

การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน โดยใช้วิธีสอนตามแนวคิดของ van Hiele และใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

The Development of Mathematics Learning Activities about Parallel lines based on van Hiele's Teaching model and used The Geometer's Sketchpad as a learning tool for Mathayomsuksa 2 Student*

อนนท์ ฤกษ์ชัยลาม (Anon Ruechailam)**

หล้า ภาวภูตานนท์ (Lha Pavaputanon, Ph.D.)***

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน โดยใช้วิธีสอนตามแนวคิดของ van Hiele และใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ และพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้มีจำนวนนักเรียนไม่น้อยกว่า ร้อยละ 70 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 45 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 12 แผน แบบทดสอบท้ายวงจร และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตตามทฤษฎีของ van Hiele จากระดับที่ 2 การวิเคราะห์หรือการพรรณนาอุปลักษณะ เป็นระดับที่ 3 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนหรือการจัดลำดับความสัมพันธ์ และได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 86.15 และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 41 คน คิดเป็นร้อยละ 91.11 ของนักเรียนทั้งหมด

Abstract

The objectives of this research were to develop Mathematics learning activities about Parallel lines based on van Hiele's teaching model and used The Geometer's Sketchpad as a learning tool, and to improve students' Mathematics achievement so that at least 70% of them could have average score not less than 70%. The samples were 45 Mathayomsuksa 2 students, and the research instrument including 12 lesson plans, practical cycles test, and achievement tests.

คำสำคัญ: คณิตศาสตร์ van Hiele The Geometer's Sketchpad

Keyword: Mathematics, van Hiele, The Geometer's Sketchpad

* ได้รับทุนสนับสนุนการทำวิทยานิพนธ์จากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และ ทุนอุดหนุนและส่งเสริมการทำวิทยานิพนธ์จากบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น ปี พ.ศ. 2553

** นักศึกษาลัทธิศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

*** อาจารย์คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

The research findings were as follows, the students were able to develop their level of geometric thinking form level 2 (analysis of description of geometric characters) to level 3 (informal deduction or ordering) according to van Hiele's theory and the average score of students learning achievement was 86.15%. There were 41 students or 91.11% of total students.

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันความเจริญทางด้านเทคโนโลยีเข้ามามีบทบาทในชีวิตประจำวันของมนุษย์มากขึ้นทำให้เกิดเป็นสังคมสารสนเทศซึ่งต้องใช้ปัญญา ใช้เหตุผล และต้องพึ่งพา เทคโนโลยีในการแสวงหาความรู้ ดังที่พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 หมวด 9 มาตรา 66 ได้กล่าวไว้ว่า ผู้เรียนมีสิทธิได้รับการพัฒนาขีดความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเพื่อการศึกษาในโอกาสแรกเท่าที่ทำได้ เพื่อให้มีความรู้และทักษะเพียงพอที่จะใช้เทคโนโลยีเพื่อการศึกษาในการแสวงหาความรู้ด้วยตนเองได้อย่างเนื่องตลอดชีวิต (กระทรวงศึกษาธิการ, 2546)

คณิตศาสตร์ถือเป็นรากฐานสำคัญของความเจริญก้าวหน้าทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เห็นได้อย่างเด่นชัด ในปัจจุบันมีการคิดค้นและพัฒนาองค์ความรู้ใหม่ ๆ เป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาประเทศและโลก ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานหลัก (ชนิศวรา ฉัตรแก้ว, 2549) อีกทั้งคณิตศาสตร์ยังมีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา นำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข จึงเป็นกลุ่มสาระการเรียนรู้หนึ่งที่ได้บรรจุไว้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) เรขาคณิตเป็นสาระหนึ่งของคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักการสังเกต การสำรวจ การมีเหตุผล จึงเป็นศาสตร์ที่มีความหมาย มีคุณค่า มีประโยชน์และผูกพันกับชีวิตมนุษย์มานาน (ปานทอง กุลนาถศิริ, 2541) แนวคิดดังกล่าวสอดคล้องกับ พินดา กองเกตุใหญ่ (2542) ได้กล่าวถึงความสำคัญของเรขาคณิตว่าเป็นวิชาที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการอ่านและตีความทางคณิตศาสตร์ เป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์แขนงอื่น ได้แก่ พีชคณิต ตรรกศาสตร์ แคลคูลัส และเป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาอื่น ได้แก่ ฟิสิกส์ ศิลปะ ดาราศาสตร์ เคมี ชีววิทยา

สถาปัตยกรรม และการออกแบบเกี่ยวกับวิศวกรรม เป็นต้น และสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ แต่การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรขาคณิตในโรงเรียนยังเน้นให้นักเรียนท่องจำเนื้อหาและสร้างรูปเรขาคณิตตามลำดับขั้นตอนหรือตามคำสั่ง ซึ่งวิธีการเหล่านี้ไม่ได้ส่งเสริมให้นักเรียนมีประสบการณ์การคิดที่เกี่ยวกับการคิดวิเคราะห์ พิสูจน์ ให้เหตุผล และความสัมพันธ์ของมิติต่าง ๆ ซึ่งมีผลต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ, 2546)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตในปัจจุบัน ครูผู้สอนส่วนใหญ่ยังคงเน้นให้นักเรียนท่องจำ สูตร กฎ นิยาม ทฤษฎีที่มีอยู่ในหลักสูตรหรือเนื้อหาวิชา แล้วก็อธิบายที่มา ยกตัวอย่าง สาธิตวิธีการแก้โจทย์ปัญหา สิ่งเหล่านี้เป็นเพียงแค่วิธีการให้นักเรียนทำตามกรอบที่ครูวางเอาไว้ เป็นเพียงการบอกคณิตศาสตร์กับนักเรียน ซึ่งเป็นการปิดกั้นไม่เปิดโอกาสให้เขาได้เรียนรู้อย่างแท้จริง ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ (2546) และ พินดา กองเกตุใหญ่ (2542) กล่าวว่านักเรียนส่วนใหญ่มีเจตคติที่ไม่ดีต่อเรขาคณิตและไม่ชอบเรียนเรขาคณิต เพราะการเรียนที่ต้องจดจำทฤษฎีบทต่าง ๆ จำลำดับขั้นการพิสูจน์ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของชนิศวรา ฉัตรแก้ว (2549) ได้กล่าวถึงปัญหาที่พบด้านการเรียนเรขาคณิต คือ ขั้นตอนกระบวนการที่ได้มาซึ่งข้อสรุปค่อนข้างยากลำบาก การสร้างความเข้าใจในเนื้อหา นักเรียนต้องเป็นผู้ลงมือสร้าง วาด วัด คำนวณ สังเกตรูปหรือทฤษฎีเรขาคณิตด้วยตนเอง ซึ่งในบางขั้นตอนมีรายละเอียดการสร้างค่อนข้างมากและต้องใช้ความพยายามสูง อีกทั้งรูปที่สร้างมีลักษณะเป็นภาพนิ่ง หากต้องการเปลี่ยนมิติหรือมุมมองของรูป นักเรียนต้องสร้างรูปนั้น ๆ อีกครั้ง ทำให้ไม่สามารถสร้างแรงจูงใจนักเรียนในการเรียนเรขาคณิต ซึ่งข้อจำกัดเหล่านี้อาจทำให้นักเรียนรู้สึกเบื่อหน่าย รู้สึกยุ่งยาก จนอาจเลยไปถึงมีเจตคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของผู้วิจัยที่ผ่านมาพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่ชอบเรียนเรขาคณิต ยังคงมองเรขาคณิตเป็นเรื่องยาก ไม่เข้าใจในหลักการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ขาดทักษะในการวาดรูปเรขาคณิต และการจดจำทฤษฎีบทต่าง ๆ ประกอบกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของผู้สอนที่ยังใช้

รูปแบบเดิม คือ ใช้วิธีการวาดรูปเรขาคณิตบนกระดานดำ ซึ่งก่อให้เกิดความเสียเวลา และขาดความต่อเนื่องจากการวาดไม่ถูกต้อง ส่งผลให้ผู้เรียนขาดความเข้าใจ และมีเจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียนเรขาคณิต

มีนักคณิตศาสตร์หลายท่านได้พยายามแก้ปัญหาเหล่านี้ Pierre Marie van Hiele และ Dina van Hiele-Gelgof (Molina, 1990; van Hiele, 1986 อ้างใน ชนิศรฉัตรแก้ว, 2549) สองสามีภรรยาชาวเนเธอร์แลนด์ ผู้เป็นสามีได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียน โดยได้กำหนดระดับการคิดออกเป็น 5 ระดับ คือ ระดับที่ 1 การรับรู้จากการมองเห็น (Visualization, or Recognition) ระดับที่ 2 การวิเคราะห์หรือการพรรณนารูปลักษณะ (Analysis, Description) ระดับที่ 3 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน (Informal deduction, or Ordering) ระดับที่ 4 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างเป็นแบบแผน (Formal deduction) และระดับที่ 5 การเป็นนามธรรม (Rigor) และ Dina van Hiele-Gelgof ได้ศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิต โดยกำหนดขั้นตอนการสอนไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 ขั้นการรับข้อมูล (Information หรือ Inquiry) ขั้นที่ 2 ขั้นการแนะนำสิ่งใหม่ (Directed orientation) ขั้นที่ 3 ขั้นการอธิบาย (Explication) ขั้นที่ 4 ขั้นการกำหนดทิศทางอย่างมีอิสระ (Free orientation) และขั้นที่ 5 ขั้นบูรณาการ (Integration) ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของ van Hiele ครูผู้สอนควรตรวจสอบและประเมินความเข้าใจของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอเวลาสอน มีให้การเปลี่ยนแปลงเกี่ยวกับวิธีการคิดทางเรขาคณิต (Swafford, Jones & Thornton, 1997)

เนื่องจากเรขาคณิตเป็นเนื้อหาที่มีความเป็นรูปธรรม เช่น รูปเรขาคณิตต่าง ๆ และมีความเป็นนามธรรม เช่น การให้เหตุผล การพิสูจน์การแก้ปัญหา การที่ครูผู้สอนจะสามารถพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนจากขั้นรูปธรรมไปจนถึงขั้นนามธรรม ก็จะต้องมีแผนการจัดการเรียนที่มีเทคนิควิธีสอนที่เหมาะสม แนวการสอนของ van Hiele ซึ่งเป็นแนวการสอนที่ส่งเสริมกระบวนการคิดในการเรียนเรขาคณิตจากง่ายไปสู่ยาก มีส่วนช่วยในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิต ให้เหมาะสมกับความสามารถและพัฒนาการทางด้านสติปัญญาของนักเรียน จากผลการศึกษาของ นวลศรี ขำนาญกิจ (2544) โดยใช้ลำดับขั้นของ Dina van Hiele ที่มีต่อระดับการคิดเชิงเรขาคณิตตามตัวแบบของ van Hiele และความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาครู

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์ พบว่า นักศึกษาครูที่ได้รับการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของ Dina van Hiele มีระดับการคิดเชิงเรขาคณิตและความสามารถในการพิสูจน์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน นอกจากนี้ เบญจพร สว่างศรี (2545) ศึกษาผลการสอนเรขาคณิตด้วยลำดับขั้นของ van Hiele ที่มีต่อระดับการคิดและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุพรรณบุรี พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตและระดับการคิดทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนตามลำดับขั้นของ van Hiele สูงขึ้น

การนำเทคโนโลยีเข้ามาในกิจกรรมการเรียนรู้เป็นทางเลือกหนึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นระดับการคิดเชิงเรขาคณิต (นิตยา อุดมผล, 2551) โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือ GSP เป็นหนึ่งในโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตที่มีประสิทธิภาพสูงและนิยมนำมาใช้ในการเรียนการสอนเรขาคณิตมากกว่า 60 ประเทศทั่วโลก ลักษณะของโปรแกรมที่ออกแบบมาให้ง่ายต่อการใช้งาน การทำความเข้าใจ การสื่อความหมายตรงกันกับหน้าที่ของเครื่องมือในโปรแกรม เป็นโปรแกรมที่ช่วยส่งเสริมกระบวนการค้นพบ การสำรวจ การมองเห็นและการวิเคราะห์ปัญหาสร้างข้อความคาดการณ์ก่อนที่จะพยายามทำการพิสูจน์ (ชนิศรฉัตรแก้ว, 2549)

จากการศึกษาวรรณกรรมและงานวิจัยพบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สามารถช่วยให้นักเรียนสร้างความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตได้เป็นอย่างดี เช่น ชนิศรฉัตรแก้ว (2549) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิตและลำดับขั้นการคิดทาง เรขาคณิต ตามรูปแบบ van Hiele โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่านักเรียนมีลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบ van Hiele เพิ่มขึ้นมากที่สุดในช่วง 2 นักเรียนมีความคิดเห็นที่ดีต่อการจัดหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิตโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัตและการใช้โปรแกรม GSP มีความเหมาะสมในหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิต นอกจากนี้ นิตยา อุดมผล (2551) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้เรื่องวงรี โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้พบว่าการศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในการพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียน ตามรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของ van Hiele โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

เป็นกิจกรรมที่ทำทนาย สามารถกระตุ้นให้นักเรียนมีการคาดเดาหรือทำนายผล และตรวจสอบผลการคาดเดา ส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์และสร้างความรู้ด้วยตนเอง การพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตสามารถพัฒนาตามกรอบทฤษฎีของ van Hiele จากระดับ 2 การวิเคราะห์หรือการพรรณนารูปลักษณะ เป็นระดับ 3 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนหรือจัดลำดับความสัมพันธ์

จากเหตุผลที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะนำแนวคิดเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางเรขาคณิตของ van Hiele มาใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสุวรรณคูหาพิทยาสรรค์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 19 (เลย-หนองบัวลำภู) ปีการศึกษา 2553 เพื่อการพัฒนาทักษะทางเรขาคณิตที่สำคัญ เช่น การสำรวจ ตรวจสอบ การสืบเสาะ การสร้างข้อความคาดการณ์ ซึ่งจะมีผลช่วยให้เกิดการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนให้สอดคล้องตามเกณฑ์หรือเป้าหมายที่กำหนดไว้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน โดยใช้วิธีสอนตามแนวคิดของ van Hiele และใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้
2. เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้มีจำนวนนักเรียนไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้** หมายถึง กระบวนการดำเนินการตามกรอบทฤษฎี ที่ใช้ในการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นความรู้ความเข้าใจ มีองค์ประกอบ 5 ขั้นตอน คือ ขั้นวิเคราะห์ทฤษฎี (Theoretical analysis) โดยใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และทฤษฎีของ van Hiele ซึ่งประกอบด้วย 2 ส่วน คือ ระดับการคิดเชิงเรขาคณิตและขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นวางแผน (Planning) เป็นการสำรวจและวิเคราะห์ปัญหาเตรียมผู้ช่วยวิจัย นักเรียน และสิ่งที่เกี่ยวข้อง พร้อมทั้ง

สร้างเครื่องมือวิจัย เช่น แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องเส้นขนานตามขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของ van Hiele และสร้างเครื่องมือประกอบการเรียนรู้จากโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ขั้นปฏิบัติการสอน (Implementation of Instruction) เป็นการนำเครื่องมือวิจัยไปใช้ เช่น แผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น ขั้นสังเกตและประเมินผล (Observation and assessment) ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยสังเกตพฤติกรรมการสอนขณะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนแต่ละคน ประเมินผลการจัดกิจกรรมเรื่องเส้นขนาน และขั้นสะท้อนการปฏิบัติ (Reflection) ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยร่วมกันวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้เพื่อปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และนำกลับไปใช้ในวงจรต่อไป

2. ระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของ van Hiele

หมายถึง ระดับขั้นของความเข้าใจที่เป็นนามธรรมเกี่ยวกับเรขาคณิต ซึ่ง van Hiele ได้แบ่งระดับการคิดเชิงเรขาคณิตออกเป็น 5 ระดับ คือ ระดับที่ 1 การรับรู้จากการมองเห็น (Visualization, or Recognition) ระดับที่ 2 การวิเคราะห์หรือการพรรณนารูปลักษณะ (Analysis, Description) ระดับที่ 3 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนหรือการจัดลำดับความสัมพันธ์ (Informal deduction, or Ordering) ระดับที่ 4 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างเป็นแบบแผน (Formal deduction) ระดับที่ 5 การเป็นนามธรรม (Rigor) โดยการพัฒนาในระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนแต่ละระดับจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีสอนตามแนวคิดของ van Hiele ซึ่งกำหนดขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไว้ 5 ขั้น คือ ขั้นที่ 1 การรับข้อมูล (Information หรือ Inquiry) ในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะมีการสนทนากันเกี่ยวกับกิจกรรมที่กำลังศึกษา นักเรียนจะได้ทำการสำรวจโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ มีการสังเกต ตั้งคำถาม และตีความ ขั้นที่ 2 การแนะนำสิ่งใหม่ (Directed orientation) นักเรียนมีการพูดคุยในสิ่งที่ได้ทำการสำรวจ ได้รับการอธิบายโดยตรงจากครู เกี่ยวกับความหมาย สัญลักษณ์ต่าง ๆ และสิ่งที่เป็นปัญหาที่เกิดขึ้น ในขั้นที่ 1 นักเรียนจะมีการพูดคุย พร้อมกับนำสิ่งที่สำรวจได้ในแต่ละอันมาสร้างความเข้าใจเชิงเรขาคณิต ขั้นที่ 3 การอธิบาย (Explication) นักเรียนมีการอภิปราย อธิบายผลการกระทำที่ได้จากขั้นที่ 2 คำพูดของนักเรียน ครูสามารถที่จะบอกคำเฉพาะที่ใช้กับการอธิบายของนักเรียนได้ ขั้นที่ 4 การกำหนดทิศทางอย่างอิสระ (Free orientation) นักเรียนทำกิจกรรมที่ต้องใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ซับซ้อน

นักเรียนจะใช้ความสามารถและประสบการณ์เดิมช่วยในการแก้ปัญหา และกิจกรรมนั้นต้องเป็นกิจกรรมที่มีจินตนาการให้เกิดผลตามนั้น ขั้นที่ 5 คือการบูรณาการ (Integration) เป็นการทบทวนความรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะ อภิปรายและสรุปสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ โดยการเชื่อมโยงแต่ละส่วนที่ได้จากการเรียนรู้ให้สัมพันธ์กัน ซึ่งขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ข้างต้นเป็นกิจกรรมที่มีความหลากหลาย มีทั้งกิจกรรมกิจกรรมกลุ่มและกิจกรรมรายบุคคล

3. โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หมายถึง โปรแกรมสำเร็จรูปที่ใช้เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ ที่สามารถให้ข้อมูลเชิงจำนวนเกี่ยวกับการสร้างทางเรขาคณิตได้ โดยมีลักษณะเด่น คือ เป็นโปรแกรมที่มีความเป็นพลวัต สามารถเคลื่อนที่ เคลื่อนไหว เปลี่ยนแปลงค่าได้ ผู้ใช้สามารถสร้างรูป หรือวัตถุทางเรขาคณิตด้วยเครื่องมือที่มีมาพร้อมในโปรแกรม สามารถปรับเปลี่ยนข้อมูล หรือรูปภาพ เพื่อให้ผู้ใช่มองเห็นการเปลี่ยนแปลงของรูปเรขาคณิต ทำการสำรวจ สร้างข้อคาดการณ์ให้เกิดการเรียนรู้ และเกิดความคิดรวบยอด

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คะแนนสอบของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนานที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นเป็นแบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ และแบบอัตนัยจำนวน 2 ข้อ

5. นักเรียน หมายถึง นักเรียนที่กำลังศึกษาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนสุวรรณคูหาพิทยาสรรค์ อำเภอสวรรคูหา จังหวัดหนองบัวลำภูสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 19 (เลย-หนองบัวลำภู)

วิธีดำเนินการวิจัย

1. กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 โรงเรียนสุวรรณคูหาพิทยาสรรค์ อำเภอสวรรคูหา จังหวัดหนองบัวลำภู สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 19 (เลย-หนองบัวลำภู) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 45 คน

2. ระเบียบวิธีวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นวิจัยเชิงปฏิบัติการ (Action Research) ภายใต้กรอบกรอบการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นความรู้ความเข้าใจ (Framework for learning activities

development) (Heingraj, 2006) ซึ่งใช้เป็นแนวทางในการวิจัย โดยแบ่งวงจรปฏิบัติการออกเป็น 3 วงจร

3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้รับการตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา และความเหมาะสมของคำถามจากผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่าน ซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนวิชาคณิตศาสตร์และการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad และมีประสบการณ์ในการทำงานวิจัยด้านการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งจำแนกเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยตามลักษณะของการใช้ ดังนี้

1) เครื่องมือที่ใช้ในการปฏิบัติการ ประกอบด้วย แบบทดสอบวัดระดับการคิดเชิงเรขาคณิต แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง เส้นขนาน ที่ใช้วิธีสอนตามแนวคิดทฤษฎีของ van Hiele และใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้จำนวน 12 แผน

2) เครื่องมือที่ใช้สะท้อนผลการปฏิบัติการประกอบด้วย แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบทดสอบท้ายวงจร

3) เครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต ประกอบด้วย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน เป็นแบบปรนัย ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ และแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ

4. การเก็บรวบรวมข้อมูล

การเก็บรวบรวมข้อมูลผู้วิจัยดำเนินการดังต่อไปนี้

1) ปฐมนิเทศผู้ช่วยวิจัยและนักเรียนให้มีความรู้ความเข้าใจในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เกี่ยวกับวิธีสอนตามแนวคิดของ van Hiele และการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ และการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

2) ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 12 แผน ดังนี้ วงจรปฏิบัติการที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 – 4 วงจรปฏิบัติการที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 – 8 และวงจรปฏิบัติการที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 – 12

3) การสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ หลังจากสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการจะมีการประเมินพฤติกรรมนักเรียนของนักเรียน พฤติกรรมการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครู และทำการทดสอบย่อย

ท้ายวงจรถ่ายเพื่อให้ได้ข้อมูลมาสะท้อนผลการปฏิบัติ และปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรถ่ายต่อไป

4) การประเมินผลการเรียน เมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 3 วงจร ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และศึกษาการพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนตามทฤษฎีของ van Hiele

5. การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากการเก็บรวบรวมมาวิเคราะห์ ดังนี้

1) ข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยใช้ข้อมูลจากกระบวนการที่กระทำจำนวนของผู้วิจัย การสังเกตพฤติกรรมการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครู พฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน ผลจากการทำแบบฝึกทักษะ การทดสอบย่อยและการทดสอบท้ายวงจรถ่าย นำผลสะท้อนจากการปฏิบัติมาวิเคราะห์และอภิปรายผล สรุปเป็นผลการวิจัยเพื่อให้ได้แนวทางหรือรูปแบบการปฏิบัติที่มีประสิทธิภาพ

2) ข้อมูลเชิงปริมาณ นำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบย่อยท้ายวงจรถ่าย และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยนำมาหาค่าเฉลี่ย และร้อยละของคะแนนเฉลี่ยเพื่อเปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด คือ ให้มีจำนวนนักเรียนไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

จากการนำรูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการมาใช้ในการพัฒนา กิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องเส้นขนาน โดยใช้วิธีสอนตามแนวคิดของ van Hiele และใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ ผลการวิจัยประกอบด้วย 2 ส่วน คือ ผลการพัฒนา รูปแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยใช้วิธีสอนตามแนวคิดของ van Hiele และใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด คือ ให้มีจำนวนนักเรียนไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป ซึ่งผลปรากฏดังต่อไปนี้

1. รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยใช้วิธีสอนตามแนวคิดของ van Hiele และใช้โปรแกรม

The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้พบว่า เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีความท้าทาย กระตุ้นความอยากรู้อยากเห็น ส่งเสริมให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง มีการสำรวจค้นหาความรู้ และการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มที่เปิดโอกาสให้แสดงความคิดเห็น ก่อให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ และช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สามารถสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง ลักษณะเด่นของกิจกรรมในแต่ละขั้นตอนดังนี้

1) ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นขั้นเตรียมความพร้อมของนักเรียน และสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยทบทวนความรู้เดิม หรือความรู้พื้นฐานที่จำเป็นที่นักเรียนจะนำไปใช้ในการเชื่อมโยงสร้างความรู้ใหม่ทางปัญญา ซึ่งมีกิจกรรมที่แตกต่างกันไปในแต่ละแผน เช่น การสนทนาซักถาม การทำกิจกรรมเกมเกี่ยวกับการทบทวนความรู้เดิมที่เรียนผ่านมาแล้ว การพูดแสดงความคิดเห็นของตนเองตามหัวข้อที่กำหนดให้ และการทำกิจกรรมที่เป็นการสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเอง ซึ่งในขั้นนี้นักเรียนจะมีความสนุกสนาน มีความกระตือรือร้น และมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์

2) ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นขั้นดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามวิธีที่ได้กำหนดไว้ โดยใช้วิธีสอนตามแนวคิดของ van Hiele และใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ ซึ่งขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามวิธีสอนของ van Hiele มี 5 ขั้น ขั้นที่ 1 ขั้นการรับข้อมูล (Information, or Inquiry) เป็นกิจกรรมที่มีความท้าทาย ไม่ยากจนเกินไป โดยให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม และนักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการค้นหาความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งต้องทำการสำรวจสังเกต ตั้งข้อคาดการณ์ และตรวจสอบ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือการเรียนรู้ ขั้นที่ 2 ขั้นการแนะนำสิ่งใหม่ (Directed orientation) เป็นกิจกรรมที่นักเรียนได้มีโอกาสรับการแนะนำโดยตรง ทั้งสัญลักษณ์ คุณสมบัติต่าง ๆ ที่ใช้เกี่ยวกับเรขาคณิตในหัวข้อที่เรียน และศึกษาถึงความสัมพันธ์ของความรู้ที่ได้ค้นพบจนเข้าใจ จนกระทั่งเห็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นการอธิบาย (Explication) ขั้นนี้นักเรียนจะมีอิสระในการอธิบายและอภิปรายในสิ่งที่ค้นพบให้เพื่อนในกลุ่ม และเพื่อนต่างกลุ่มฟัง ซึ่งเป็นความรู้ที่ได้จากการสังเกต การสำรวจ และค้นหาตลอดจนจากที่ได้รับการแนะนำความรู้โดยตรง แล้วนักเรียนทำการสรุปเป็นกฎเกณฑ์หรือความรู้ใหม่ที่ได้รับ ขั้นที่ 4 ขั้นการกำหนดทิศทางอย่างมีอิสระ (Free orientation)

เป็นขั้นที่นักเรียนจะได้ใช้ความรู้จากประสบการณ์เดิมและความรู้ที่ได้จากการค้นพบมาใช้ในการแก้ปัญหา รวมทั้งได้แสดงความคิด การพิสูจน์ทางเรขาคณิตด้วยตนเอง และมีโอกาสแก้โจทย์ปัญหาที่สลับซับซ้อนมากขึ้น เช่น การกำหนดเส้นขนานมาให้ แล้วนักเรียนสามารถบอกและอธิบายได้ว่ามุมคูใดบ้างที่มีขนาดเท่ากัน โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับเส้นขนานในการการอธิบายและให้เหตุผล และ ขั้นที่ 5 ขั้นบูรณาการ (Integration) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนมาทั้งหมดในหัวข้อที่เรียน และทำแบบฝึกหัดทักษะเพื่อเป็นการทบทวนความรู้ที่ได้จากการเรียนรู้

3) ขั้นสรุป เป็นขั้นที่สรุปเกี่ยวกับการดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ว่านักเรียนได้ข้อสรุปความรู้อะไรบ้าง สิ่งนี้นักเรียนสงสัยและอยากซักถาม ตลอดจนข้อปัญหาที่เกิดขึ้นระหว่างจัดกิจกรรม และแนะนำเกี่ยวกับการไปสืบค้นความรู้ด้วยตนเอง ทั้งจากหนังสือเรียน ห้องสมุด อินเทอร์เน็ต และสถานที่ต่าง ๆ ที่เป็นแหล่งเรียนรู้

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

นักเรียนได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 86.15 และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 41 คน คิดเป็นร้อยละ 91.11 ของนักเรียนทั้งหมด ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และการพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตตามทฤษฎีของ van Hiele พบว่า นักเรียนสามารถพัฒนา ระดับการคิดเชิงเรขาคณิต จากระดับที่ 2 การวิเคราะห์หรือการพรรณนาอุปลักษณะ (Analysis, Description) เป็นระดับที่ 3 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนหรือการจัดลำดับความสัมพันธ์ (Informal deduction or Ordering)

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีสอนตามแนวคิดของ van Hiele และใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ จะต้องมีความพร้อมในทุกขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ควรเตรียมสื่อ และอุปกรณ์คอมพิวเตอร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้มีความพร้อม และการจัดกิจกรรมต้องใช้เวลาค่อนข้างมาก ควรเพิ่มเวลาการสอนจาก 1 คาบเรียน เป็น 2 คาบเรียน

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีสอนตามแนวคิดของ van Hiele และใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ นักเรียนจะเป็นผู้สำรวจและสร้างความรู้ด้วยตนเอง ครูทำหน้าที่เพียงเป็นผู้แนะนำในสิ่งที่นักเรียนสงสัยหรืออธิบายความรู้ในขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นที่ 2 ขั้นการแนะนำสิ่งใหม่ (Directed orientation) เท่านั้น ซึ่งครูควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ทั้งสภาพความพร้อมด้านร่างกาย จิตใจ อารมณ์ และความรู้พื้นฐานของนักเรียนแต่ละคน

ข้อเสนอแนะในการวิจัย

ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ในเนื้อหาที่เกี่ยวกับเรขาคณิต โดยใช้วิธีสอนตามแนวคิดของ van Hiele และใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้

เอกสารอ้างอิง

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2546). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พุทธศักราช 2545. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- _____. (2551). สารและมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์รับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.พ.ส.).
- ชนิศร วรา นัตรแก้ว. (2549). การพัฒนาหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิตและลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮิลโดยโปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

- นวลศรี ชำนาญกิจ. (2544). การพัฒนาตัวแบบเพื่อสร้างสมรรถภาพการสอนภาพลักษณ์ในทัศนทางเรขาคณิต
สำหรับนักศึกษาครู. ปรินญานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- นิตยา อุดมผล. (2551). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้เรื่องวงรีโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad
เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- เบญจพร สว่างศรี. (2545). การศึกษาผลการสอนเรขาคณิตด้วยลำดับขั้นการสอนของไดอานา แวน ฮิลี
ที่มีต่อระดับการคิดและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.
วิทยานิพนธ์ตามหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการสอน สถาบันราชภัฏนครสวรรค์.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. การสอนเรขาคณิตในระดับประถมศึกษาในศตวรรษที่ 21. วารสารคณิตศาสตร์,
474 - 475 (มีนาคม - เมษายน 2541). 65 - 67.
- พนิดา กองเกตุใหญ่. (2542). ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวน ฮิลี ของนักเรียนมัธยมศึกษา
ตอนต้นในจังหวัดกาญจนบุรี. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต
แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ. (2546). การปฏิรูปกระบวนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียน
โดยเน้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์. ขอนแก่น: ขอนแก่นการพิมพ์.
- Heingraj, C. (2006, September). Roles of Geometer's Sketchpad In Students' Processes of Geometric
conceptual construction: A case study. Proceeding of the Thailand International Conference on
21st Century Information Technology in Mathematics Education. Thailand: Intitute of Chiang
Mai Rajabhat University, Chiang Mai.
- Swafford, O. J. Jones, A. G. and Thornton A.C. (1997). Increased Knowledge in Geometry and
Instructional Praticte. Journal for Research in Mathematics Education, 28(4), 467 - 83.