Journal of Education Graduate Studies Research
http://ednet.kku.ac.th/edujournal

การวิเคราะห์เชิงพุทธิปัญญาเกี่ยวกับข้อบกพร่องและมโนมติที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

A Cognitive Analysis of Grade 8 Students' Errors and Misconceptions bout Application of Linear Equations

ชัชชัย คงคาหลวง [1] และ ชาญณรงค์ เฮียงราช [2]
Chutchai Kongkaluang [1] and Channarong Heingraj [2]
[1] สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
Department of Mathematic Education, Faculty of Education, Khon Kaen University
[2] อาจารย์ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
Teacher, Department of Mathematic Education, Faculty of Education, Khon Kaen University

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) วิเคราะห์ข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 2) วิเคราะห์มโนมติที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 3) วิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ เน้นการบรรยายเชิงวิเคราะห์ กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 48 คน โรงเรียนแก่นนครวิทยาลัย 2 ปีการศึกษา 2555 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ และการสัมภาษณ์หลังการทำแบบทดสอบวินิจฉัย แล้วนำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์ข้อบกพร่องมโนมติที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์และระดับความเข้าใจ

ผลการศึกษา พบว่า

1. นักเรียนมีข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ที่พบจากการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 2 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ (2) ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ และจากการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 4 ด้านได้แก่ (1) ด้านการใช้ข้อมูลผิด (2) ด้านการตีความด้านภาษา (3) ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ (4) ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

2. นักเรียนมีมโนมติที่คลาดเคลื่อน 6 แบบ

3. จากการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (1) การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนใช้ความเข้าใจในระดับกระบวนการและระดับโครงสร้างในการแก้ปัญหา (2) การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนใช้ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ ระดับกระบวนการ และระดับโครงสร้างในการแก้ปัญหา

คำสำคัญ : ข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ มโนมติที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ และระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

Corresponding author. Tel: Mobile+66 (0)8-1574-3296
E-mail address: Fluke_cot@hotmail.com

Abstract

The purpose of this research were to 1) analyze Grade 8 students' mathematical Error on Application of Linear Equations, 2) classify Grade 8 students' mathematical Misconceptions on Application of Linear Equation, and 3) identify Grade 8 students' mathematical Understanding on Application of Linear Equations. The qualitative research was conducted in this study, especially emphasized on using analytical description. The target group of this study consisted of 48 Grade 8 students. The instruments of this study were a diagnostic test about mathematical errors and students' interviewing. The analysis of data was done in 2 parts to ascertain ; 1) students mathematical Errors using in the framework of Movshovitz and other [8] 2) students mathematical Misconceptions, 3) Students mathematical understanding using in the APS framework of Heingraj [7]

The findings

1. Students' mathematical Errors were; 1) on the Linear Equations 2 types of errors were found; Distorted theorem or Definition, and Technical Error, 2) on the Application of Linear Equations 4 types of errors were found; Data Misusing, Misinterpretation Language, Distorted theorem or Definition, and property and Technical Error

2. Students had mathematical Misconceptions 6 types

3. On the analysis of the level of students' mathematical understanding, it was found that; 1) Students used their Process Conceptual Understanding and Structure Conceptual Understanding to solve Linear equations, 2) students used their Action Conceptual Understanding, Process Conceptual Understanding and Structure Conceptual Understanding to solve Application of Linear equations.

Keywords : Mathematical Errors, Mathematical Misconceptions and Level of Understanding on Mathematics

บทนำ

จากผลการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ PISA ในปี 2009 ปรากฏว่าผลการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าค่าเฉลี่ยนานาชาติ (OECD) ค่าเฉลี่ยของนักเรียนไทยอยู่ในตำแหน่งประมาณช่วง 48-52 จาก 65 ประเทศ [5] เช่นเดียวกับการศึกษาแนวโน้มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์นานาชาตินักเรียนไทยมีคะแนนค่าเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 441 คะแนน ต่ำกว่าค่าเฉลี่ยนานาชาติ 453 คะแนน จัดอยู่ในลำดับที่ 29 ของประเทศที่เข้าร่วมการประเมิน ซึ่งนักเรียนไทยมีคะแนนทุกเนื้อหาต่ำกว่าค่าเฉลี่ยนานาชาติ โดยเนื้อหาเรื่องพีชคณิตได้คะแนนต่ำสุดเท่ากับ 433 คะแนน [4]

Principles and standards for school mathematics [9] กล่าวถึงหลักการการเรียนรู้คณิตศาสตร์ว่า นักเรียนจะต้องเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจมีความคล่องแคล่วในการสร้างความรู้ใหม่จากประสบการณ์และความรู้เดิม จากแนวคิดทฤษฎีขั้นการพัฒนาการของ Piaget [1] ได้เกิดกลุ่มทฤษฎีพัฒนาการเชิงมโนมติ หรือทฤษฎีระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ Heingraj [7] ได้พัฒนากรอบทฤษฎีในการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยจำแนกออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับที่ 1 ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action Conceptual Understanding) ระดับที่ 2 ความเข้าใจระดับกระบวนการ (Process Conceptual Understanding) ระดับที่ 3 ความเข้าใจระดับ

โครงสร้าง (Structural Conceptual Understanding) ในการพัฒนาระดับความเข้าใจนั้นจะพัฒนาเป็นไปตามลำดับขั้น ซึ่งในแต่ละขั้นตอนจะถูกกระทำให้สำเร็จก่อนที่จะทำในขั้นต่อไป แต่บ่อยครั้งที่การพัฒนาระดับความเข้าใจไม่สามารถไปสู่ระดับโครงสร้างทางปัญญา (Schema) ได้เนื่องจากการการเลือกใช้ความเข้าใจหรือความเชื่อที่ได้มาจากแนวความคิดเดิมที่ไม่ถูกต้อง ไม่สมบูรณ์ ไม่สอดคล้องกับความรู้ใหม่ [2] หรือเกิดมโนมติที่คลาดเคลื่อน (misconception)

นักการศึกษาที่ได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ได้แก่ Movshovitz และคณะ [8] ได้วิเคราะห์รูปแบบข้อบกพร่องทางพีชคณิตไว้ 6 ด้านได้แก่ 1) ด้านการใช้ข้อมูลผิด 2) ด้านการตีความภาษา 3) ด้านการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ 4) ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ 5) ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา 6) ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ รายงานการวิจัยที่ในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ชี้ให้เห็นว่าขั้นตอนแรกในการขจัดมโนมติที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน คือการระบุมโนมติที่คลาดเคลื่อน [10] เช่นเดียวกับ Meyerson [11] กล่าวว่าข้อบกพร่องนั้นเป็นโอกาสสำหรับการทำความเข้าใจให้ลึกซึ้งมากขึ้นของผู้เรียนและเป็นองค์ประกอบสำคัญของกระบวนการเรียนรู้ เปรียบได้กับการรักษาโรคนั้นแพทย์จะต้องทำการวินิจฉัยความผิดปกติก่อนที่จะทำการรักษา Meyerson จึงสันนิษฐานว่าเป็นความจริงเช่นเดียวกับข้อบกพร่องทางด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้นจำเป็นต้องได้รับการระบุหรือจำแนกก่อน แล้วสาเหตุเหล่านั้น ควรได้รับการศึกษาและแก้ไข

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นนี้ ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาเกี่ยวกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ข้อบกพร่องและมโนคติที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนแก่นนครวิทยาลัย 2 เพื่อนำหลักฐานเชิงประจักษ์และข้อค้นพบ ต่าง ๆ มาใช้เป็นแนวทางจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจมโนมติทางคณิตศาสตร์โดยเฉพาะสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่อไป

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อวิเคราะห์ข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. เพื่อวิเคราะห์มโนมติที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2
3. เพื่อวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **ข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ข้อผิดพลาดที่เป็นปัญหาและอุปสรรคต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ รวมถึงสาเหตุที่ทำให้ผลการเรียนไม่บรรลุตามวัตถุประสงค์ หรือจุดมุ่งหมายทางการเรียน ตามกรอบทฤษฎีของ Movshovitz and other [8] ซึ่งได้ทำการจัดกลุ่มข้อบกพร่องได้ 6 ด้าน
2. **มโนมติที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความเข้าใจของแต่ละบุคคลที่ได้มาจากการเลือกใช้ความรู้จากประสบการณ์เดิมของบุคคลนั้นเพื่อสร้างความหมายต่อสถานการณ์ใหม่ โดยที่ความรู้เดิมหรือประสบการณ์เดิมนั้นไม่สอดคล้องกับความรู้ใหม่หรือผิดแผกไปจากทฤษฎี ซึ่งจะเป็นปัญหาและอุปสรรคทางการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
3. **ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ระดับความเข้าใจตามแนวคิดทฤษฎี APS ซึ่งจำแนกเป็น 3 ระดับ

วิธีดำเนินการวิจัย

1. **รูปแบบการวิจัย**

งานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยเชิงคุณภาพ โดยเน้นการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description)

2. กลุ่มเป้าหมาย

นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 2 โรงเรียนแก่นนครวิทยาลัย 2 อำเภอเมือง จังหวัดขอนแก่น ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 48 คน ประกอบด้วย ห้อง 2/1 จำนวน 26 คน และ ห้อง 2/2 จำนวน 22 คน เป็นชาย 32 คน และเป็น หญิง 16 คน

3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

3.1 แบบทดสอบวินิจฉัยทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แบ่งเป็น 2 ตอน ตอนที่ 1 เป็นแบบปรนัย และตอนที่ 2 เป็นแบบอัตนัย ครอบคลุมมโนมติย่อย 2 มโนมติ ได้แก่ 1) การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 2) การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3.2 การสัมภาษณ์เชิงลึกหลังการทำแบบทดสอบหลังการจัดการเรียนรู้ เป็นการสัมภาษณ์ที่มีคำถามหลักกำหนดในแต่ละมโนมติย่อยใช้สัมภาษณ์นักเรียนเพื่อสอบถามการแก้ปัญหาของนักเรียน เพื่อตอบข้อสงสัยของผู้วิจัยหลังจากกลุ่มเป้าหมายทำแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องและมโนมติที่คลาดเคลื่อน โดยผู้วิจัยจะทำการบันทึกเทปการสัมภาษณ์

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

จากข้อมูลจากการทดสอบกลุ่มเป้าหมายด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ และข้อมูลการสัมภาษณ์นักเรียน ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์โดยแบ่งเป็น 2 มโนมติย่อย คือ 1) การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 2) การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นำไปวิเคราะห์ ดังนี้

4.1 วิเคราะห์ข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ตามกรอบทฤษฎีของ Movshovitz and other [8] ซึ่งมี 6 ด้าน คือ

1) ด้านการใช้ข้อมูลผิด

2) ด้านการตีความด้านภาษา

3) ด้านการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์

4) ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ

5) ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการการแก้ปัญหา

6) ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

4.2 วิเคราะห์มโนมติที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ ตามความเข้าใจของแต่ละบุคคลที่ได้มาจากการเลือกใช้ความรู้จากประสบการณ์เดิมของบุคคลนั้นเพื่อสร้างความหมายต่อสถานการณ์ใหม่ โดยที่ความรู้เดิมหรือประสบการณ์เดิมนั้นไม่สอดคล้องกับความรู้ใหม่หรือผิดแผกไปจากทฤษฎี ซึ่งจะเป็นปัญหาและอุปสรรคทางการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

4.3 วิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามกรอบทฤษฎี APS ของ Heingraj [7] ซึ่งมี 3 ระดับดังนี้

ระดับที่ 1 ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action Conceptual Understanding)

ระดับที่ 2 ความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process Conceptual Understanding)

ระดับที่ 3 ความเข้าใจระดับโครงสร้าง (Structural Conceptual Understanding)

สรุปผลการวิจัย

1. ผลการวิเคราะห์ข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์

จากการวิเคราะห์ข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายจากวิธีการคิดที่แสดงในแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวตามกรอบทฤษฎีของ Movshovitz and other [8] โดยแบ่งเป็นมโนมติย่อย 2 มโนมติ พบว่า

มีข้อบกพร่องที่พบจากวิธีคิดในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 2 ด้าน ได้แก่ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

มีข้อบกพร่องที่พบจากวิธีคิดเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 4 ด้าน ได้แก่ ด้านการใช้ข้อมูลผิด ด้านการตีความด้านภาษา ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ และด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

2. ผลการวิเคราะห์มโนมติที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์

จากการวิเคราะห์มโนมติที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายจากวิธีการคิดที่แสดงในแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวตามนิยาม พบว่า มีมโนมติที่คลาดเคลื่อน 6 แบบ ได้แก่

2.1 การบวกลบพจน์ที่ติดตัวแปรกับพจน์ที่เป็นค่าคงที่ $ax + b \neq (a + b)x$

2.2 สมบัติของหนึ่ง $1 \times a = a$ เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ

2.3 การบวกจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ $-a - b \neq -(a - b)$

2.4 กฎการกระจาย $x(a + b) = ax + bx$ เมื่อ a , b และ x

2.5 สมบัติการบวกของสมบัติการเท่ากัน

2.6 ดำเนินการไม่ตรงตามเครื่องหมายดำเนินการ $(x - a) \neq -ax$ เมื่อ a เป็นค่าคงที่ใด ๆ

3. ผลการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

จากการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายจากวิธีการคิดที่แสดงในแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวตามกรอบทฤษฎี APS ของ Heingraj [7] โดยแบ่งเป็นมโนมติย่อย 2 มโนมติ พบว่า

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ไม่พบกลุ่มเป้าหมายแสดงการใช้ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ โดยกลุ่มเป้าหมายที่แสดงวิธีคิดจะใช้ความเข้าใจในระดับกระบวนการในการแก้ปัญหา และกลุ่มเป้าหมายบางส่วนสามารถแสดงระดับความเข้าใจในระดับโครงสร้าง และพบว่าเนื่องจากข้อบกพร่องและมโนมติที่คลาดเคลื่อนนั้นเป็นเหตุทำให้กลุ่มเป้าหมายไม่สามารถแก้ไขปัญหาได้สำเร็จ และมโนมติที่คลาดเคลื่อนนั้นส่งผลให้การสร้างมโนมติใหม่นั้นคลาดเคลื่อนเช่นกัน

การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

พบกลุ่มเป้าหมายแสดงการใช้ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ และความเข้าใจในระดับกระบวนการในการแก้ปัญหา และกลุ่มเป้าหมายบางส่วนสามารถแสดงระดับความเข้าใจในระดับโครงสร้าง และพบว่าเนื่องจากข้อบกพร่องและมโนมติที่คลาดเคลื่อนนั้นเป็นเหตุทำให้กลุ่มเป้าหมายไม่สามารถแก้ไขปัญหาได้สำเร็จ โดยเฉพาะข้อบกพร่องในด้านการตีความด้านภาษา

อภิปรายผลการวิจัย

1. ผลการวิเคราะห์ข้อบกพร่อง

จากการวิเคราะห์เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ประกอบด้วยมโนมติย่อย คือ การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พบว่า จากการแสดงวิธีคิดของนักเรียนนักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ซึ่งสอดคล้องกับงานของไข่มุก เลื่องสุนทร [2] ส่วนการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พบว่าข้อบกพร่องด้านการตีความภาษาจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์จึงเป็นอุปสรรคในการแก้ปัญหา และนักเรียนจึงใช้วิธีการคาดเดา ลองผิดลองถูกในการแก้ไขปัญหาซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Egodawatte [6] ที่พบว่าอุปสรรคหลักของการแก้โจทย์ปัญหาคือไม่สามารถตีความภาษาธรรมชาติสู่ภาษาทางพีชคณิตได้ และนักเรียนมีการคาดเดาหรือใช้วิธีลองผิดลองถูกในการแก้ปัญหา

2. ผลการวิเคราะห์มโนมติที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ประกอบด้วยมโนมติย่อย คือ การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พบว่ามโนมติที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนนั้นทำทำให้เกิดข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ ความคลาดเคลื่อนทางมโนมตินั้นอยู่ที่มีความเข้าใจที่ไม่เพียงพอ ไม่สมบูรณ์หรือผิดไปจากสมบัติ กฎ ทฤษฎี หรือขั้นตอนการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Egodawatte [6] ที่พบว่ามโนมติที่คลาดเคลื่อนเหล่านี้ได้นำไปสู่ข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

3. ผลการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

จากการวิเคราะห์เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ประกอบด้วยมโนมติย่อย คือ การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พบว่านักเรียนใช้ความเข้าใจระดับกระบวนการในการแก้ปัญหา แต่มักพบข้อบกพร่องทางด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติและมโนมติที่คลาดเคลื่อนนั้นส่งผลให้การแก้ปัญหานั้นมีอุปสรรค์ไม่ประสบผลสำเร็จซึ่งสอดคล้องกับ จารวี ธาดา [3] ที่พบว่านักเรียนที่ได้คะแนนระดับต่ำและปานกลางจะมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัตินักเรียนจำเป็นต้องเข้าใจถึงมโนมติเดิมอย่างถูกต้อง ซึ่งจะส่งผลต่อการสร้างความหมายใน มโนมติใหม่ ผู้สอนจึงมีบทบาทสำคัญในการสังเกตข้อบกพร่องและมโนมติที่คลาดเคลื่อนเพื่อช่วยการพัฒนา ปรับเปลี่ยนหรือสร้างมโนมติใหม่ให้กับนักเรียน

ข้อเสนอแนะ

1. สามารถใช้เป็นข้อมูลสำหรับผู้สอนในการวางแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์

2. ควรมีการวิเคราะห์ข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์และมโนมติที่คลาดเคลื่อน และระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่น ๆ

3. ควรศึกษาสาเหตุ หรือปัจจัยที่ส่งเสริมและอุปสรรคต่อการสร้างหรือปรับเปลี่ยนแก้ไขมโนมติ และการพัฒนาระดับความเข้าใจของนักเรียนเพื่อเป็นการการสร้างและหรือปรับเปลี่ยนแก้ไขมโนมติและพัฒนาระดับความเข้าใจของนักเรียน

เอกสารอ้างอิง

[1] กิ่งฟ้า สินธุวงษ์. ปิอาเจท์ : **การเรียนรู้กับการพัฒนาผู้เรียน**. ขอนแก่น: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น. 2547.

[2] ไข่มุก เลื่องสุนทร. **การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1**. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. 2552.

[3] จารวี ธาดา. **การวินิจฉัยปัญหายุ่งยากทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีกราฟขั้นแนะนำของนักศึกษาระดับปริญญาตรี คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น**. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. 2552.

[4] ปรีชาญ เดชศรี และเกตุวดี กัมพลาศิริ. **การศึกษาแนวโน้มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์นานาชาติ** (Trends in International Mathematics Study 2007). กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). 2552.

[5] สุนีย์ คล้ายนิลและคณะ. **ผลการประเมิน PISA 2009 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ บทสรุปเพื่อการบริหาร**. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). 2553.

[6] Egodawatte, G. **Secondary School Students' Misconception in Algebra**. The degree of Doctor of Philosophy, University of Toronto, Canada. 2011.

[7] Hiengraj, C. **Role of the Geometer's Sketchpad in Students' Processes of Geometric Conceptual Construction: A Case Study.** Paper presented at the Thailand International Conference on 21st Century Information Technology in Mathematics Education, held of Chiang Mai Rajabhat University, Chiang Mai, Thailand. 2006.

[8] Movshovitz-Hadar, N. , Zaslavsky, O. and Inbar, S. "Analyzing and Modeling Arithmetic Errors." **Journal for Research in Mathematic Education.** (1987) : 3-14. 1987.

[9] The National Council of Teachers of Mathematics. **Principles and standards for school mathematics.** Roston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics. 2000.

[10] Potter R. **An Investigation of High School Students' Miscoceptions In Stochastics.** Ph.D. Dissertation, Graduate Faculty, Auburn University. 2000.

[11] Titus, F. **A Cognitive Analysis of Developmental Mathematics Students' Errors and Misconceptions in Real Number Computations and Evaluating Algebraic Expressions.** The degree Doctor of Education, University of Houston, USA. 2010.