



การวิเคราะห์เชิงพุทธิปัญญาเกี่ยวกับข้อบกพร่องและมโนคติที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

A Cognitive Analysis of Matthayomsuksa 2 Students' Mathematical Errors and Misconceptions about Pythagorean Theory

วราพร นครพันธ์¹⁾ และ ชาญณรงค์ เฮียงราษ²⁾

Waraporn Nakornphan¹⁾ and Channarong Heingraj²⁾

¹⁾ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

Department of Mathematic Education, Faculty of Education, Khon Kaen University

²⁾ อาจารย์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

Teacher, Department of Mathematic Education, Faculty of Education, Khon Kaen University

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) วิเคราะห์ข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกี่ยวกับเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส 2) วิเคราะห์มโนคติที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกี่ยวกับเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส 3) วิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกี่ยวกับเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยใช้ระเบียบวิจัยเชิงคุณภาพ โดยเน้นการบรรยายเชิงวิเคราะห์ กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/11 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนขอนแก่นวิทยายน จังหวัดขอนแก่น จำนวน 39 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ แล้วนำข้อมูลที่ได้มาทำการวิเคราะห์เกี่ยวกับ 1) ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ตามกรอบของ เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร [8] 2) มโนคติที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ และ 3) ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามกรอบ APS ของ Heingraj [12]

ผลการวิจัย พบว่า 1) ในเนื้อหาวิชาทฤษฎีบทพีทาโกรัส นักเรียนจะเกิดข้อบกพร่องด้านการตีความจากโจทย์และการตรวจสอบการแก้ปัญหา เช่น ไม่เข้าใจในคำสั่งของโจทย์ว่าต้องการหาคำวนหาความสูงของต้นไม้และการหาระยะทาง ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม สมบัติและด้านการคิดคำนวณ คือ นักเรียนนำสูตรของทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ในการคำนวณหาสิ่งที่ไม่ถูกต้อง 2) มีมโนคติที่คลาดเคลื่อนในเรื่องการใช้เครื่องหมายกรณฑ์ เช่น $\sqrt{4} = \pm 2$ มีมโนคติที่คลาดเคลื่อนเรื่องเลขยกกำลัง 3) มีระดับความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ เช่น การวาดภาพประกอบคำสั่งโจทย์ และความเข้าใจในระดับกระบวนการ เช่น การเขียนสูตรทฤษฎีบทพีทาโกรัส การแทนค่าในสูตร

คำสำคัญ: ข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ มโนคติที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ ระดับความเข้าใจ ทางคณิตศาสตร์

Abstract

The purposes of this research were to: 1) analyze Matthayomsuksa 2 Students' Mathematical Errors on Pythagorean Theory, 2) classify Matthayomsuksa 2 Students' Mathematical Misconceptions on Pythagorean Theory, and 3) identify Matthayomsuksa 2 Students' Mathematical Understanding on Pythagorean Theory. The qualitative research was conducted in this study, especially emphasized on using analytical description. The target group of this study consisted of 39 Matthayomsuksa 2 Students' who studied in the 2nd semester, academic year 2012 of Khon Kean Wittayayon school, Khon Kean Province. The instrument of this study was a diagnostic test about mathematical errors. The analysis of data was done in 3 parts to ascertain, investigated: 1) students mathematical errors using in the framework of Aungnapattarakajohn [8] 2) students mathematical misconceptions and 3) students mathematical understanding using in the APS framework of Heingraj [12]

The results of this research revealed 1) in Pythagorean Theory students that occurred Errors in Mathematical were problem interpretation and problem interpretation was did did not understand the proposition that, in order to calculate the height of the tree and the distance the use of theories, laws, formulas, definitions and properties, and calculation was students to the Pythagorean theorem formula used to calculate what the need incorrect. 2) Mathematical Misconceptions on symbol of square root such as $\sqrt{4} = \pm 2$, misconceptions in Mathematical on Logarithm 3) Mathematical Understanding on Action conceptual understanding such as drawing picture to represent process and process conceptual understanding in process on problem such as Written definition.

บทนำ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มุ่งพัฒนาผู้เรียนทุกคนซึ่งเป็นที่มาของชาติให้เป็นมนุษย์ที่มีความสมดุลทั้งด้านร่างกาย ด้านความรู้ ด้านคุณธรรม มีจิตสำนึกในการเป็นพลเมืองไทยและเป็นพลโลก ยึดมั่นในการปกครองระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข มีความรู้และทักษะพื้นฐาน รวมทั้งเจตคติที่จำเป็นต่อการศึกษต่อ การประกอบอาชีพ และการศึกษาตลอดชีวิต โดยมุ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ บนพื้นฐานที่เชื่อว่าทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาได้เต็มศักยภาพซึ่งจุดมุ่งหมายของการศึกษาคณิตศาสตร์ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 คือ การกำหนดคุณภาพของนักเรียนให้มีความรู้ ความเข้าใจในคณิตศาสตร์ และมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นสามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย และ

ใช้เทคโนโลยีอย่างเหมาะสม [1] ยิ่งไปกว่านั้น การพัฒนาคุณภาพของนักเรียนทางคณิตศาสตร์ ควรพัฒนาทั้งด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยความรู้ด้านนิยามและความรู้ด้านการดำเนินการ [7]

คณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการดำรงชีวิต แต่สภาพปัจจุบันนั้นการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จาก ผลการสอบแบบทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐานหรือ O-NET ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในปีการศึกษา 2554 ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีคะแนนเฉลี่ยเป็น 32.08 และ 14.99 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งมีผลคะแนนเฉลี่ยไม่เกินร้อยละ 50 และในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นสาระที่มีผลคะแนนเฉลี่ยน้อยที่สุดจากทั้ง 8 สาระ โดยมีคะแนนเฉลี่ยไม่ถึงร้อยละ 20

[9] และจากผลการรายงานของโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Program for International Student Assessment หรือ PISA) ในปี 2009 การเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยอยู่ที่ 496 คะแนน เป็นคะแนนเฉลี่ยที่ต่ำกว่านานาชาติ (OECD) ห่างจากจีน ซึ่งอยู่อันดับที่ 1 ถึง 104 คะแนน คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนไทยอยู่ในช่วงตำแหน่งที่ 48 – 52 จาก 65 ประเทศ ซึ่งตามเกณฑ์ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ 6 ระดับปรากฏว่านักเรียนไทยร้อยละ 52.5 รู้เรื่องคณิตศาสตร์ต่ำกว่าระดับพื้นฐาน [5] ผลคะแนนดังกล่าวชี้ให้เห็นว่าระบบการศึกษาของประเทศยังไม่สามารถเตรียมนักเรียนให้มีความรู้และทักษะใหม่ที่เป็นจำเป็นสำหรับการเป็นประชาชนที่มีคุณภาพในอนาคตได้อย่างพอเพียง [5] ซึ่งการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครูเป็นส่วนสำคัญต่อการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้นการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งมีระดับความยากมากขึ้นเรื่อยๆเมื่อเรียนในระดับที่สูงขึ้น จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องมีพื้นฐานของความเข้าใจที่ดี สู่พัฒนา เอี่ยมพรพรรณ [4] กล่าวว่า สาเหตุสำคัญของคณิตศาสตร์คือ มโนคติทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีลักษณะเป็นนามธรรม มีความเข้าใจผิดได้ง่าย จึงเกิดข้อสงสัยว่าเกิดข้อบกพร่องหรือมีมโนคติที่คลาดเคลื่อนที่จุดใด อาจจะเป็นตัวผู้เรียน วิธีการเรียน วิธีการสอน หรือองค์ประกอบอย่างอื่น จึงมีผู้สนใจศึกษาข้อบกพร่องและมโนคติที่คลาดเคลื่อนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาเป็นจำนวนมาก

การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่งที่จะทำให้ครูผู้สอนนำเอาผลที่ได้จากการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน ให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น นิภาพร นาอ่อน [6] ได้กล่าวถึงความสำคัญของการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ว่าในการสอนคณิตศาสตร์นั้น การวิเคราะห์ความผิดพลาดเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้การเรียน

มีประสิทธิภาพ และการศึกษาความผิดพลาดจะทำให้ความสามารถจัดหาข้อมูลของนักเรียนเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งข้อมูลเหล่านี้มีความสำคัญมากในการสอน ซึ่งจะต้องมีการแนะแนวทางในการช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหา และสามารถอธิบายได้ว่าเพราะสาเหตุใดนักเรียนจึงไม่มีพัฒนาการด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

คำว่า “มโนคติที่คลาดเคลื่อน” เป็นคำที่มาจากภาษาอังกฤษว่า “Misconceptions” หมายถึงความคิดหรือความเข้าใจของบุคคลที่คลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยความไม่รู้หรือความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ ซึ่งอาจจะเกิดขึ้นก่อนระหว่างหรือหลังจากได้รับการศึกษาเล่าเรียนไปแล้ว [4]

งานวิจัยของเวทฤทธิ์ อังกนะภักทขจร [3] ได้ได้ศึกษาเกี่ยวกับมโนคติที่คลาดเคลื่อน พบว่านักเรียนในแต่ละช่วงชั้นมีมโนคติที่คลาดเคลื่อนทั้ง 4 ด้าน ได้แก่ ด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติ ด้านการคิดคำนวณและด้านการตรวจสอบแก้ปัญหา โดยการให้นักเรียนมีมโนคติที่คลาดเคลื่อน อาจเกิดก่อนหรือระหว่างการเรียนรู้

มีผลทำให้นักเรียนสอบไม่ผ่านหรือได้คะแนนไม่ดี นอกจากนั้นยังเป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้มโนคติที่สูงขึ้น

แบบทดสอบวินิจฉัยจะเป็นเครื่องมือที่สำคัญอย่างหนึ่งในการค้นหาข้อบกพร่องหรือที่เป็นปัญหาของนักเรียนแต่ละคน แบบทดสอบวินิจฉัยจะสามารถวิเคราะห์ข้อบกพร่องและมโนคติที่คลาดเคลื่อนในการเรียนของนักเรียนได้อย่างละเอียดมากกว่าแบบสอบชนิดอื่น ช่วยให้ครูผู้สอนทราบองค์ประกอบของเนื้อหาวิชา ตลอดจนข้อบกพร่องและมโนคติที่คลาดเคลื่อนของกระบวนการแก้ปัญหา [11]

Heingraj [12] ได้พัฒนารอบทฤษฎีในการวิเคราะห์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจำแนกเป็น 3 ระดับ ระดับที่ 1 ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action Conceptual Understanding)

นักเรียนมีความสามารถในการปฏิบัติตามเงื่อนไขที่กำหนดหรือขั้นตอนการคิดคำนวณที่กำหนดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนที่ต่อเนื่องกัน (Step-by-step sequence of manipulation) แต่ละขั้นตอนจะถูกกระทำให้สำเร็จก่อนที่จะทำในขั้นต่อไป ความเข้าใจในระดับนี้เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายนอก ระดับที่ 2 ความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process Conceptual Understanding) เมื่อนักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจจากการจัดกระทำ หรือการคิดคำนวณหลาย ๆ ครั้ง จนกระทั่งนักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้าง ความหมายสิ่งที่ได้จากการวัด การคิดคำนวณ หรือการจัดกระทำอย่างเป็นลำดับขั้นตอนในรูปของ มโนภาพ (Concept image/mental image) หรือการจัดกระทำระหว่างมโนคติทางคณิตศาสตร์ ระดับกระบวนการตั้งแต่ 2 กระบวนการขึ้นไป ระดับที่ 3 ความเข้าใจระดับโครงสร้าง (Structural Conceptual Understanding) ความเข้าใจในระดับโครงสร้างเป็นความเข้าใจที่เกิดจากการที่ความเข้าใจในระดับกระบวนการหลาย ๆ กระบวนการที่เกี่ยวข้องกัน ถูกนำมาเชื่อมโยงอย่างเหมาะสมเพื่อเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างทางปัญญา (Schema) ซึ่งสามารถนำไปใช้สร้างความคิดรวบยอดใหม่ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น

จากงานวิจัยของหทัยรัตน์ รำพึงจิตต์ พบว่า เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส มีเนื้อหาเน้นการวิเคราะห์และเป็นพื้นฐานที่สร้างความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะทำการศึกษาในเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส เพื่อทำการวิเคราะห์หาข้อบกพร่องและมโนคติที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน โดยการใช้แบบทดสอบวินิจฉัยวิเคราะห์ว่านักเรียนเกิดข้อบกพร่องจากสาเหตุใด และมีลักษณะเป็นอย่างไร เพื่อเป็นข้อมูลในการวางแผนแก้ไขมโนคติที่คลาดเคลื่อนในบุคคลนั้น และยังเป็นการวางแผนพื้นฐานทางด้านการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้ดียิ่งขึ้น เป็นประโยชน์ในการปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียน

มีมโนคติที่ถูกต้อง

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อวิเคราะห์ข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกี่ยวกับเรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. เพื่อวิเคราะห์มโนคติที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกี่ยวกับเรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
3. เพื่อวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกี่ยวกับเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การวิเคราะห์เชิงพุทธิปัญญา หมายถึง กระบวนการค้นหาสาเหตุและพยายามค้นหาคำตอบเพื่อทำการวิเคราะห์ถึงความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับข้อบกพร่องทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มโนคติที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ และระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนในเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส

2. ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความผิดพลาดที่เกิดจากความไม่เข้าใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จากการทำแบบทดสอบวินิจฉัย เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ตามกรอบของเวชฤทธิ์ อังกระภักทขจร [8] ซึ่งประกอบด้วย 4 ด้าน ดังนี้

- ด้านการตีความจากโจทย์
- ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติ
- ด้านการคิดคำนวณ
- ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา

3. มโนคติที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดหรือความเข้าใจของบุคคลที่คลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหาทาง

คณิตศาสตร์ด้วยความไม่รู้ หรือความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ ซึ่งอาจจะเกิดขึ้นก่อน ระหว่างหรือหลังจากได้รับการศึกษาเล่าเรียนไปแล้ว

4. ระดับความเข้าใจทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการที่เกิดขึ้นในสมองของแต่ละบุคคลในการแสดงวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มองเห็นได้จากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ตามกรอบ APS ของ Heingraj ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ระดับ คือ

ระดับที่ 1 ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action Conceptual Understanding)

ระดับที่ 2 ความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process Conceptual Understanding)

ระดับที่ 3 ความเข้าใจระดับโครงสร้าง (Structural Conceptual Understanding)

5. แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส หมายถึง แบบทดสอบชนิดเลือกตอบที่มี 5 ตัวเลือก ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อค้นหาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ ที่เน้นการวิเคราะห์ จากแบบทดสอบวินิจฉัย ซึ่งประกอบไปด้วยผู้วิจัย 1 คนและผู้ช่วยวิจัย 1 คน

1. กลุ่มเป้าหมาย เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนขอนแก่นวิทยายน อำเภอเมือง จังหวัดขอนแก่น ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 ห้อง 2 /11 จำนวน 39 คน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เป็นแบบทดสอบวินิจฉัย เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 1 ชุด ในการวิจัยครั้งนี้ดำเนินการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยผู้วิจัยได้ศึกษาแนวทางการทำแบบทดสอบจากงานวิจัยและหนังสือเรียน

วิชาคณิตศาสตร์ เอกสารที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ซึ่งแบบทดสอบแบ่งเป็น 2 ตอน ตอนที่ 1 จำนวน 20 ข้อ เป็นแบบทดสอบปรนัย ชนิดเลือกตอบชนิด 5 ตัวเลือก พร้อมบอกเหตุผลในการตอบและแสดงวิธีทำในการหาคำตอบเพื่อสำรวจและรวบรวมคำตอบที่ได้ไปเป็นข้อบกพร่องและมโนคติที่คลาดเคลื่อนต่าง ๆ ของนักเรียน ตอนที่ 2 ลักษณะของแบบทดสอบเป็นอัตนัยแบบเขียนตอบ โดยให้เขียนแสดงวิธีทำ มีจำนวน 2 ข้อ

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 ระหว่างเดือนตุลาคม 2555 ถึงเดือนเมษายน 2556 โรงเรียนขอนแก่นวิทยายน อำเภอเมืองขอนแก่น จังหวัดขอนแก่น

3. การวิเคราะห์ข้อมูล

วิเคราะห์ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์เกี่ยวกับ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยใช้กรอบข้อบกพร่องของ เวชฤทธิ์ อังกะนันทพร [8] ซึ่งได้จัดกลุ่มของข้อบกพร่องออกเป็น 4 ด้าน ดังนี้

- 1) ด้านการตีความจากโจทย์
- 2) ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ
- 3) ด้านการคิดคำนวณ
- 4) ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา

วิเคราะห์มโนคติที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ คำว่า “มโนคติที่คลาดเคลื่อน” เป็นคำที่มาจากภาษาอังกฤษว่า “Misconceptions” หมายถึง ความคิดหรือความเข้าใจของบุคคลที่คลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยความไม่รู้ หรือความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ ซึ่งอาจจะเกิดขึ้นก่อน ระหว่างหรือหลังจากได้รับการศึกษาเล่าเรียนไปแล้ว [4] วิเคราะห์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ จากการทำแบบทดสอบวินิจฉัย โดยใช้กรอบทฤษฎี APS (Action – Process - Structure) แล้ววิเคราะห์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับใด หรือใช้

ระดับความเข้าใจในทางคณิตศาสตร์ระดับใดในการ
หาคำตอบ ซึ่งประกอบด้วย 3 ระดับคือ

- 1) ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ
(Action Conceptual Understanding)
- 2) ความเข้าใจในระดับกระบวนการ
(Process Conceptual Understanding)
- 3) ความเข้าใจระดับโครงสร้าง
(Structural Conceptual Understanding)

การวิเคราะห์จากแบบทดสอบวินิจฉัย
เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จำนวน 1 ชุดที่ใช้ทดสอบ
กับกลุ่มเป้าหมายจำนวน 39 คนโดยมีวัตถุประสงค์
เพื่อวินิจฉัยข้อบกพร่องและระดับความเข้าใจทาง
คณิตศาสตร์และจากการสัมภาษณ์นักเรียนที่เกิด
มโนคติที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์

สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

1. สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยครั้งนี้พบว่า จากการทำ
แบบทดสอบวินิจฉัย เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส
นักเรียนมี

- 1) ในเนื้อหาวิชาทฤษฎีบทพีทาโกรัส
นักเรียนจะเกิดข้อบกพร่องด้านการตีความจากโจทย์
และการตรวจสอบการแก้ปัญหา เช่นไม่เข้าใจใน
คำสั่งของโจทย์ว่าต้องการให้คำนวณหาความสูง
ของต้นไม้และการหาระยะทาง ด้านการใช้ทฤษฎีบท
กฎ สูตร บทนิยาม สมบัติและด้านการคิดคำนวณ
คือ นักเรียนนำสูตรของทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้
ในการคำนวณหาสิ่งที่โจทย์ต้องการไม่ถูกต้อง
- 2) มีมโนคติที่คลาดเคลื่อนในเรื่องการใช้
เครื่องหมายกรณฑ์ เช่น $\sqrt{4} = \pm 2$ มีมโนคติที่
คลาดเคลื่อนเรื่องเลขยกกำลัง
- 3) มีระดับความเข้าใจในระดับการ
จัดกระทำ เช่น การวาดภาพประกอบคำสั่งโจทย์และ
ความเข้าใจในระดับกระบวนการ เช่น การเขียนสูตร
ทฤษฎีบทพีทาโกรัส การแทนค่าในสูตร

2. อภิปรายผลการวิจัย

จากผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบ
ทดสอบวินิจฉัย เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ทั้งสามด้าน
คือ วิเคราะห์ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์
วิเคราะห์มโนคติที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์
และวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลสรุปได้ว่า นักเรียนมีความเข้าใจ
ในระดับการจัดกระทำ (Action Conceptual
Understanding) เพราะนักเรียนสามารถเขียนอธิบาย
มีความสามารถปฏิบัติตามเงื่อนไขที่กำหนด เช่น
วาดรูปประกอบจากสิ่งที่โจทย์กำหนด สามารถใช้สูตร
ทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้ ซึ่งลักษณะข้อบกพร่องที่พบ
คือ การตีความจากโจทย์ นักศึกษาไม่สามารถที่จะ
เขียนหรือแปลความหมายของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
ได้ไม่ครบ ไม่เข้าใจความหมายของตัวแปรที่โจทย์
ให้หา หรือนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ผิด
2) นักเรียนบางคนมีความรู้ความเข้าใจในความสัมพันธ์
ระหว่างความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยม
และสามารถเขียนสมการให้อยู่ในรูปของ สูตร
ทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้ แต่ไม่สามารถที่จะนำมาใช้
ในการให้เหตุผล หรือเขียนแปลความหมายแทนค่า
ตัวแปรจากสิ่งที่โจทย์กำหนดแทนค่าในสูตรทฤษฎีบท
พีทาโกรัสได้ นักเรียนกลุ่มนี้มีได้บกพร่องด้านการใช้
ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยามและสมบัติ แต่มีมโนคติ
ที่คลาดเคลื่อนในการนำมโนคติไปใช้ในการแก้ปัญหา

ข้อเสนอแนะที่ได้จากงานการวิจัย

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ในการเรียนคณิตศาสตร์ เนื้อหาใน
การเรียนคณิตศาสตร์ เป็นเนื้อหาที่ต่อเนื่อง หรือ
สอดคล้องกันในแต่ละเรื่อง จำเป็นต้องอาศัยความรู้
เบื้องต้นในเรื่องที่เรียนมาแล้วมาใช้ในบทเรียนใหม่ได้
ดังนั้น ควรมีการส่งเสริมให้ผู้สอนหรือผู้ที่สนใจศึกษา
การวินิจฉัยปัญหาอย่างยากทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ให้มากขึ้น
2. สามารถใช้เป็นข้อมูลสำหรับผู้สอนในการ
วางแผนแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนรู้ ทั้งในระดับ
บุคคลและส่วนรวม โดยการสอนซ่อมเสริม

ข้อเสนอแนะในการวิจัย

1. ควรมีการศึกษาปัญหาที่ยากทางการเรียนรู้หรือลักษณะข้อบกพร่องและมโนคติที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนรู้ของนักเรียนในระดับต่าง ๆ ในลักษณะเดียวกันนี้กับเนื้อหา หรือรายวิชาอื่น ๆ เพื่อเป็นประโยชน์ในการจัดการเรียนการสอน และเป็นประโยชน์ต่อการปรับปรุงการเรียนการสอนให้เกิดผลดีต่อนักเรียน

2. ควรมีการศึกษากการแก้ไขปัญหายากทางการเรียนรู้หรือลักษณะข้อบกพร่องและมโนคติที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนรู้ต่อไป เพื่อให้นักเรียน นักศึกษา เกิดการพัฒนาความรู้ความเข้าใจในรายวิชานั้น ๆ อย่างมีประสิทธิภาพ

3. ควรสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยแบบอัตนัยที่สามารถศึกษาลักษณะข้อบกพร่องและมโนคติที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนรู้ด้านต่าง ๆ ของนักเรียนให้หลากหลาย เพื่อให้เห็นผลการวิจัยที่ชัดเจน

เอกสารอ้างอิง

- [1] กระทรวงศึกษาธิการ. **พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545**. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์. 2545.
- [2] กระทรวงศึกษาธิการ. **หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551**. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย. 2551.
- [3] กุลนิตา วรสารนันท์. **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต (การศึกษา คณิตศาสตร์). บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. 2552.

- [4] ไช่มุก เลื่องสุนทร. **การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1**. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. 2552.
- [5] โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. **ผลการประเมิน PISA 2009 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์**. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัด อรุณการพิมพ์. 2552.
- [6] จุลวย ดวนใหญ่. **การแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนเต็ม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนครศรีลาดวนวิทยา จังหวัดศรีสะเกษ**. ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต (หลักสูตรและการสอน). มหาวิทยาลัยราชภัฏศรีสะเกษ. 2544.
- [7] วิมลรัตน์ ศรีสุข. **การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถทางการคิด แบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น**. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรดุษฎีบัณฑิตสาขาวิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. 2551.

- [8] เวชฤทธิ์ อังชนะภัทรขจร การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิต “พิบูลย์บำเพ็ญ”. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. 2551.
- [9] สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. **ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์**. [ม.ป.ท.: ม.ป.พ.]. 2550.
- [10] สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). ประกาศผลสอบ O-NET ป.6 และ ม.3 ปีการศึกษา 2554. [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก : http://www.kruthai.info/view.php?article_id=743. (วันที่ค้นข้อมูล : 1 สิงหาคม 2555). 2542.
- [11] อัมพิกา นุ่นละออง. **การพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนรู้ด้านกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ สำหรับชั้นประถมศึกษา**. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา ผลการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยทักษิณ. 2546.
- [12] Heingraj, C. Roles of the Geometer's Sketchpad in Students' processes of geometric conceptual construction on translation : A case study. Paper presented at the Thailand International Conference on 21st Century Information Technology in Mathematics Education, held at Chiang Mai Rajabhat University, Chiang Mai, Thailand, September 2006. 2006.