปัญหกำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีใช้กราฟ กิจกรรมย่อย 4 กิจกรรม ดังนี้

กิจกรรม 4.1 สถานการณ์ปัญหา 1 เรื่องการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

กิจกรรม 4.2 สถานการณ์ปัญหา 2 เรื่องการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

กิจกรรมที่ 4.3 เรื่องกราฟของฟังก์ชันจุดประสงค์

กิจกรรม 4.4 เรื่อง ปัญหาค่าสูงสุด/ต่ำสุด

2. เครื่องมือสะท้อนผลการปฏิบัติ คือ แบบบันทึกภาคสนาม แบบสัมภาษณ์เชิงลึก กล้องถ่ายรูป เครื่องบันทึกวิดีโอ แถบบันทึกวิดีโอ เครื่องบันทึกเสียง และแถบบันทึกเสียง

3. เครื่องมือที่ใช้ประเมินประสิทธิภาพ คือแบบทดสอบหลังเรียนแต่ละกิจกรรม

สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ในกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนสามารถสร้างความคิดรวบยอดเชิงโนภาพซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ โดยการแปลความหมายจากข้อมูลที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงจากวัตถุ หรือภาพที่เคลื่อนไหวบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำถูกพัฒนาเป็นระดับกระบวนการ โดยการอธิบายเปรียบเทียบ หรือสะท้อนสิ่งที่สังเกตได้ ทำให้นักเรียนมีการสร้างความคิดรวบยอดเชิงโนภาพในระดับโครงสร้างผลการวิเคราะห์มีดังนี้

1. กิจกรรมที่ 1 เรื่องกราฟของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1.1 นักเรียนสร้างความเข้าใจในโมเดลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับการจัดกระทำโดยสามารถจัดกระทำกับสิ่งที่ปรากฏบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ และสามารถปฏิบัติตามเงื่อนไขที่กำหนด เช่น นักเรียนสามารถคลิกเมาส์ไปที่จุด P แล้วลากจุด P ไปตามเส้นตรง $x = a$ สามารถกำหนดค่าของ m และ c ตามคำสั่งในใบกิจกรรมเป็นต้น

1.2 นักเรียนสร้างความเข้าใจในโมเดลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding) จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนในกิจกรรมนี้ พบว่า นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจจากการจัดกระทำหลายๆ ครั้ง จนกระทั่งนักเรียนสามารถใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อสรุปเป็นกรณีทั่วไป จากการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถสรุปได้ว่า ทุกๆ ค่า y ที่อยู่บริเวณเหนือเส้นตรงที่ผ่านจุด A จะมีค่ามากกว่าค่าของพิกัด y ที่อยู่บนเส้นตรงที่ผ่านจุด A แล้วนักเรียนสามารถสรุปได้ว่า ทุกๆ ค่า y ที่อยู่ใต้เส้นตรงที่ผ่านจุด A จะมีค่าน้อยกว่าค่า y บนเส้นตรงที่ผ่านจุด A

2. กิจกรรมที่ 2 เรื่องกราฟของอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2.1 นักเรียนสร้างความเข้าใจในโมเดลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) โดยนักเรียนสามารถเพิ่มค่า m โดยการกดแป้นพิมพ์ $[+]$ และลดค่า

m โดยการกดแป้นพิมพ์ $[-]$ และนักเรียนมีการเชื่อมโยงความรู้เดิมเรื่องการแก้สมการมาใช้ในการหาจุดตัดของสมการเส้นตรงกับแกนพิกัด

2.2 นักเรียนสร้างความเข้าใจในโมเดลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding) โดยนักเรียนนำความเข้าใจจากการพัฒนาความเข้าใจในระดับการจัดกระทำมาวิเคราะห์เพื่อวาดกราฟ นอกจากนี้ นักเรียนสามารถคิดคำนวณเพื่อเปลี่ยนอสมการ $y \geq -2$ และ $x + y \leq 1$ ให้อยู่ในรูปมาตรฐานได้

3. กิจกรรมที่ 3 เรื่องกราฟของระบบอสมการเชิงเส้น

3.1 นักเรียนสร้างความเข้าใจในโมเดลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) โดยนักเรียนสามารถคำนวณเพื่อเปลี่ยนอสมการ $y \geq -2$ และ $x + y \leq 1$ ให้อยู่ในรูปมาตรฐาน และสามารถเลือกบริเวณที่สอดคล้องกับอสมการโดยคลิกที่จุด A หรือ B แล้วลากจุดดังกล่าวไปยังบริเวณที่สอดคล้องกับอสมการตามที่กำหนดได้

3.2 นักเรียนสร้างความเข้าใจในโมเดลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding) โดยนักเรียนสามารถนำความเข้าใจเกี่ยวกับกราฟของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟของอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร มาสร้างความหมายเกี่ยวกับกราฟของระบบอสมการได้

3.3 นักเรียนสร้างความเข้าใจในโมเดลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับโครงสร้าง (Structural conceptual understanding) โดยนักเรียนสามารถเชื่อมโยงความเข้าใจเกี่ยวกับกราฟของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กราฟของอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จุดตัดระหว่างเส้นตรงสองเส้น ซึ่งเป็นกระบวนการที่เกี่ยวข้องกันกับการวาดกราฟของระบบอสมการ อาจกล่าวได้ว่านักเรียนเกิดความเข้าใจในระดับนี้ โดยการนำเอาความเข้าใจในระดับกระบวนการหลายๆ กระบวนการที่เกี่ยวข้องกันมาเชื่อมโยงให้เกิดเป็นกระบวนการใหม่

4. กิจกรรม 4 เรื่องการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีใช้กราฟ



4.1 นักเรียนสร้างความเข้าใจในโมเดลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) โดยนักเรียนสามารถเขียนตัวแปรที่เกี่ยวข้องจากการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา และสามารถคลึงที่ปุ่ม **แสดง ตัวแปร** เพื่อตรวจสอบคำตอบตามคำสั่งในใบกิจกรรมได้

4.2 นักเรียนสร้างความเข้าใจในโมเดลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding) นักเรียนสามารถคำนวณฟังก์ชันจุดประสงค์ และอสมการข้อจำกัด โดยนำความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่เกี่ยวข้องมาวิเคราะห์แล้วสร้างความสัมพันธ์ให้เกิดเป็นฟังก์ชันจุดประสงค์ และอสมการข้อจำกัด นอกจากนี้นักเรียนมีความเข้าใจที่เกิดจากการพัฒนาโดยการจัดกระทำหลายๆ ครั้ง จนกระทั่งนักเรียนสามารถใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของพิกัด (x, y) บริเวณจุด A และค่า P

4.3 นักเรียนสร้างความเข้าใจในโมเดลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับโครงสร้าง (Structural conceptual understanding) โดยนักเรียนสามารถเชื่อมโยงความเข้าใจเกี่ยวกับกราฟของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กราฟของอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จุดตัดระหว่างกราฟของเส้นตรงและแกนพิกัด นำมาสร้างกระบวนการความเข้าใจใหม่เกี่ยวกับการหาค่าสูงสุด/ต่ำสุด

จากผลการวิจัยข้างต้น พบว่า นักเรียนเกิดความเข้าใจในโมเดลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ และระดับกระบวนการ ในทุกกิจกรรม และนักเรียนเกิดความเข้าใจในระดับโครงสร้างในกิจกรรมที่ 3 และกิจกรรมที่ 4

การอภิปรายผลการวิจัย

สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ ดังนี้

1. การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญเกี่ยวกับการสร้างความเข้าใจของนักเรียนในระดับการจัดกระทำ ระดับกระบวนการ และระดับโครงสร้าง ช่วยให้ผู้เรียนได้สังเกต สืบเสาะความสัมพันธ์

จากการเปลี่ยนแปลงเชิงเรขาคณิต พิจารณาด้วยตนเอง และสามารถขยายภาพเกี่ยวกับคณิตศาสตร์จากมุมมองที่หลากหลาย ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Heingraj (2006), กฎมณี กาสีชา (2550), สุนทรีย์ สว่างศ์นาม (2550), บุญทัน สุตพงศ์ (2550), ทองขาว แสงสุริจันทร์ (2550) และกิตติศักดิ์ ใจอ่อน (2550) ที่ศึกษาบทบาทของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในกระบวนการสร้างความเข้าใจในโมเดลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยพบว่า การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการจัดการเรียนการสอนทำให้นักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจในโมเดลทางคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น นักเรียนสามารถจัดกระทำกับวัตถุที่เคลื่อนไหว จดจำและเกิดภาพในใจต่อสถานการณ์ที่ได้เรียนรู้

2. ในการปฏิบัติการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นการสร้างปฏิสัมพันธ์เชิงสังคม โดยนักเรียนในแต่ละกลุ่มมีการแสดงบทบาทของตนเอง ตัดสินใจเกี่ยวกับการแก้ปัญหาโดยการเสนอความคิดเห็นภายในกลุ่ม นอกจากนี้นักเรียนยังมีความสนใจในการทำกิจกรรมอย่างต่อเนื่อง เกิดความสนุกสนาน เนื่องจากสามารถจัดกระทำกับวัตถุเชิงเรขาคณิตและพิจารณาได้ด้วยตนเอง

3. คำสั่งในกิจกรรม เป็นคำสั่งที่นักเรียนสามารถเข้าใจได้ตรงตามจุดประสงค์คำถาม และคำสั่งเป็นไปตามลำดับความยากง่ายของเนื้อหาที่ใช้ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนจึงสามารถจัดกระทำกับวัตถุได้ด้วยตนเอง

ข้อเสนอแนะ

ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

1. ในการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ ผู้สอนต้องรู้ศักยภาพและการใช้งานเกี่ยวกับโปรแกรม ดังนั้น ผู้สอนต้องจัดเตรียมการสอนและกิจกรรมที่เหมาะสมกับเนื้อหา และผู้สอนควรมีการศึกษาหาความรู้เพิ่มเติม เพื่อนำไปจัดแผนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาให้ผู้เรียนมีทักษะ มีความรู้ความเข้าใจ มีเจตคติที่ดี ตลอดจนสามารถนำความรู้ความเข้าใจที่เกิดขึ้นมาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่างๆ ได้

2. ครูควรคำนึงว่าโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเทคโนโลยีที่มีศักยภาพในการสำรวจ ซึ่งนักเรียนสามารถสร้างความรู้ความเข้าใจโดยการปฏิบัติด้วยตนเอง แต่ไม่สามารถเข้ามาแทนผู้สอนได้ และไม่สามารถนำมาใช้เพื่อแทนที่ทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ดังนั้น ครูจะต้องเป็นผู้จัดกิจกรรมที่เหมาะสมเพื่อให้นักเรียนสามารถใช้ประโยชน์จากโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และครูต้องเลือกบูรณาการใช้กับเนื้อหาที่มีความสอดคล้อง และเหมาะสมกับผู้เรียน เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างแท้จริง

3. บทบาทของครู คือ เชื่อมโยงความรู้ความเข้าใจเดิมของผู้เรียนให้สอดคล้องกับความรู้ความเข้าใจใหม่ เพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างความรู้ความเข้าใจที่คงทน

4. ควรมีการสอนความรู้เพิ่มเติมเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์

5. บทบาทของสมาชิกในกลุ่ม มีอิทธิพลในการทำกิจกรรม ในการตัดสินใจการแก้ปัญหาที่นักเรียนกำลังเผชิญอยู่ ดังนั้น ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงควรมุ่งเน้นการสร้างปฏิสัมพันธ์เชิงสังคมเพื่อสร้างความรู้ความเข้าใจ

6. เวลาในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ควรมีเวลาในการปฏิบัติกิจกรรมอย่างน้อย 2 ชั่วโมงติดต่อกัน และ 1 ชั่วโมงสำหรับการเสนองานที่เกี่ยวกับแนวคิดในการแก้ปัญหาในแต่ละกิจกรรม

เอกสารอ้างอิง

- กรมวิชาการ. กระทรวงศึกษาธิการ. (2544). **คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- กัญมณี กาสีชา. (2550). **การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องวงกลมโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad**. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา) บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- คณะกรรมการปฏิรูปการศึกษา. (2543). **ปฏิรูปการเรียนรู้ ผู้เรียนเป็นสำคัญที่สุด**. กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- แจ่มจันทร์ ศรีอรุณรัมย์. (2547). Save เวลาในการสอนด้วยอุปกรณ์ Handheld. **วารสารการศึกษาวิทยาศาสตร์คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี**, 32(132), 36-38.
- ทศพร ทักขิมา. (2545). **การศึกษาและการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- บุญทัน สุตพงศ์. (2550). **การพัฒนาแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องแบร์เซนต์เตอร์โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้สำหรับนักศึกษามหาวิทยาลัยสุภาววงศ์ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว**. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา) บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.



- พงษ์ศักดิ์ มาเกต. (2550). วิจัยในชั้นเรียนเรื่องการพัฒนาทักษะการแก้สมการพหุนามของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนพิษณุโลกพิทยาสรรค์ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาพิษณุโลก เขต 1 คม อำเภอเมือง จังหวัดพิษณุโลก. ค้นเมื่อ 2 สิงหาคม 2551, จาก <http://kroo.ipst.ac.th/teacher/teacher/?mem=read&refid=6d79e030371e47e6231337805a7a2>
- พวยกร แก้วดวงตา. (2549). ศึกษากระบวนการการสร้างความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้นของนักเรียนที่ใช้เครื่องคิดเลขกราฟิกเป็นเครื่องมือช่วยสร้างความเข้าใจ. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต. (สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา) บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- มันตการณ์ โคตรชาลี. (2545). การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์และการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน) บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2548). แนวคิดเกี่ยวกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) กับการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ: สสวท.
- สุนม อมรวิวัฒน์. (2541). ปริญญาญานสยาม บทวิเคราะห์ด้านการการศึกษา. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุนทรีย์ สว่างคำนาม. (2550). การพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องเส้นตรงโดยใช้ The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา) บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- สมหวัง พิธิยานุวัฒน์. (2544). บทสรุปสำหรับผู้บริหาร โครงการศึกษาวิจัยเรื่อง การปฏิรูปการเรียนการสอนระดับอุดมศึกษา. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- Heingraj, C. (2003). *An Investigation of a New Approach to Mathematics Teaching and Learning in Thailand*. Doctoral dissertation of Philosophy, Centre for Mathematics and Science Education Queensland University of Technology, Australia.
- Heingraj, C. (2006). *Roles of Geometer's Sketchpad in Students' Processes of Geometric Conceptual Construction on Translation : A case study*. Paper presented at the Thailand International Conference on 21st Century Information Technology in Mathematics Education, held at Chiang Mai Rajabhat University, Chiang Mai, Thailand, September 17-20. Chiang Mai: Rajabhat University.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: The National Council of Teachers of Mathematics. Retrieved September 10, 2004, from <http://standards.nctm.org>