

การศึกษาการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครูและระดับความเข้าใจ ทางเรขาคณิตของนักเรียน ตามแนวคิดทฤษฎีของ Van Hiele เรื่อง เส้นขนาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

A study of teacher's using external representations system and the level of student's geometric understanding based on van hiele's theory about parallel for mathayomsuksa 2

นิศากร นามปัญญา (Nisakorn Nampunya)*

หล้า ภาวภูตานนท์ (Lah Pavaputanon)**

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงคุณภาพ มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครูผู้สอน เรื่อง เส้นขนาน และ 2) ศึกษาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านเสียว อำเภอโพธิ์ศรีสุวรรณ จังหวัดศรีสะเกษ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 2 จังหวัดศรีสะเกษ กลุ่มเป้าหมายในการศึกษาครั้งนี้ประกอบด้วย ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์จำนวน 1 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 6 คน โดยใช้การเลือกแบบเจาะจงและด้วยความสมัครใจ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ 1) แบบทดสอบเรื่องเส้นขนานเพื่อวัดระดับการคิดเชิงเรขาคณิต 2) แบบบันทึกภาคสนาม 3) เครื่องบันทึกวีดิทัศน์และแถบบันทึกวีดิทัศน์ 4) กล้องบันทึกภาพนิ่ง และแบบบันทึก การสัมภาษณ์ ผู้วิจัยใช้กรอบทฤษฎีของ Goldin มาใช้ในการวิเคราะห์การนำเสนอภายนอกของครูผู้สอน และใช้กรอบทฤษฎีของ Van Hiele ในการศึกษาระดับความเข้าใจเชิงเรขาคณิตของนักเรียน แล้วสรุปและอภิปรายผลแบบความเรียง

จากการศึกษาครั้งนี้พบว่า ในการสอนเรื่องเส้นขนานครูผู้สอนมักจะใช้การนำเสนอภายนอกในรูปของการอธิบายและยกตัวอย่างโดยการวาดภาพประกอบบนกระดาน เพื่ออธิบายทฤษฎีเกี่ยวกับเส้นขนาน และจากการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจเชิงเรขาคณิตของนักเรียน พบว่า นักเรียนส่วนมากสามารถพัฒนาความเข้าใจเชิงเรขาคณิตเพียงระดับที่ 1 คือนักเรียนสามารถรับรู้จากการมองเห็น (Visualization, or Recognition) เท่านั้น ยังไม่สามารถพัฒนาถึงระดับอื่นที่สูงกว่า

คำสำคัญ: การนำเสนอข้อมูลภายนอก ระดับความเข้าใจทางเรขาคณิต ทฤษฎี Van Hiele

Keywords: External presentations, Level of Student's Geometric Understanding, van hiele's theory

* นักศึกษาหลักสูตรศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

** อาจารย์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

Abstract

This qualitative research aimed to study teacher's using external representations and the level of students' Geometric understanding based on Van Hiele's Theory about Parallel for Mathayomsuksa 2 from Siuw School Phosrisuwan District under the jurisdiction of Educational Office Area 2 Srisaket Province. The target group, purposively selected, consisted of 6 Mathayomsuksa 2 students. They were grouped into 3 which consisted of 2 students for each group. And 1 teacher from the same school who taught in this grade. The research instruments were; the record from the test of parallel lines, record from student's behavior, video recorder, audio recorder, camera video and students' interview. Data from the teacher were analyzed using external representations based on Goldin's theory and data from the students were analyzed using the level of students' Geometric understanding based on van Hiele's Theory.

The findings of this study found that the teacher use external representations for explain about parallel lines by using words and pictures and the students' level of Geometric understanding about parallel line was in level 1 they were able to visualize about parallel line.

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 มีความมุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีความรู้ มีคุณธรรม กระบวนการเรียนรู้และบูรณาการตามความเหมาะสมของแต่ละระดับการศึกษา มีสาระการเรียนรู้มาตรฐานการเรียนรู้ 8 กลุ่มสาระ ซึ่งถือเป็นมาตรฐานที่จำเป็นสำหรับการพัฒนาคุณภาพชีวิต (กรมวิชาการ, 2545) และกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นกลุ่มหนึ่งใน 8 กลุ่มสาระ เมื่อพิจารณาจุดหมายของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานได้กำหนดผู้เรียนมีทักษะและกระบวนการโดยเฉพาะทางคณิตศาสตร์ ทักษะการคิด การแก้ปัญหา ทักษะในการดำเนินชีวิตมีความคิดสร้างสรรค์ รู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลง มีทักษะและศักยภาพในการสื่อสารและการใช้เทคโนโลยี ตลอดทั้งมีคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมอันพึงประสงค์ สาระการเรียนรู้ กลุ่มคณิตศาสตร์เป็นสาระการเรียนรู้ในกลุ่มพื้นฐานสำคัญที่ผู้เรียนทุกคนต้องเรียนรู้ ดังนั้น ในการจัดการเรียนการสอนตามจุดหมายของหลักสูตร จึงต้องจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผู้เรียนคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบถี่ถ้วน สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้(สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.], 2546)

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) กล่าวถึงจุดประสงค์ของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 ที่สหรัฐอเมริกามุ่งเน้นและกำหนดเป็นจุดประสงค์กว้าง ๆ ได้แก่ 1) เพื่อให้ผู้เรียนได้ตระหนักถึงคุณค่าของคณิตศาสตร์ (To learn to value mathematics) 2) เพื่อให้ผู้เรียนมีความมั่นใจในความสามารถของตัวเองที่จะดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (To become confident in their ability to do mathematics) 3) เพื่อให้ผู้เรียนเป็นนักแก้ปัญหา (To become mathematical problem solvers) 4) เพื่อให้ผู้เรียนสามารถสื่อสารคณิตศาสตร์ได้ (To learn to communicate mathematically) 5) เพื่อให้ผู้เรียนสามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ (To learn to reason mathematically) สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) ได้กำหนดการนำเสนอ (Representations) ทางคณิตศาสตร์ไว้ในหลักการและมาตรฐาน หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ (Principles and Standards of School Mathematics, 2000) การจัดการเรียนการสอน วิชาคณิตศาสตร์ควรจัดให้นักเรียนสามารถ คิดหาวิธีและใช้การนำเสนอ เพื่อใช้ในการรวบรวมความรู้ จัดบันทึก ตลอดจนสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ สามารถเลือกใช้ ประยุกต์ และแปลความหมายของ

การนำเสนอเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาได้ และสามารถใช้ในการนำเสนอเพื่อสร้างแบบจำลอง และแปลความหมายปรากฏการณ์ทางกายภาพ สังคม และทางคณิตศาสตร์ได้ โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์นั้น ซึ่งสอดคล้องกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.2544 ที่ได้กำหนดมาตรฐานในสาระที่ 6 ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนมีความสามารถในการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ (กรมวิชาการ, 2545) Goldin (1998) กล่าวว่า ระบบการนำเสนอ (Representational system) ประกอบด้วยระบบย่อย ๆ หลายระบบ ระบบภาษาพูด ภาษาเขียน ภาพเขียน หรือรูปภาพ รูปแบบการจัดการ และสถานการณ์จริงของโลกที่อยู่รอบ ๆ ตัวเรา การนำเสนอมี 2 แบบ คือ การนำเสนอภายนอก (External representations) และการนำเสนอภายใน (Internal representations) หรือการนำเสนอทางจิตวิทยาของบุคคล ระบบการนำเสนอภายนอกประกอบด้วยระบบย่อย ๆ ตั้งแต่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ไปจนถึงสิ่งแวดล้อมของการเรียนรู้ที่มีโครงสร้าง เช่น วัสดุ เครื่องมือที่จับต้องได้ ในทางตรงข้ามระบบการนำเสนอภายในจะรวมเอาการสร้างสัญลักษณ์ภายในตัวบุคคล และการกำหนดส่งผ่านความหมายไปยังสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ รวมถึงการนำเสนอด้วยภาพที่สื่อถึงแนวคิด และการนำเสนอในเชิงปริภูมิ และครอบคลุมถึงยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และที่สำคัญคือ ผลของการนำเสนอมีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยองค์ประกอบของระบบการนำเสนอภายในประกอบด้วย 5 ประเภท คือ 1) ภาษาพูด และระบบโครงสร้างของภาษา (Verbal and syntactic systems) 2) ระบบการจินตนาการ (Imagistic systems) 3) ระบบสัญลักษณ์ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ (Formal notational systems of mathematics) 4) ระบบการวางแผน การตรวจสอบ และการควบคุม (a system of planning, monitoring, and executive control) 5) ระบบการนำเสนอที่เกี่ยวข้องกับอารมณ์ (a system of affective representation) Hiebert & Carpenter (1992) กล่าวว่า ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในเฉพาะตัวบุคคล โดยการที่ความรู้ นั้น ๆ จะถูกนำเสนอและสร้างเป็นโครงสร้างขึ้นมา โดยที่

แต่ละคนจะเข้าใจแนวคิด หรือกระบวนการ หรือข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ได้เมื่อแนวคิดนั้นเข้าไปเป็นส่วนหนึ่งในโครงสร้างทางปัญญา หรือเครือข่ายความรู้ (Schema or Network of Knowledge) และนอกจากนี้ ความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อผู้เรียนสร้างการนำเสนอภายในเข้าเป็นส่วนหนึ่งของเครือข่ายของการนำเสนอที่มีอยู่เดิม ระดับของความเข้าใจบ่งบอกได้ โดยจำนวนการเชื่อมโยงหรือความแข็งแรงของการเชื่อมโยง นั่นคือการที่ผู้เรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ผู้เรียนจะต้องมีการเชื่อมโยงความรู้ ข้อเท็จจริง แนวคิดที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันภายในโครงสร้างทางปัญญาของตนเอง ดังนั้น นักเรียนจะต้องสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยตัวของเขาเองมากกว่าการได้รับจากครูหรือจากหนังสือเรียน นักเรียนจะต้องสร้างการนำเสนอภายในของปฏิสัมพันธ์กับโลกของแต่ละคนขึ้นเอง และสร้างเครือข่ายของการนำเสนอขึ้นเอง เมื่อเป้าหมายของการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์รูปแบบการสอนของครูจึงควรออกแบบเพื่อให้ นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงแนวคิดที่มีความสัมพันธ์กัน และวิธีการสอนควรจะช่วยสนับสนุนให้เกิดการเชื่อมโยงเหล่านี้ นอกจากนี้การนำเสนอที่หลากหลาย เช่น การนำเสนอโดยใช้ไอ้ตะแถม การเสนอโดยใช้ภาษาพูด และในบางครั้งการนำเสนอโดยใช้วัตถุที่เป็นรูปธรรม เป็นวิธีการหนึ่งที่ช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ

Zang (1997) ได้ให้ความหมายการนำเสนอภายนอกว่าเป็นความรู้เกี่ยวกับโครงสร้างของสิ่งแวดล้อมหรือสัญลักษณ์ทางกายภาพเช่น วัตถุ มิติ (การเขียนสัญลักษณ์ ลูกคิด มิติของกราฟ) และกฎภายนอกและความสัมพันธ์ภายนอกที่อยู่ในโครงร่างทางกายภาพ (เช่น ความสัมพันธ์เชิงปริภูมิของเลขโดด โครงงานของแผนภาพ ข้อจำกัดทางกายภาพในลูกคิด) ข้อมูลในการนำเสนอภายนอกสามารถถูกคัดเลือก ถูกวิเคราะห์ และทำเป็นกระบวนการโดยผ่านระบบการหยั่งรู้ ถึงแม้ว่าในบางครั้งการนำเสนอนี้สามารถสนับสนุนหรือขัดขวางกระบวนการหยั่งรู้ก็ได้ และในทางตรงกันข้าม การนำเสนอภายในเป็นความรู้และโครงสร้างในหน่วยความจำ หรือโครงสร้างทางปัญญา เกิดจากการสร้างระบบเครือข่าย

ในประสาทหรือรูปแบบอื่น ๆ ข้อมูลการนำเสนอภายในจะสามารถดึงเอามาใช้จากหน่วยความจำโดยใช้กระบวนการหยั่งรู้ การกระตุ้นโดยการนำเสนอภายนอกในบางครั้งสามารถเร่งให้เกิดกระบวนการดึงข้อมูลมาจากหน่วยความจำเพื่อมาใช้ในการแก้ปัญหา เช่น พิจารณาการคูณ 735 ด้วย 278 โดยใช้กระดาษและดินสอ การนำเสนอภายในเป็นการแปลความหมายของสัญลักษณ์ของแต่ละบุคคล โดยวิธีการทางเลขคณิตและอื่น ๆ ซึ่งได้ถูกดึงมาจากหน่วยความจำ ส่วนการนำเสนอภายนอกเป็นรูปร่างและตำแหน่งของสัญลักษณ์ ปริภูมิความสัมพันธ์ของตัวเลขแต่ละตัว เพื่อที่จะทำให้การคูณประสบความสำเร็จ บุคคลจะต้องรับรู้ข้อมูลจากการนำเสนอภายนอกแล้วหลังจากนั้นสร้างความสัมพันธ์ระหว่างการนำเสนอภายนอกกับการนำเสนอภายใน จากการศึกษางานวิจัยของนักวิจัยซึ่งมีหลักทฤษฎีที่ช่วยเป็นแนวทางและเป็นประโยชน์ให้แก่ผู้ทำวิจัย พบว่า ในการทำวิจัยการสร้างความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตที่สำคัญทฤษฎีหนึ่งที่เสนอโดย Van Hiele กล่าวว่า ระดับการคิดเชิงเรขาคณิตออกเป็น 5 ระดับ (Pegg, 1995) ดังนี้

ระดับที่ 1 การรับรู้จากการมองเห็น (Visualization, or Recognition) รูปเรขาคณิตจะถูกพิจารณาตามรูปลักษณะทางกายภาพที่ปรากฏเห็น นักเรียนสามารถบอกชื่อ เปรียบเทียบ และจัดกระทำกับรูปเรขาคณิต การคิดระดับนี้เป็นการคิดที่เกี่ยวข้องกับรูปร่าง การสร้างความหมายของรูปเรขาคณิตจะขึ้นอยู่กับ การรับรู้จากการมองเห็น

ระดับที่ 2 การวิเคราะห์หรือพรรณารูปลักษณะ (Analysis, or Description) รูปเรขาคณิตจะถูกพิจารณาถึงสมบัติของรูปเรขาคณิตนั้น ๆ การคิดในระดับนี้สมบัติเชิงเรขาคณิตจะถูกอธิบายในลักษณะเฉพาะ ซึ่งสมบัติแต่ละสมบัติจะถูกมองในลักษณะที่เป็นอิสระต่อกัน นักเรียนยังไม่สามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติเหล่านั้นได้ การวิเคราะห์หิมนมิติเชิงเรขาคณิตของนักเรียนจะเป็นผลมาจากการสังเกตและการทำ การทดลอง โดยจะเริ่มจากการมองเห็นคุณลักษณะรูปเรขาคณิต แต่นักเรียนไม่สามารถบอกถึงความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติแต่ละอย่างได้ นอกจากนี้ นักเรียนไม่สามารถทำความเข้าใจในข้อสรุปหรือนิยามได้

ระดับที่ 3 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนหรือการจัดลำดับความสัมพันธ์ (Informal deduction, or Ordering) การคิดในระดับนี้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงหรือสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติที่ได้ค้นพบอย่างมีเหตุผล สมบัติเหล่านี้จะถูกนำมาจัดลำดับความสัมพันธ์ เช่น และนอกจากนี้นักเรียนยังสามารถให้คำจำกัดความอย่างมีความหมาย อย่างไรก็ตามนักเรียนยังไม่เข้าใจการให้เหตุผลเชิงนิรนัยทั้งหมดหรือเข้าใจบทบาทของสิ่งที่เห็นจริงแล้ว (Axiom) การให้เหตุผลเชิงนิรนัยในระดับนี้เป็นการให้เหตุผล โดยในรูปของผลลัพธ์ที่เกิดจากการปฏิบัติ ซึ่งจะเป็นพื้นฐานในการพัฒนาไปสู่การพิสูจน์อย่างเป็นแบบแผนในลำดับต่อไป

ระดับที่ 4 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างเป็นแบบแผน (Formal deduction) นักเรียนสามารถนำเอาทฤษฎีต่าง ๆ มาใช้ในการพิสูจน์และให้เหตุผล และสามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีทางเรขาคณิต นักเรียนสามารถพิสูจน์ด้วยวิธีการที่หลากหลายและมีความเข้าใจเกี่ยวกับปฏิสัมพันธ์ระหว่างเงื่อนไขหรือทฤษฎีที่จำเป็นและเหมาะสมในการพิสูจน์เรขาคณิต นอกจากนี้ นักเรียนยังสามารถแยกแยะและมีความเข้าใจในความแตกต่างระหว่างทฤษฎีกับทฤษฎีบทกลับการคิดเชิงเรขาคณิต ในระดับนี้เป็นระดับที่คาดหวังว่า นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาจะต้องมีตัวอย่างคำบรรยายของนักเรียน

ระดับที่ 5 การเป็นนามธรรม (Rigor) เป็นระดับที่นักเรียนสามารถสร้าง วิเคราะห์ และเปรียบเทียบทฤษฎีทางเรขาคณิตในระบบสัจพจน์ที่แตกต่างกัน เรขาคณิตจะถูกมองในรูปของความเป็นนามธรรม งานวิจัยของ Van Hiele (1986) ได้เสนอขั้นตอนต่าง ๆ ของการเรียนรู้เนื้อหาเรขาคณิตไว้ทั้งหมด 5 ขั้นตอน ซึ่ง Burger และ Shaughnessy (1986) เป็นผู้ตั้งชื่อแต่ละขั้นไว้เริ่มจากระดับที่ต่ำสุดไปสู่ระดับสูงสุด คือ องค์กรวม (holistic) วิเคราะห์ (analytic) นามธรรม (abstract) นิรนัย (deductive) และสุดยอดและแม่นยำ (rigorours)

คำถามวิจัย

การใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครูผู้สอน เรื่อง เส้นขนาน ตามแนวคิดทฤษฎีของ Zang และระดับ

ความเข้าใจทางเรขาคณิตของนักเรียน เรื่อง เส้นขนาน ตามแนวคิดทฤษฎีของ Van Hiele ระดับชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 โรงเรียนบ้านเสียว อำเภอโพธิ์ศรีสุวรรณ จังหวัด ศรีสะเกษ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 2 จังหวัดศรีสะเกษ เป็นอย่างไร

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครูผู้สอน เรื่อง เส้นขนาน ตามแนวคิดทฤษฎีของ Zang ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. เพื่อศึกษาระดับความเข้าใจทางเรขาคณิตของนักเรียน เรื่อง เส้นขนาน ตามแนวคิดทฤษฎีของ Van Hiele ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านเสียว อำเภอโพธิ์ศรีสุวรรณ จังหวัดศรีสะเกษ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 2 จังหวัดศรีสะเกษ

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ระบบการนำเสนอ (Representational systems) หมายถึง ระบบที่ประกอบด้วยระบบย่อย ๆ หลายระบบ เช่น ระบบภาษาพูด ภาษาเขียน ภาพเขียนหรือรูปภาพ รูปแบบการจัดการ และสถานการณ์จริงของโลกที่อยู่รอบ ๆ ตัวเรา การนำเสนอมี 2 แบบคือ การนำเสนอภายนอก (External representations) และการนำเสนอภายใน (Internal representations)
2. ระบบการนำเสนอภายนอกของครู หมายถึง การใช้ภาษา รูปภาพ สื่อของจริง สัญลักษณ์ทั่วไปทางคณิตศาสตร์ ไดอะแกรม รูปแบบการจัดการ สื่อของจริง และสถานการณ์จริง ในการจัดการเรียนรู้เรื่องเส้นขนาน เช่น ครูอธิบายความหมาย เงื่อนไขของเส้นขนานโดยใช้การวาดภาพพร้อมทั้งอธิบายรายละเอียด
3. ระดับความเข้าใจเชิงเรขาคณิต หมายถึง กระบวนการที่เกิดขึ้นภายในเฉพาะตัวบุคคล โดยที่แต่ละบุคคลมีการสร้างความเชื่อมโยงแนวคิด กระบวนการข้อเท็จจริง ที่มีความสัมพันธ์กัน ซึ่งเป็นผลมาจากการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างการนำเสนอภายในและการนำเสนอภายนอก และการเชื่อมโยงภายในของการนำเสนอในแต่ละรูปแบบ ระดับความเข้าใจเชิงเรขาคณิตสามารถมี

ความสอดคล้องกับระดับความเข้าใจตามแนวคิดทฤษฎีของ Van Hiele หมายถึง ระดับการคิดเชิงเรขาคณิตแบ่งออกเป็น 5 ระดับ (Pegg, 1995) ดังนี้

ระดับที่ 1 การรับรู้จากการมองเห็น (Visualization, or Recognition) รูปเรขาคณิตจะถูกพิจารณาตามรูปลักษณะทางกายภาพที่ปรากฏเห็น นักเรียนสามารถบอกชื่อ เปรียบเทียบ และจัดกระทำกับรูปเรขาคณิต เช่น สามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม มุม เส้นขนาน ซึ่งไม่เกี่ยวกับสมบัติของรูปเรขาคณิตนั้น การคิดระดับนี้เป็นการคิดที่เกี่ยวข้องกับรูปร่าง การสร้างความหมายของรูปเรขาคณิต จะขึ้นอยู่กับความรู้จากการมองเห็น (Visual perception) ตัวอย่างเช่น เส้นขนานมีลักษณะเหมือนไม้บรรทัด

ระดับที่ 2 การวิเคราะห์หรือพรรณารูปลักษณะ (Analysis, or Description) รูปเรขาคณิตจะถูกพิจารณาถึงสมบัติของรูปเรขาคณิตนั้น ๆ การคิดในระดับนี้สมบัติเชิงเรขาคณิตจะถูกอธิบายในลักษณะเฉพาะ ซึ่งสมบัติแต่ละสมบัติจะถูกมองในลักษณะที่เป็นอิสระต่อกัน นักเรียน ยังไม่สามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติเหล่านั้นได้ การวิเคราะห์ห้มนมิติเชิงเรขาคณิตของนักเรียน จะเป็นผลมาจากการสังเกตและการทำการทดลอง โดยจะเริ่มจากการมองเห็นคุณลักษณะรูปเรขาคณิต นักเรียนบอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วนั้นมีด้านเท่ากันสองด้าน มุมเท่ากันสองมุม และมีเส้นสมมาตร แต่นักเรียนไม่สามารถบอกถึงความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติแต่ละอย่างได้ นอกจากนี้ นักเรียนไม่สามารถทำความเข้าใจในข้อสรุปหรือนิยามได้ ตัวอย่างเช่น เส้นขนานมีลักษณะที่ประกอบด้วยเส้นตรงสองเส้นที่มีระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นเท่ากันตลอด

ระดับที่ 3 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนหรือการจัดลำดับความสัมพันธ์ (Informal deduction, or Ordering) การคิดในระดับนี้ นักเรียนสามารถเชื่อมโยงหรือสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติที่ได้ค้นพบ อย่างมีเหตุผล สมบัติเหล่านี้จะถูกนำมาจัดลำดับความสัมพันธ์ เช่น ในสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ข้อความจริงเกี่ยวกับด้านเท่ากันสองด้าน ซึ่งจะมีผลทำให้มุมที่อยู่ตรงข้ามกับด้านที่เท่ากันจะเท่ากันด้วย นอกจากนี้นักเรียน

เข้าใจเกี่ยวกับวงศ์ (Class) ของรูปเรขาคณิต กล่าวคือ นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ระหว่าง รูปเรขาคณิต แต่ละชนิด เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคือรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวของด้านทั้งสี่ด้านยาวเท่ากัน และนอกจากนี้ นักเรียนยังสามารถให้คำจำกัดความอย่างมีความหมาย อย่างไรก็ตาม นักเรียนยังไม่เข้าใจการให้เหตุผลเชิงนิรนัยทั้งหมดหรือเข้าใจบทบาทของสิ่งที่เห็นจริงแล้ว (Axiom) การให้เหตุผลเชิงนิรนัยในระดับนี้เป็นการให้เหตุผลโดยในรูปของผลลัพธ์ที่เกิดจากการปฏิบัติ ซึ่งจะเป็นพื้นฐานในการพัฒนาไปสู่การพิสูจน์อย่างเป็นแบบแผนในลำดับต่อไป

ระดับที่ 4 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างเป็นแบบแผน (Formal deduction) นักเรียนสามารถนำเอาทฤษฎีต่าง ๆ มาใช้ในการพิสูจน์และให้เหตุผล และสามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีทางเรขาคณิต นักเรียนสามารถพิสูจน์ด้วยวิธีการที่หลากหลายและมีความเข้าใจเกี่ยวกับปฏิสัมพันธ์ระหว่างเงื่อนไขหรือทฤษฎีที่จำเป็นและเหมาะสมในการพิสูจน์เรขาคณิต นอกจากนี้ นักเรียนยังสามารถแยกแยะและมีความเข้าใจในความแตกต่างระหว่างทฤษฎีกับทฤษฎีบทกลับการคิดเชิงเรขาคณิต ในระดับนี้เป็นระดับที่คาดหวังว่านักเรียนในระดับมัธยมศึกษาจะต้องมีตัวอย่างคำบรรยายของนักเรียน

ระดับที่ 5 การเป็นนามธรรม (Rigor) เป็นระดับที่นักเรียนสามารถสร้าง วิเคราะห์ และเปรียบเทียบ ทฤษฎีทางเรขาคณิตในระบบสัจพจน์ที่แตกต่างกัน เรขาคณิตจะถูกมองในรูปของความเป็นนามธรรม เช่น ถ้าสัจพจน์ที่เกี่ยวกับความขนานกัน ระบุว่าเส้นขนานทั้งสองเส้นไปพบกันที่อนันต์ นักเรียนสามารถนำไปใช้อย่างมีเหตุผล เช่น การนำนิยาม และทฤษฎีไปประยุกต์ใช้เพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่

4. แบบทดสอบเรื่องเส้นขนาน หมายถึง แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้ทดสอบนักเรียน หลังจากเรียนจบในแต่ละเรื่อง เพื่อนำมาวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎีของ Van Hiele เป็นข้อสอบอัตนัย ชุดที่ 1 จำนวน 9 ข้อ และชุดที่ 2 จำนวน 4 ข้อ

5. โปรโตคอล (Protocol) หมายถึง ข้อความที่ได้จากการถอดจากการบันทึกเสียงพูดคุยนักเรียนในระหว่างที่ทำกิจกรรม ด้วยเครื่องบันทึกเสียงหรือเครื่องบันทึกวีดิทัศน์ เพื่อให้เห็นถึงยุทธวิธีที่นักเรียนนำมาใช้ในการทำกิจกรรมและเห็นถึงวิธีคิดของนักเรียน ตลอดจนการอธิบาย อภิปรายซักถามกันในกลุ่มหรือกับครูหรือผู้วิจัยเพื่อทำความเข้าใจปัญหาเหล่านั้น

6. ครู หมายถึง ครูที่กำลังสอนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จากโรงเรียนบ้านเสียว อำเภอโพธิ์ศรีสุวรรณ จังหวัดศรีสะเกษ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา ศรีสะเกษ เขต 2 จังหวัดศรีสะเกษ จำนวน 1 คน

7. นักเรียน หมายถึง นักเรียนที่กำลังเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนบ้านเสียว อำเภอโพธิ์ศรีสุวรรณ จังหวัดศรีสะเกษ จำนวน 6 คน สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา ศรีสะเกษ เขต 2 จังหวัดศรีสะเกษ ที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย

ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาเกี่ยวกับการใช้การนำเสนอภายนอกของครูที่กำลังสอนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จากโรงเรียนบ้านเสียว อำเภอโพธิ์ศรีสุวรรณ จังหวัดศรีสะเกษ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 2 จังหวัดศรีสะเกษ จำนวน 1 คน และความเข้าใจของนักเรียนเรื่อง เส้นขนาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 6 คน ที่กำลังศึกษาในปีการศึกษา 2552 โดยใช้เนื้อหาตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เส้นขนาน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

1) แบบทดสอบเรื่องเส้นขนาน เป็นข้อสอบแบบอัตนัยจำนวน 2 ชุด ชุดที่ 1 จำนวน 9 ข้อ และชุดที่ 2 จำนวน 4 ข้อ เพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายใน เส้นขนานและมุมแย้ง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม

2) แบบบันทึกภาคสนาม เพื่อบันทึกพฤติกรรมของครูโดยเน้นการนำเสนอภายนอกของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องเส้นขนาน ลักษณะเป็นแบบปลายเปิด

3) แบบบันทึกภาคสนาม เพื่อบันทึกพฤติกรรมการทำแบบทดสอบของนักเรียนเรื่องเส้นขนาน ลักษณะเป็นแบบปลายเปิด

4) เครื่องบันทึกเสียงและแถบบันทึกเสียง ใช้บันทึกเสียงของครูขณะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ บันทึกเสียงในขณะที่นักเรียนทำแบบทดสอบ และบันทึกเสียงสัมภาษณ์ที่ผู้วิจัยสัมภาษณ์นักเรียนหลังจากทำแบบทดสอบ

5) เครื่องบันทึกวีดิทัศน์และแถบบันทึกวีดิทัศน์ โดยใช้บันทึกการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครู จำนวน 3 เครื่อง เครื่องบันทึกวีดิทัศน์ตัวที่ 1 ทำการบันทึกขณะที่ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยติดตามครูอย่างใกล้ชิด เพื่อให้เห็นการนำเสนอภายนอกของครู เครื่องบันทึกวีดิทัศน์ตัวที่ 2 ทำการบันทึกพฤติกรรมของนักเรียนขณะที่ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เครื่องบันทึกวีดิทัศน์ตัวที่ 3 ทำการบันทึกภาพรวมของชั้นเรียนในระหว่างที่ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้

6) กล้องบันทึกภาพนิ่ง โดยผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยใช้เพื่อบันทึกภาพนิ่งในเหตุการณ์ที่น่าสนใจหรือสำคัญ พฤติกรรมของครูในขณะที่ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พฤติกรรมของนักเรียนในขณะที่ทำแบบทดสอบ และใช้สำหรับบันทึกภาพรวมทั่วไปในขณะที่ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องเส้นขนาน

7) แบบบันทึกการสัมภาษณ์ เป็นการสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง มีลักษณะปลายเปิด ซึ่งทำการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมายภายหลังจากเสร็จสิ้นการทำแบบทดสอบ เป็นการสัมภาษณ์เชิงลึกในประเด็นที่เกี่ยวกับการตรวจสอบแนวคิดของนักเรียน และประเด็นต่าง ๆ ที่ยังไม่ชัดเจน หลังจากทำแบบทดสอบ โดยนำชิ้นงานของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบมาเป็นเอกสารประกอบการสัมภาษณ์

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1) โปรโตคอลที่ได้จากการบันทึกวีดิทัศน์ และบันทึกเสียงในขณะที่ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และในขณะที่นักเรียนทำแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์หลังจากการทำแบบทดสอบ

2) วีดิทัศน์การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครู และการทำแบบทดสอบของนักเรียน ใช้บันทึกภาพรวมของการเก็บข้อมูล

3) ผลการตอบแบบทดสอบของนักเรียน นำมาวิเคราะห์ความระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย

4) บันทึกภาคสนาม ใช้บันทึกการนำเสนอภายนอกของครูในการจัดการเรียนรู้

5) แบบบันทึกการสัมภาษณ์ ใช้บันทึกการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมายหลังการทำแบบทดสอบ

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยทำการศึกษาภูมิหลังเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ในโรงเรียนที่ทำการศึกษาคือ สังเกตและศึกษาเกี่ยวกับ แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องเส้นขนาน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในห้องเรียน พฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน พฤติกรรมการสอนของครูประสิทธิภาพการปฏิบัติงาน และภาระงานที่ได้รับมอบหมายของครูที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย

2. ผู้วิจัยทำการศึกษาและสร้างเครื่องมือในการทำวิจัยคือ แบบทดสอบที่เกี่ยวกับเส้นขนาน เมื่อเสร็จแล้วนำเสนอให้อาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบและหาประสิทธิภาพของเครื่องมือโดยการนำไปทดลองกับกลุ่มนักเรียนโรงเรียนอื่นที่อยู่ในระดับเดียวกับกลุ่มเป้าหมาย จากนั้นนำข้อสังเกตและข้อบกพร่องมาปรับปรุงแก้ไข แล้วนำเครื่องมือที่ได้รับการแก้ไขแล้ว เสนอให้อาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบอีกครั้ง

3. เก็บรวบรวมข้อมูลโดยบันทึกวีดิทัศน์การจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ของครู เรื่องเส้นขนาน เพื่อบันทึกการใช้การนำเสนอภายนอกของครูหลังจากครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้เสร็จในแต่ละเรื่องผู้วิจัยให้นักเรียน

ทำแบบทดสอบที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่ครูสอนในแต่ละคาบ ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยสังเกตและบันทึกวิธีทัศน์พร้อมบันทึกเสียงในขณะที่นักเรียนกลุ่มเป้าหมายทำแบบทดสอบในชั้นเรียน

4. ผู้วิจัยสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมายหลังจากทำแบบทดสอบ เพื่อทำความเข้าใจให้ชัดเจนยิ่งขึ้นเกี่ยวกับระดับความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับเรื่องเส้นขนานเป็นรายบุคคล

5. ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการบันทึกวิธีทัศน์การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครู และการทำแบบทดสอบของนักเรียน การสัมภาษณ์ และการบันทึกเสียงเกี่ยวกับเรื่องเส้นขนานมาถอดโปรโตคอล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ผู้วิจัยได้จำแนกการวิเคราะห์ออกเป็น 2 ส่วน ดังนี้

1. การวิเคราะห์การใช้การนำเสนอภายนอกของครูผู้สอน ในกรณีนี้ผู้วิจัยได้ใช้ข้อมูลจากการบันทึกวิธีทัศน์ในขณะที่ครูทำการสอน รวมทั้งบันทึกที่ได้จากการสังเกตการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จากผู้ช่วยผู้วิจัย โดยผู้วิจัยทำการวิเคราะห์โดยใช้กรอบทฤษฎีของ Goldin (1998) ซึ่งประกอบด้วย การใช้ภาษา การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การใช้รูปภาพ และของจริง

2. การวิเคราะห์ระดับความเข้าใจเชิงเรขาคณิตของนักเรียนที่เรียนโดยครูผู้เข้าร่วมการวิจัยในการวิเคราะห์นี้ข้อมูลที่ใช้ได้จากการทำแบบทดสอบและแบบสัมภาษณ์ ผู้วิจัยวิเคราะห์ระดับความเข้าใจนี้โดยใช้กรอบทฤษฎีของ Van Hiele (Pegg, 1996) ผลของการศึกษา

สรุปผลวิจัย

1. นักเรียนสามารถรับรู้ได้ว่าเส้นตรงทั้ง 2 เส้นจะขนานกันเมื่อความกว้างของระยะห่างระหว่างเส้นตรงทั้ง 2 เส้นเท่ากัน จากการพิจารณาด้วยสายตาเบื้องต้น

2. นักเรียนมีความสามารถในการพิจารณาว่าเส้นตรง 2 เส้นขนานกันหรือไม่ และเมื่อนักเรียนเห็นเช่นนั้นแล้ว นักเรียนสามารถรู้ได้ว่าเส้นขนานทั้ง 2 เส้นนั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้

3. นักเรียนไม่สามารถนำเอาเหตุผลเรื่องเส้นขนานทั้งจากบทนิยามของเส้นขนานและทฤษฎีบทของเส้นขนานมาใช้ในการพิจารณาเพื่อหาคำตอบที่ถูกต้องที่สุดตามความรู้และความเข้าใจของนักเรียนที่เรียนเรื่องเส้นขนานมา และไม่นำไปใช้ในสถานการณ์อื่นที่มีลักษณะใกล้เคียงกัน หรือประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่นได้

การวิเคราะห์การนำเสนอภายนอกของครู ผลปรากฏว่า ครูใช้การนำเสนอภายนอกที่เห็นได้อย่างชัดเจนตลอดระยะเวลาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน คือ การใช้ภาษา และการใช้รูปภาพ ครูใช้ภาษาในการอธิบายทฤษฎีบท อธิบายการทำให้พ้อยและอธิบายตัวอย่างที่ครูยกขึ้นมา โดยภาษาที่ครูใช้นั้น เป็นภาษาที่เรียบง่าย ไม่ซับซ้อนเพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าใจในเรื่องที่ครูอธิบายได้โดยง่าย เนื่องจากต้องการที่จะทำให้นักเรียนรับรู้และเข้าใจในเรื่องที่ครูต้องการสื่อสารอย่างรวดเร็ว และเข้าใจถูกต้องตรงตามที่ครูคาดหวังไว้ การใช้รูปภาพที่ครูสร้างขึ้นในการอธิบายทฤษฎีบทโดยวาดภาพลงบนกระดานเพื่อยกตัวอย่าง ทำให้นักเรียนสามารถเข้าใจได้ง่ายขึ้น ผลจากการใช้การนำเสนอภายนอกของครูนั้น มีผลทำให้นักเรียนทั้ง 6 คน สามารถพัฒนาระดับความเข้าใจเชิงเรขาคณิตถึงระดับที่ 4 นักเรียนสามารถรับรู้เนื้อหาเรื่องเส้นขนานจากการมองเห็นเท่านั้น และยังไม่สามารถ พัฒนาถึงระดับที่สูงกว่า

อภิปรายผลการวิจัย

1. การใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครู ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครู พบว่า ครูที่เป็นกรณีศึกษาใช้ระบบการนำเสนอภายนอกในการจัดการเรียนรู้ค่อนข้างจำกัดนั่นคือส่วนมากจะใช้ภาษาทั่วไปในการอธิบายนิยามและศัพท์ต่าง ๆ เช่น เส้นขนาน ความสัมพันธ์ของมุมในเส้นขนาน ทฤษฎีที่เกี่ยวกับเส้นขนาน นอกจากนี้ยังพบว่า ครูพยายามให้นักเรียนสร้างความเข้าใจในทฤษฎีที่เสนอไว้โดยการวาดภาพประกอบและพร้อมทั้งยกตัวอย่างแต่อย่างไรก็ตามจากการวิเคราะห์การสอนของครู จะเห็นว่าครูใช้เวลาในการเสนอเนื้อหาค่อนข้างจำกัด นั่นคือใช้เวลาเพียง 2 คาบ คาบละ 50 นาทีในการอธิบายทฤษฎีบท

และอีก 1 คาบให้ทำแบบฝึกหัด แม้ว่าจากการวิเคราะห์พฤติกรรมการสอนของครูพบว่าครูพยายามสอนอย่างเป็นลำดับขั้นตอนแต่เนื่องจากการอธิบายที่ค่อนข้างเร็วจึงทำให้นักเรียนตามไม่ทัน ซึ่งมีผลต่อการเรียนรู้ อีกทั้งเนื่องจากครูผู้สอนไม่ได้คำนึงถึงการพัฒนาความเข้าใจเชิงเรขาคณิตทำให้การจัดการเรียนรู้ไม่สอดคล้องกับธรรมชาติของการเรียนรู้เรขาคณิตของ Van Hiele (Pegg, 1996) ด้วยเหตุนี้จึงทำให้นักเรียนไม่สามารถพัฒนาระดับความเข้าใจเชิงเรขาคณิตเท่าที่ควร

2. การพัฒนาระดับความเข้าใจเชิงเรขาคณิต

จากการศึกษาครั้งนี้พบว่าระดับความเข้าใจเชิงเรขาคณิตของนักเรียน ตามแนวคิดทฤษฎี ของ Van Hiele เรื่อง เส้นขนาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ศึกษากลุ่มเป้าหมายจำนวน 6 คน โดยให้ข้อสมมติ ดังนี้ อ้อ นิ่ม นา เมย์ นิ และต้น ภายหลังการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครู ผลปรากฏว่า อ้อ นิ่ม นาและเมย์ มีระดับความเข้าใจเชิงเรขาคณิต เพียงระดับที่ 1 การรับรู้จากการมองเห็น ส่วนนิและต้นมีระดับความเข้าใจเชิงเรขาคณิตเพียงระดับที่ 1 อาจจะด้วยเหตุผลว่า การใช้เวลาในการสอนของครูค่อนข้างน้อย และวิธีการสอนของครูไม่สอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาระดับความเข้าใจเชิงเรขาคณิตของ Van Hiele อีกทั้งการใช้การนำเสนอ

ก็ค่อนข้างจำกัด ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Goldin & Kaput (1996) ที่ว่าถ้าการนำเสนอของครูไม่มีความชัดเจน หรือมีความจำกัด การเรียนรู้ของนักเรียนก็จะมีประสิทธิภาพน้อยลง

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะจากการทำวิจัย

1. ในการทำกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเส้นขนานครูควรเน้นให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการปฏิบัติกิจกรรมทุกคน

2. ในการเรียนการสอนเรื่องเส้นขนานควรให้นักเรียนมีความเข้าใจตั้งแต่บทนิยาม ทฤษฎีบทต่าง ๆ ของเส้นขนานโดยต้องใช้การนำเสนอที่หลากหลาย

3. ก่อนการสอนเนื้อหาวิชาเรขาคณิตครูควรศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตให้เข้าใจเพื่อที่จะสามารถจัดการเรียนรู้ได้สอดคล้องกับธรรมชาติของการพัฒนา ซึ่งจะช่วยให้จัดกิจกรรมได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

ควรมีการศึกษาการนำเสนอเรื่องเส้นขนานที่หลากหลายรูปแบบ เพื่อนำมาพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้นักเรียนให้เกิดความรู้ความเข้าใจได้อย่างมีคุณภาพ

เอกสารอ้างอิง

- กรมวิชาการ. (2544). **เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). **หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. กรุงเทพฯ: ชุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กัลยา ทองสุ. (2545). **การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3**. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- โครงการ TIMSS 2007. (2552). **ผลการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับนานาชาติของโครงการ TIMSS 2007 ประเทศไทยอยู่ตรงไหน (ฉบับอิเล็กทรอนิกส์)**. นิตยสาร สสวท., 37(160), 7-11.

- ชมพู สีสัน. (2551). การใช้รูปแบบการนำเสนอเชิงคณิตศาสตร์ที่หลากหลายในกระบวนการแก้ปัญหา เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ ชั้นปีที่ 1 วิทยาลัยการอาชีพศิขรภูมิ จังหวัดสุรินทร์. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- เบญจวรรณ ชัยปลัด. (2550). การวิเคราะห์การนำเสนอ (Representation) ของครูคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนการสอนเรื่องเศษส่วน. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิตสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สมควร สีชมพู. (2549). การศึกษาระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนตามโมเดล แวนฮิลล์. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2543). คณะอนุกรรมการปฏิรูปการเรียนรู้: ปฏิรูปการเรียนรู้ ผู้เรียนสำคัญที่สุด. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- อัจฉริยา พงศ์พิษณุ. (2551). การคิดวิเคราะห์แนวคิดทางคณิตศาสตร์จากการแสดงแทนจำนวนเต็มลบ ในสถานการณ์แก้ปัญหาปลายเปิด. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- อำพร จุลพล. (2550). การสร้างแบบทดสอบอัตนัยเพื่อวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- Goldin A. G. (1998). Representational Systems, Learning and Problem Solving in Mathematics. *Journal of Mathematic Behavior*, 17(2), 137-165.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.