



## ความเข้าใจอย่างรู้แจ้ง เรื่อง การหาร ของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษา ชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

### Students' Conceptual Understanding on Division in Mathematics Classroom Using Lesson Study and Open Approach

ศุภัญญา ธรรมบุญรักษ์<sup>1)</sup> ดร. นฤมล ช่างศรี<sup>2)</sup> ดร. ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์<sup>3)</sup>

Sukanya Thammanoonrak<sup>1)</sup> Dr. Narumon Changsri<sup>2)</sup> and Dr. Maitree Inprasitha<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup> สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น จังหวัดขอนแก่น 40002

Mathematics Education, Faculty of Education, Khon Kaen University, Khon Kaen, Thailand, 40002

<sup>2)</sup> อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น จังหวัดขอนแก่น 40002

Mathematics Education, Faculty of Education, Khon Kaen University, Khon Kaen, Thailand, 40002

<sup>3)</sup> ผู้ช่วยศาสตราจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น จังหวัดขอนแก่น 40002

Mathematics Education, Faculty of Education, Khon Kaen University, Khon Kaen, Thailand, 40002

#### บทคัดย่อ

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสำรวจความเข้าใจอย่างรู้แจ้งเรื่อง การหาร ของนักเรียนใน ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้ การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด กลุ่มเป้าหมายในการทำวิจัย คือ นักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียน คุณคำพิทยาสรรพ์ อำเภอซำสูง จังหวัดขอนแก่น จำนวน 11 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องการหาร จำนวน 8 แผน แบบบันทึกภาคสนาม เครื่องบันทึกวีดิทัศน์ เครื่องบันทึกเสียง ข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์ คือ ผลงานการทำกิจกรรมของนักเรียน ข้อมูลจากบันทึกภาคสนาม ข้อมูลในรูปวีดิทัศน์ ข้อมูลจากการ สัมภาษณ์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยอาศัยกรอบแนวคิดเรื่องความเข้าใจอย่างรู้แจ้ง ของ Kilpatrick et al. [12]

ผลการวิจัยพบว่าในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดทำให้นักเรียนเกิดการเรียน รู้อย่างมีความหมาย โดยนักเรียนแสดงถึงความเข้าใจอย่างรู้แจ้ง เรื่อง การหาร ดังนี้ 1.ความเข้าใจเกี่ยวกับความคิด รวบรวม 1.1) นักเรียนแสดงหลักฐานของหลักการและนำหลักการไปใช้ นักเรียนอธิบายและให้เหตุผล โดยการแสดง วิธีการคิดของตนเองกับเพื่อนในกลุ่ม จากการหยิบ จับ สื่อที่เป็นรูปธรรม 1.2) นักเรียนแสดงหลักฐานของนิยามรวมถึง นำข้อนิยามไปใช้ นักเรียนนำความรู้เรื่อง การคูณ มาใช้แก้ปัญหาในเรื่อง การหาร แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีเครื่องมือ ในการเชื่อมโยงความรู้นี้เดิมกับความรู้ใหม่ 2. ความเข้าใจเกี่ยวกับการดำเนินการ 2.1) นักเรียนแสดงหลักฐานการนำ สัญลักษณ์ไปใช้เพื่อแสดงแนวคิด นักเรียนสามารถนำสัญลักษณ์ของการดำเนินการมาใช้เพื่อเชื่อมโยงหรือตรวจสอบ แนวคิดในการหาร 3. ความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ 3.1) นักเรียนแสดงหลักฐานการใช้แบบรูปต่าง ๆ ที่มีความสัมพันธ์กัน เพื่อแสดงแทนแนวคิดที่หลากหลาย นักเรียนใช้การวาดภาพ การเขียนสัญลักษณ์ การโยงเส้นในการแบ่ง

3.2) นักเรียนแสดงหลักฐานในเปรียบเทียบให้เห็นแนวคิด และหลักการที่สัมพันธ์กัน นักเรียนเห็นแนวคิดที่เหมือนและแตกต่างกันของหลักการทั้งสองแบบ นักเรียนใช้แบบรูป การวาดภาพมาช่วยประกอบความเข้าใจของตนเอง ทำให้นักเรียนเห็นถึงการเปลี่ยนแปลงแนวคิดที่ยืดหยุ่น (ตัดบทคัดย่อออกบางส่วนเพื่อความกระชับ)

**คำสำคัญ:** ความเข้าใจอย่างรู้แจ้ง การหาร การศึกษาชั้นเรียน วิธีการแบบเปิด

### Abstract

This research aimed to explore students' conceptual understanding on division in mathematics classroom using Lesson Study and Open Approach. The target group was 11 students in 3<sup>rd</sup> grade at Kookhampittayasan School. This school has implemented Lesson Study and Open Approach since 2006. Data collected by using 8 lesson plans, field notes, video recording. Data analyzed by using framework of Kilpatrick et. al. [12]. The results revealed that the classroom implemented Lesson Study and Open Approach enabling students' to learn in a meaningful way. Students' could present conceptual understanding on division as the following; 1. Understanding concept 1.1) Students could provide evidence of principle and could apply principle to solve a problem. Students could explain their thinking and reasoning by using concrete materials. 1.2) Students could provide evidence of definitions, including apply definitions to solve a problem. Students could apply multiplication to solve problems in the division. 2. Understanding operation 2.1) Students could provide evidence of symbols of division. They could use the symbols of operation to link and explore the concept of division. 3. Understanding relation 3.1) Students could provide evidence of a relationship of pattern to represent multiple concepts, by using the drawing, written symbols and the link lines or arrows. 3.2) Students could provide evidence in comparing the concept and principles. Students could describe the relationship of the multiplication as the reciprocal of the division.

**Keywords:** conceptual understanding division lesson study open approach

### บทนำ

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ชั้นเรียนแบบเดิม ครูสอนแบบบรรยายหรือเน้นการท่องจำทำให้นักเรียนท่องจำสูตร กฎ ทฤษฎี หรือกระบวนการต่างๆ โดยปราศจากความเข้าใจเป็นการสอนที่เน้นการเรียนคณิตศาสตร์ ในหนังสือเรียน หรือการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการเรียนรู้เริ่มต้น จึงเป็นเรื่องยากสำหรับนักเรียนทำให้ไม่สามารถนำความรู้ ไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ (NCTM) [4] ในปัจจุบันระบบการศึกษาของไทยส่วนใหญ่เน้นที่การสอนการท่องจำ เป็นการสอนที่เน้นครูเป็นผู้บรรยาย และทำตามวิธีการสอนของครู ไม่ได้เน้นกระบวนการเรียนรู้และการเข้าใจของนักเรียน แต่เน้นความรู้เนื้อหาวิชาและการทำแบบฝึกหัด เพื่อให้

เข้าใจในเนื้อหานั้น (Inprasitha) [8] การเรียนการสอนแบบเดิมที่ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดตามหนังสือเรียน ทำไปงานเน้นให้นักเรียนจำสัญลักษณ์ต่างๆ ผ่านหนังสือหรือเพลง โดยที่นักเรียนไม่สามารถเข้าถึงความหมายนั้น (Changsi) [1]

ชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิดมุ่งที่จะเตรียมนักเรียนให้เข้าถึงสถานการณ์ที่ท้าทายโดยการที่ใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีศักยภาพที่จะตอบสนองของความสามารถและความสนใจ เพื่อสนับสนุนการพัฒนาในแนวทางการคิดคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Inprasitha) [9] การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดโดยใช้สถานการณ์ปลายเปิดภายใต้ระบบการพัฒนาวิชาชีพครูที่เรียกว่า การศึกษาชั้นเรียน เป็นบริบทที่เปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถแก้

ปัญหาได้อย่างเต็มศักยภาพและเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถมีประสบการณ์ที่ยาวนานในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการเรียนรู้ที่สามารถพัฒนา ความเข้าใจวิธีคิดตนเอง และสามารถพัฒนาเป็นความรู้ที่ลึกซึ้งได้ (Inprasitha) [7] การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ความเข้าใจเป็นสิ่งจำเป็นและสำคัญที่สุดที่ผลักดันให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้อย่างเต็มศักยภาพ (Skemp) [14] National Council of Teachers of Mathematics [4] ได้เสนอหลักการเรียนรู้ว่า นักเรียนต้องเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ นักเรียนที่เรียนโดยการท่องจำสูตร กฎ ทฤษฎี หรือกระบวนการต่าง ๆ โดยปราศจากความเข้าใจนั้นมักไม่สามารถนำความรู้ไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ Kilpatrick et al. [12] ได้กล่าวว่า ความเข้าใจอย่างรู้แจ้งเกี่ยวข้องกับการบูรณาการและการทำความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย ความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด (concept) ความเข้าใจเกี่ยวกับการดำเนินการ (operation) ความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ (relation) และ Inprasitha [11] กล่าวว่า ความเข้าใจอย่างรู้แจ้งหมายถึงการเข้าถึงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เชิงบูรณาการและเชิงความสัมพันธ์ (Integrated and Functional Grasp of Mathematical Ideas) ซึ่งได้แก่ ความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด การดำเนินการ และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสนใจสำรวจความเข้าใจอย่างรู้แจ้งของนักเรียนในเรื่อง การหาร เนื่องจากปัญหาการหารเป็นปัญหาในที่สุดท้ายของดำเนินการทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วย การบวก การลบ การคูณ และการหาร ที่นักเรียนจะได้เรียนรู้อยู่ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 หรือในภายหลัง (NCTM) [4] Dickson; Brown; & Gibson [2] กล่าวว่า การทำความเข้าใจความหมายของการคูณและการหารมีความยุ่งยากและมีนิยามที่ซับซ้อน ซึ่งนักเรียนมองว่าการคูณและการหารมีความยุ่งยาก เนื่องจากการคูณการหารต้องอาศัยความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการนับจำนวน ดังนั้น การนำเนื้อหาเกี่ยวกับการคูณและการหารจำนวนนับมาประเมิน

ความเข้าใจเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนน่าจะทำให้เห็นแนวความคิดได้เป็นอย่างดี การดำเนินการการบวก การลบ การคูณ มักจะใช้การเรียนรู้การหารเป็นพื้นฐาน ดังนั้นวิธีที่ดีที่นักเรียนได้เรียนรู้การดำเนินการก่อนหน้าี้จะมีผลต่อการทำให้การหารบรรลุผลสำเร็จ (Parmar) [13] จากที่กล่าวมาข้างต้นแสดงให้เห็นว่าความเข้าใจอย่างรู้แจ้งมีความสำคัญต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการกระจ่างในความรู้อื่นๆที่ขึ้นจากความเชื่อมโยงความรู้หรือข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยสนใจสำรวจว่าในบริบทของการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดนั้นทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างรู้แจ้งหรือไม่

### วัตถุประสงค์

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสำรวจความเข้าใจอย่างรู้แจ้ง เรื่องการหาร ของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาระดับชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

### นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ความเข้าใจอย่างรู้แจ้ง หมายถึง (Conceptual Understanding) การอธิบายและการแก้ไขปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด (concept) ความเข้าใจเกี่ยวกับการดำเนินการ (operation) ความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ (relation) ของนักเรียน Kilpatrick et al. [12] ได้อธิบายไว้ดังนี้

- 1) ความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด (Concept)
  - 1.1) นักเรียนแสดงหลักฐานของหลักการและนำหลักการไปใช้
  - 1.2) นักเรียนแสดงหลักฐานของนิยามรวมถึงนำข้อนิยามไปใช้
- 2) ความเข้าใจเกี่ยวกับการดำเนินการ (Operation)
  - 2.1) นักเรียนแสดงหลักฐานการนำสัญลักษณ์ไปใช้เพื่อแสดงแนวคิด
- 3) ความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ (Relation)
  - 3.1) นักเรียนแสดงหลักฐานการใช้แบบรูปต่างๆ ที่มีความสัมพันธ์กัน เพื่อแสดงแทนแนวคิดที่หลากหลาย
  - 3.2) นักเรียนแสดงหลักฐานในเปรียบเทียบให้เห็นแนวคิดและหลักการที่สัมพันธ์กัน

## 2. ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียน

**และวิธีการแบบเปิด** หมายถึง ชั้นเรียนในโรงเรียนภายใต้โครงการวิจัยการพัฒนาวิชาชีพครู โดยใช้กระบวนการที่เน้นการทำงานร่วมกันอย่างต่อเนื่องของทีมการศึกษาชั้นเรียน ตามวงจรการศึกษาเรียนรู้ ได้แก่ ครูผู้สอน ผู้วิจัย ผู้สังเกต ชั้นเรียน เป็นต้น มีอยู่ 3 ขั้นตอนตามแนวคิดของ (Inprasitha) [6]

1) การร่วมสร้างแผนจัดการเรียนรู้ (Plan) ขั้นตอนนี้เน้นวิจัยกับครูผู้สอนวางแผนบทเรียนโดยใช้หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้ในโครงการพัฒนาวิชาชีพครูในการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องการหาร ซึ่งเน้นการทำให้ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างรู้แจ่มแจ้ง นำมาออกแบบสถานการณ์ปัญหา การคาดการณ์แนวคิดของนักเรียน สื่อการสอนเพื่อช่วยสนับสนุนแนวคิดของนักเรียน

2) การร่วมสังเกตชั้นเรียน (Do) ขั้นตอนนี้นำแผนการจัดการเรียนรู้เข้ามาใช้ในการจัดการเรียนการสอน มีการสังเกตการเรียนการสอนในชั้นเรียนเป้าหมายของการสังเกตคือ การสังเกตพฤติกรรม แนวคิดที่ทำให้เกิดความเข้าใจอย่างรู้แจ่มแจ้ง ของนักเรียนในชั้นเรียนการดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยใช้นวัตกรรมการจัดการเรียนรู้แบบเปิดมีลำดับการสอนในชั้นเรียนตามแนวคิดของ Inprasitha [6] ดังนี้

2.1) การนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด (Posing open-ended problem)

2.2) การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน (Students' self learning)

2.3) การอภิปรายและเปรียบเทียบร่วมกันทั้งชั้นเรียน (Whole class discussion and comparison)

2.4) การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดขึ้นในห้องเรียน (Summarization through connecting students' mathematical ideas emerged in the classroom)

3) การร่วมสะท้อนผลชั้นเรียน (See) ขั้นตอนนี้เป็นการสรุปผลที่ได้จากการสังเกต การสอนเพื่อทำการสะท้อนผลกิจกรรม โดยสะท้อนในประเด็นที่นักเรียนแสดงพฤติกรรมหรือแนวคิดถึงความเข้าใจ

## วิธีดำเนินการวิจัย

1. กลุ่มเป้าหมายในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 11 คน โรงเรียนคูคำพิทยาสรรพ์ อำเภอขำสูง จังหวัดขอนแก่น ซึ่งเป็นโรงเรียนที่เข้าร่วมโครงการวิจัยและพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวทางการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด ศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น มาตั้งแต่ปี 2549 โดยมีครูประจำการเป็นผู้สอน ผู้วิจัยเข้าไปสังเกตชั้นเรียนที่จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้แผน การจัดการเรียนรู้ที่ใช้วิธีการแบบเปิด 1 หน่วยการเรียนรู้ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 เพื่อทำการสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนและการสร้างความคุ้นเคยระหว่างผู้วิจัยและนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย

### 2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัย มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.1) แผนการจัดการเรียนรู้ ใช้แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง การหาร จำนวน 8 แผน แต่ละแผนใช้เวลา 1 ชั่วโมง เป็นแผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง การหาร

2.2) แบบบันทึกภาคสนาม บันทึกพฤติกรรมของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนระหว่างจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

2.3) เครื่องบันทึกวีดิทัศน์ ผู้วิจัยใช้สำหรับบันทึกภาพเคลื่อนไหว และเสียงของนักเรียนในขณะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.4) เครื่องบันทึกเสียง ผู้วิจัยใช้บันทึกเสียงของนักเรียนที่กำลังพูดคุยกัน ขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และออกไปนำเสนอแนวคิดหน้าชั้นเรียน การสะท้อนผลในการจัดการเรียนรู้

2.5) แบบสัมภาษณ์ เป็นประเด็นคำถามเกี่ยวกับแนวคิดที่ให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ในเรื่อง การหาร ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3

### 3. ข้อมูลที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์

3.1) ผลงานการทำกิจกรรมของนักเรียน เป็นงานเขียนที่นักเรียนได้บันทึก ในขณะที่ลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.2) ข้อมูลจากบันทึกภาคสนามได้บันทึกโพโทคอลในระหว่างการแก้ปัญหา พฤติกรรมและวิธีคิดทั้งหมดในการหาคำตอบของนักเรียนที่แสดงออกมาในขณะที่ทำการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.3) ข้อมูลในรูปวีดิทัศน์ เป็นข้อมูลที่ได้จากกรบันทึกวีดิทัศน์ตั้งแต่เริ่มต้นกิจกรรมการเรียนการสอนจนถึงสิ้นสุดการนำเสนอผลงานการทำกิจกรรมของนักเรียน

3.4) โพโทคอลที่ได้จากเครื่องบันทึกเสียง ผู้วิจัยใช้ถอดข้อความเสียงร่วมกับข้อมูลในรูปวีดิทัศน์เพื่อยืนยันความชัดเจนของเสียงที่ได้จากข้อมูลในรูปวีดิทัศน์

### การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยจึงใช้การสำรวจความเข้าใจอย่างรู้แจ้งเรื่องอาหารของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์ในประเด็นของการเกิดความเข้าใจอย่างรู้แจ้งตามกรอบแนวคิดของ Kilpatrick et al. [12] ซึ่งผู้วิจัยได้สำรวจความเข้าใจอย่างรู้แจ้งเกี่ยวกับการหารในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์กับเพื่อนๆ คณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ซึ่ง Matsumoto [3] กล่าวว่า การเรียนการสอนเรื่องอาหารจะเริ่มต้นที่ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนประถมศึกษาในประเทศญี่ปุ่น มี 2 องค์ประกอบที่จะทำให้เข้าใจความหมายของการหาร คือ การหาจำนวนสมาชิกในแต่ละกลุ่มและการหาจำนวนกลุ่ม ซึ่งผู้วิจัยได้วิเคราะห์ดังต่อไปนี้

#### 1. ความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด (Concept)

1.1) นักเรียนแสดงหลักฐานของหลักการ และนำหลักการไปใช้ ได้แก่ นักเรียนแบ่งออกอย่างเท่า ๆ กัน หรือจำนวนครั้งของปริมาณในการแบ่งเท่ากัน

1.2) นักเรียนนักเรียนแสดงหลักฐานของนิยามรวมถึงนำข้อนิยามไปใช้ ได้แก่ นักเรียนแบ่งออกอย่างเท่า ๆ กันหรือจำนวนครั้งของปริมาณในการแบ่งเท่ากัน และสามารถตรวจสอบผลลัพธ์ของการหารได้

#### 2. ความเข้าใจเกี่ยวกับการดำเนินการ (Operation)

2.1) นักเรียนนักเรียนแสดงหลักฐานการนำสัญลักษณ์ไปใช้เพื่อแสดงแนวคิด ได้แก่ เครื่องหมายของการดำเนินการ บวก (+) ลบ (-) คูณ (×) หาร (÷)

#### 3. ความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ (Relation)

3.1) นักเรียนแสดงหลักฐานการใช้แบบรูปต่าง ๆ ที่มีความสัมพันธ์กัน เพื่อแสดงแทนแนวคิดที่หลากหลาย ได้แก่ นักเรียนวาดภาพ นักเรียนใช้ลูกศรโยงการแบ่งออกเท่า ๆ กัน

3.2) นักเรียนแสดงหลักฐานในเปรียบเทียบให้เห็นแนวคิด และหลักการที่สัมพันธ์กัน ได้แก่ นักเรียนอธิบายแนวคิดของการหารทั้งสองแบบ การใช้การคูณเข้ามาเชื่อมโยงกับการหาร

### สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

#### 1. สรุปผลการวิจัย

ชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมาย โดยนักเรียนได้แสดงให้เห็นว่ามีความเข้าใจอย่างรู้แจ้งดังต่อไปนี้

#### 1. ความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด

1.1) นักเรียนแสดงหลักฐานของหลักการ และนำหลักการไปใช้ โดยนักเรียนอธิบายและให้เหตุผลโดยการแสดงวิธีการคิดของตนเองกับเพื่อนในกลุ่ม หรือการอธิบายให้เพื่อนฟัง เพื่อแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจของตนเอง

1.2) นักเรียนแสดงหลักฐานของนิยามรวมถึงนำข้อนิยามไปใช้ โดยนักเรียนนำความรู้เรื่องการคูณในชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 มาใช้แก้ปัญหาในเรื่องการหาร แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีเครื่องมือในการเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่

ตัวอย่างการทำกิจกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียน

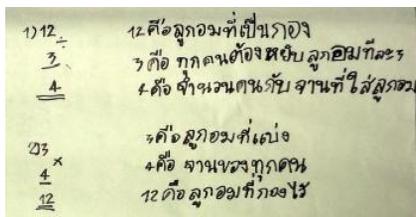


ภาพที่ 1 นักเรียนแสดงการแบ่งลูกอม โดยพยายามแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาและอธิบายวิธีคิด ให้เพื่อนในกลุ่มฟัง

## 2. ความเข้าใจเกี่ยวกับการดำเนินการ

2.1) นักเรียนแสดงหลักฐานการนำสัญลักษณ์ไปใช้เพื่อแสดงแนวคิด โดยนักเรียนนำสัญลักษณ์ไปใช้เพื่อแสดงแนวคิดของการหาร นักเรียนสามารถนำสัญลักษณ์ของการดำเนินการมาใช้เพื่อเชื่อมโยงหรือตรวจสอบแนวคิดในการหาร

ตัวอย่างแนวคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหา



ภาพที่ 2 แนวคิดของนักเรียนในการนำสัญลักษณ์ไปใช้เพื่อแสดงแนวคิด

## 3. ความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์

3.1) นักเรียนแสดงหลักฐานการใช้แบบรูปต่าง ๆ ที่มีความสัมพันธ์กัน เพื่อแสดงแทนแนวคิดที่หลากหลาย โดยนักเรียนใช้การวาดภาพ การแสดงเป็นคำพูด และการเขียนสัญลักษณ์ต่าง ๆ ใช้การโยงเส้นหรือลูกศรต่าง ๆ ในการแบ่งเพื่อแสดงแทนแนวคิดที่หลากหลาย และการเชื่อมโยงที่มีความสัมพันธ์กัน

3.2) นักเรียนแสดงหลักฐานในเปรียบเทียบให้เห็นแนวคิด และหลักการที่สัมพันธ์กัน โดยนักเรียนสามารถเปรียบเทียบความสัมพันธ์ของการคูณเป็นส่วนกลับของการหาร และเห็นแนวคิดที่เหมือนและแตกต่างกันของหลักการทั้งสองแบบ โดยใช้การอธิบายแนวคิด

การให้เหตุผล การแสดงท่าทางการอภิปรายร่วมกับเพื่อน และการใช้สัญลักษณ์ต่างๆ เพื่อบอกถึงความสัมพันธ์ของการหาร

ตัวอย่างแนวคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหา



ภาพที่ 3 แนวคิดของนักเรียนในการใช้แบบรูปที่มีความสัมพันธ์กัน

## 2. อภิปรายผลการวิจัย

จากการสำรวจความเข้าใจอย่างรู้แจ้ง ในชั้นเรียนที่ใช้วิธีการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด โดยนักเรียนสามารถอธิบาย ให้เหตุผล แก้ไขปัญหา การแสดงวิธีคิดของตนเองเพื่อแสดงความเข้าใจ และสามารถอธิบายให้เพื่อนร่วมชั้นเรียนเข้าใจร่วมกัน นักเรียนใช้ความรู้เดิมที่มีอยู่ มาแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นได้ ทำให้นักเรียนได้แสดงศักยภาพของตนเองนักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับการดำเนินการ โดยใช้สัญลักษณ์การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่างๆ เพื่อเชื่อมโยงแนวคิดให้มีความสัมพันธ์กัน นักเรียนสามารถใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการตรวจสอบแนวคิดของตนเอง ซึ่งสามารถนำสัญลักษณ์เพื่อแสดงแนวคิดไปใช้ในการเรียนรู้ระดับขั้นต่อไป

ช่วยให้ผู้เรียนเชื่อมโยงความรู้และเรียนรู้ได้อย่างมีความหมาย สอดคล้องกับ Hiebert & Carpenter [5] กล่าวว่าไว้ว่า ความเข้าใจอย่างรู้แจ้ง (Conceptual Understanding) เป็นความเข้าใจที่เกิดขึ้นจากความเชื่อมโยงความรู้หรือข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ โดยนักเรียนอธิบายได้ว่าการคูณเป็นส่วนกลับของการหาร และเห็นความหมายของการหารสองแบบ ซึ่งนักเรียนใช้แบบรูปการวาดภาพ มาช่วยประกอบความเข้าใจของตนเอง ทำให้นักเรียนเห็นถึงการเปลี่ยนแปลงแนวคิดที่ยืดหยุ่น

เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น สามารถแสดงศักยภาพของตนเอง ทำให้นักเรียนได้สร้างความคุ้นเคยกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันทำให้นักเรียนได้แก้ปัญหาแสดงแนวความคิดความสัมพันธ์ได้ และสามารถทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย ซึ่ง Kilpatrick et. al. [12] กล่าวว่าข้อเท็จจริงและวิธีการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ เพื่อเชื่อมต่อนักเรียนจะง่ายต่อการจดจำและการนำไปใช้ และยังสามารถสร้างชิ้นใหม่ได้เมื่อเกิดการลืม

### ข้อเสนอแนะ

#### 1. ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้

ครูและบุคลากรทางการศึกษาสามารถนำผลวิจัยไปปรับใช้ในแง่มุ่งของการจัดการเรียนการสอนเรื่องการหาร เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย

#### 2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัย

บริบทของการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด การร่วมสังเกตการสอนและการร่วมสะท้อนผลของครูผู้สอน นักวิจัย ผู้ช่วยวิจัย ถือเป็นบริบทสำคัญที่ทำให้เกิดการเรียนรู้เพิ่มเติม ดังนั้นจึงควรมีการศึกษาแง่มุมการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นจากบริบทดังกล่าวนี้ เช่น แง่มุมด้านบทบาทครู แง่มุมรายละเอียดแนวคิดของนักเรียน ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน เป็นต้น

### กิตติกรรมประกาศ

การวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนการทำวิจัยจาก ศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น และโครงการพัฒนาการคิดขั้นสูงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเขตพื้นที่ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ

### เอกสารอ้างอิง

- [1] Changsri N. The teacher's Perceived Beliefs about Teaching Practices in Teacher Professional Development Based on Lesson Study and Open Approach Context. [Thesis in Ph.D. (Curriculum and Instruction)]. Khon Kaen University; 2012. (In Thai).
- [2] Dickson, Linda; Brown, Margaret; & Gibson, Olwen Chlidern Learning Mathematics: A Teacher's Guide to Recent Research. Oxford: Alden; 1984.
- [3] Matsumoto, S. Development of Division. *Journal of Japan Society of Mathematical Education*, Special Issue (EARCOME 5), 44-46; 2010.
- [4] National Council of Teachers of Mathematics. Principles and Standards for School Mathematics. Reston: NCTM; 2000.
- [5] Hiebert, J.& Carpenter, T.P. Learning and Teaching with Understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. (pp. 66-92). New York: MacMillan; 1992.
- [6] Inprasitha M. One Feature of adaptive Lesson Study in Thailand: Designing a Learning Unit. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*; 2011; 34 (1).
- [7] Inprasitha M. Lesson Study: Innovation for teachers and students development. [Thesis in Ph.D. (Curriculum and Instruction)]. Khon Kaen University; 2009. (In Thai).
- [8] Inprasitha M. Open Approach as a Teaching Approach in Japanese Mathematics Classroom. *KKU journal of Mathematics Education*, 1(1), January-June; 2004. (In Thai).
- [9] Inprasitha M. Reforming of the Learning process in School Mathematics with Emphasizing on Mathematical Process. Report submitted to the National Research Council of Thailand; 2003. (In Thai).
- [10] Inprasitha M. Study with Your Friends MATHEMATICS for Elementary School. Khon Kaen University; 2010. (In Thai).

- [11] Inprasitha M. Paper Printed Retrived in History of Mathematics. Khon Kaen University; 2013. (In Thai).
- [12] Kilpatrick et. al. Adding It Up Helping Children Learn Mathematics. Washington, DC: National Academy Press; 2001.
- [13] Parmar, R. S. Understanding the concept of “division”: Assessment considerations. *Exceptionality*, 11, 177–189; 2003.
- [14] Skemp, R.R. Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26; 976.