

การศึกษาความเข้าใจในโมโนมิติทางคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเต็มโดยใช้ สถานการณ์จริงและโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 The Investigation of Mathematical Conceptual Understanding about Integer Using Real Situations and The Geometer's Sketchpad as Learning Tools for Prathomsuksa 6 Students

สิรินัท ประจิมติศ (Sirinat Prajimitit)*

หล้า ภาวภูตานนท์ (Lha Pavaputanon, Ph.D.)**

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยแบบกรณีศึกษา (Case Study) ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพที่เน้นการวิเคราะห์โปรโตคอล (Protocol Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytical Description) มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความเข้าใจในโมโนมิติทางคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเต็มโดยใช้สถานการณ์จริงและโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มเป้าหมายคือนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 12 คน โรงเรียนบ้านโนนสว่าง เข้าร่วมการวิจัยด้วยความสมัครใจ โดยแบ่งนักเรียนที่ศึกษาโดยใช้สถานการณ์จริงเป็น 2 กลุ่ม ๆ ละ 3 คน และนักเรียนที่ศึกษาโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad 2 กลุ่ม ๆ ละ 3 คน วิเคราะห์ข้อมูลโดยกรอบทฤษฎี Action-Process-Structure ที่พัฒนาโดย Heingraj (2006)

ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนมีความเข้าใจในโมโนมิติทางคณิตศาสตร์เรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มในระดับการจัดกระทำ โดยนักเรียนกลุ่มที่ใช้สถานการณ์จริงเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สามารถทำการบวกและลบจำนวนเต็มได้โดยใช้กิจกรรมที่เป็นสถานการณ์จริง สำหรับนักเรียนกลุ่มที่ใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สามารถบวกและลบจำนวนเต็มโดยทำกิจกรรมในโปรแกรม GSP ได้ 2) นักเรียนทั้งกลุ่มที่ใช้สถานการณ์จริงและใช้โปรแกรม GSP มีความเข้าใจในโมโนมิติทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับกระบวนการในเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม ซึ่งเห็นได้จากชิ้นงานและการสัมภาษณ์นักเรียน นั่นคือ นักเรียนสามารถบวกและลบจำนวนเต็มโดยไม่ต้องไปจัดกระทำกับกิจกรรมที่เป็นสถานการณ์จริงและโปรแกรม GSP อีก นอกจากนี้ นักเรียนยังสามารถอธิบายและสรุปผลของการบวกและการลบจำนวนเต็มในรูปทั่วไปได้ 3) มีนักเรียนบางคนที่มีความเข้าใจในระดับโครงสร้างในเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม นั่นคือ นักเรียนสามารถเชื่อมโยงโมโนมิติที่เกี่ยวข้องกับการบวกและการลบจำนวนเต็ม เพื่อที่จะหาคำตอบที่ถูกต้องในการบวกและการลบจำนวนเต็ม

คำสำคัญ: มโนมิติ การนำเสนอ จำนวนเต็ม

Keywords: Concept, Representation, Integer

* นักศึกษาหลักสูตรศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

** อาจารย์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

Abstract

The research was conducted in case studies. Qualitative research methodology that focuses on protocol analysis and analytical description. The objective was to investigate mathematical conceptual understanding about integer using real-life situations and the Geometer's Sketchpad program as a tool for learning. The students in grade 6 were the target group who were studying in Semester 2 of Academic Year 2009 Ban Non Sawang School. 12 students were volunteered in the study. The students were divided into two group: the first group were asked to do activities using real-life situations and the second group were asked to use GSP for learning about addition and subtraction on integers the analysis of data were done by using Action-Process-Structure developed by Heingraj (2006).

The results showed that 1) students had achieved on the action level of mathematical conceptual understanding about addition and subtraction: students who used real-life situations as learning tools were able to add and subtract integer number by doing activities on real – life situation, for students who use the Geometer's Sketchpad (GSP) program as learning tools were able to add and subtract integer number by doing activities on GSP program. 2) Both groups of students who doing activities on real-life situations and GSP had achieved on the process level of mathematical conceptual understanding about addition and subtraction were illustrated by their words and from the interviews; they were able to add and subtract integer without doing activities on real-life situations and GSP. In addition, they were able to explain and conclude the results of addition and subtraction of integer in the general term. 3) Some students had achieved on the structure level of mathematical conceptual understanding about addition and subtraction: they able to connect the concept about addition and subtraction in order to find the correct solution of addition and subtraction.

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 กล่าวว่าการศึกษาต้องเป็นไปเพื่อพัฒนาคนไทยให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ ทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้ และคุณธรรม มีจริยธรรมและวัฒนธรรมในการดำรงชีวิต สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข การจัดการศึกษายึดหลักผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด ผู้เรียนทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ เติบโตตามศักยภาพ เน้นความรู้ คุณธรรม และ กระบวนการเรียนรู้ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545)

คณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิด สร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบมีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้

สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม ช่วยพัฒนาคนให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ มีความสมดุลทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กรมวิชาการ, 2544)

อัจฉริยา พงศ์พิชญ (2551) กล่าวว่า การเรียนคณิตศาสตร์ในประเทศไทย นักเรียนระดับประถมศึกษาจะเรียนเรื่องจำนวนเต็มบวกหรือจำนวนนับซึ่งเป็นเพียงส่วนหนึ่งของเรื่องจำนวนเต็มเท่านั้น ส่วนเรื่องจำนวนเต็มลบนักเรียนจะเริ่มเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่ง (Gallardo, 2002) กล่าวว่าจำนวนเต็มลบเป็นการขยายความรู้เกี่ยวกับจำนวนเต็มบวกไปยังจำนวนเต็ม ซึ่งเป็นส่วนประกอบสำคัญที่สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

เกี่ยวกับพีชคณิต Schwarz, Kohn, & Resnick (1992 อ้างถึงใน English, 1992) ยังกล่าวอีกว่าจำนวนเต็มมีความเป็นนามธรรม (Abstract) และเป็นพื้นฐานของคณิตศาสตร์ระดับสูง Kosslyn (1980 อ้างถึงใน [NCTM], 2001) ได้แสดงความคิดเห็นว่า นักเรียนอาจจะรู้จักจำนวนเต็มเพียงเล็กน้อยหรือบางคนอาจไม่รู้จักเลย ซึ่งบ่อยครั้งที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีความเข้าใจคลุมเครือกับการดำเนินการระหว่างจำนวนเต็มเพราะว่าในระดับประถมศึกษาต้องการให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในการบวกและการลบ ครูจึงได้ให้ความหมายของการบวกว่าเป็นการนับเพิ่มหรือการรวม การลบคือการเอาออก การลดลง หรือการลบต้องเอาจำนวนที่มากกว่าเป็นตัวตั้งเสมอ ซึ่งวิธีการเหล่านี้ใช้ได้ในกรณีที่เป็นจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบแต่ไม่สามารถใช้ได้เมื่อมีจำนวนเต็มลบเข้ามาเกี่ยวข้อง นักเรียนเกิดความสับสนในการใช้ตัวดำเนินการ ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ จำนวนเต็มศูนย์และจำนวนเต็มลบกลายเป็นเรื่องยุ่งยากในการนำเสนอเมื่อนำมารวมกันกับจำนวนเต็มบวก เพราะเป็นเรื่องของจำนวนที่ไม่สามารถแทนได้ด้วยสิ่งต่าง ๆ ที่มีอยู่ในธรรมชาติ และจากคำกล่าวของ Owen & Clements (1998) ที่ว่าการทำให้เห็นภาพพจน์จะง่ายต่อการที่เด็กจะสร้างความหมายด้วยตัวของเด็กเอง

Spring (2001 อ้างถึงใน เกศสุตา แนวกลาง, 2550) กล่าวว่า การใช้การนำเสนอหลายอย่างจะช่วยให้ นักเรียนพัฒนาโมโนติ (Concept) และมีความพยายามในการแก้ปัญหา กัลยา ทองสุ (2545) กล่าวว่า การใช้การนำเสนอเป็นหัวใจของการเรียนรู้คณิตศาสตร์นักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจ โมโนติทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้งสามารถหาความสัมพันธ์ในสิ่งที่เขาได้สร้างขึ้นหรือเปรียบเทียบสิ่งต่าง ๆ ได้ด้วยการใช้การนำเสนอที่หลากหลาย การนำเสนอทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ วัตถุจริง การวาดภาพ แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ การนำเสนอเหล่านี้จะช่วยให้ นักเรียนสื่อสารความคิดของตนเองได้

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือ คนส่วนใหญ่เรียกว่าโปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมหนึ่งที่สามารถเรียนรู้ได้ไม่ยากนัก และเกิดแนวคิดในการนำไปบูรณาการกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ได้อย่างมีประสิทธิภาพช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (Constructivist Theory) และยังช่วยเสริมสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ดังที่ กุญมพี กาสีชา (2550) กล่าวว่า การส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ใช้โปรแกรม GSP จะพัฒนาบทบาทความสัมพันธ์ของภาพและการอธิบายเพื่อให้ผู้เรียนได้เกิดความเข้าใจลึกซึ้งมากขึ้นในโมโนติทางคณิตศาสตร์ซึ่งสอดคล้องกับ กาญดา จลาลัน (2550) ที่ว่าการใช้โปรแกรม GSP ช่วยให้เรียนคณิตศาสตร์เรียนได้ง่ายขึ้นและเข้าใจโดยการเปรียบเทียบและสังเกตการณ์เปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นเกิดความสนุกสนานเพราะเป็นภาพที่เคลื่อนไหวได้และมองเห็นภาพได้ชัดเจนมากขึ้น และ Heingraj (2006) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP จะช่วยให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนและได้จำแนกความเข้าใจในโมโนติทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ระดับ คือ 1) โมโนติในระดับการจัดกระทำ (Action Conceptual Understanding) 2) โมโนติในระดับกระบวนการ (Process Conceptual Understanding) 3) โมโนติในระดับโครงสร้าง (Structure Conceptual Understanding)

จากเหตุผลดังที่กล่าวมาข้างต้น รวมถึง การศึกษาวรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาความเข้าใจโมโนติทางคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเต็มโดยใช้สถานการณ์จริงและโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านโนนสว่าง อำเภอโซ่พิสัย จังหวัดหนองคาย

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาความเข้าใจโมโนติทางคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเต็มโดยใช้สถานการณ์จริงและโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้เป็นกรณีศึกษา โดยศึกษาในบริบทนอกชั้นเรียน มุ่งศึกษาความเข้าใจในมิติทางคณิตศาสตร์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มโดยใช้สถานการณ์จริงและโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านโนนสว่าง อำเภอยางชุมน้อย จังหวัดศรีสะเกษ

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ความเข้าใจในมิติทางคณิตศาสตร์

หมายถึง การที่นักเรียนมีความเข้าใจเรื่องจำนวนเต็มที่ผู้วิจัยได้ประยุกต์ใช้กรอบทฤษฎี Action-Process-Structure ที่พัฒนาโดย Heingraj (2006) ซึ่งได้จำแนกระดับความเข้าใจในมิติทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ระดับ คือ 1) มโนทัศน์ในระดับการจัดกระทำ (Action Conceptual Understanding) 2) มโนทัศน์ในระดับกระบวนการ (Process Conceptual Understanding) และ 3) มโนทัศน์ในระดับโครงสร้าง (Structure Conceptual Understanding)

2. การนำเสนอโดยใช้สถานการณ์จริง

หมายถึง การนำเสนอที่ผู้วิจัยได้ทำการสร้างสถานการณ์ที่เลียนแบบมโนทัศน์เกี่ยวกับการบวกและการลบจำนวนเต็มเพื่อให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมที่จะสามารถเข้าใจในมิติในเรื่องจำนวนเต็มให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ซึ่งในที่นี้ผู้วิจัยได้สร้างสถานการณ์ที่มีชื่อว่ารถไฟช่วยบวกลบ ซึ่งรถไฟเป็นอุปกรณ์ที่ผู้วิจัยทำการสร้างขึ้นจากกล่องนม โดยมีการติดแถบสีน้ำเงินและสีแดงไว้ที่ข้างกล่องทั้งสองด้านซึ่งแถบสีน้ำเงินแทนจำนวนเต็มบวก แถบสีแดงแทนจำนวนเต็มลบ

3. การนำเสนอโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หมายถึงการนำเสนอที่ผู้วิจัยได้นำโปรแกรม The Geometer's Sketchpad มาช่วยให้มีความเข้าใจในมิติเกี่ยวกับการบวกและการลบจำนวนเต็มของนักเรียน โดยอาศัยรูปวงกลมสีน้ำเงินและสีแดงแทนจำนวนเต็มบวกและจำนวนเต็มลบตามลำดับ

4. โปรโตคอล (Protocol) หมายถึง ข้อความที่

ได้จากการถอดจากการบันทึกเสียงพูดคุยของนักเรียนในระหว่างที่ทำกิจกรรม ด้วยเครื่องบันทึกเสียงหรือเครื่องบันทึกวีดิทัศน์ เพื่อให้เห็นถึงยุทธวิธีที่นักเรียนนำมาใช้ในการทำกิจกรรมและเห็นถึงวิธีคิดของนักเรียน ตลอดจนการอธิบาย อภิปรายซักถามกันในกลุ่มหรือกับครูหรือผู้วิจัยเพื่อทำความเข้าใจปัญหาเหล่านั้น

5. นักเรียน หมายถึง นักเรียนที่กำลังเรียนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนบ้านโนนสว่าง อำเภอยางชุมน้อย จังหวัดศรีสะเกษ

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้เป็นกรณีศึกษา ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความเข้าใจในมิติทางคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเต็มโดยใช้สถานการณ์จริงและโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีวิธีดำเนินการวิจัยดังนี้

กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายของการศึกษาค้างครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนบ้านโนนสว่าง จังหวัดศรีสะเกษ จำนวน 12 คน โดยได้จากความสมัครใจของนักเรียน ซึ่งผู้วิจัยได้แบ่งนักเรียนกลุ่มเป้าหมายเป็น 2 ชุด ดังนี้ชุดที่ 1 เป็นนักเรียนที่ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สถานการณ์จริงเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ จำนวน 6 คน แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน ชุดที่ 2 เป็นนักเรียนที่ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ จำนวน 6 คน แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยศึกษาภูมิหลังเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในโรงเรียนที่ทำการศึกษา พฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย จากนั้นผู้วิจัยสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาความเข้าใจในมิติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่องจำนวนเต็ม ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลโดยบันทึกวีดิทัศน์การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของ

นักเรียน เรื่องจำนวนเต็ม และบันทึกวิธีทัศน์พฤติกรรม การเรียนรู้ของนักเรียน เมื่อเสร็จกิจกรรมทุกกิจกรรม ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบที่เกี่ยวกับเรื่องที่ได้เรียน ในกิจกรรมนั้น และผู้วิจัยสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมาย เกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียนและการทำแบบทดสอบ จากนั้น ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการบันทึกวิธีทัศน์มาถอดโปรโตคอล

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ แบบบันทึก ภาคนาม เครื่องบันทึกเสียง เครื่องบันทึก วิธีทัศน์ แบบบันทึกการสัมภาษณ์ เครื่องบันทึกภาพนิ่ง ใบกิจกรรม แบบทดสอบ

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยอาศัยข้อมูลจากการวิเคราะห์โปรโตคอล วิธีทัศน์ บันทึกภาคนาม บันทึกการสัมภาษณ์ และผลงาน นักเรียน มาวิเคราะห์หาคำตอบในมิติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ตามแนวคิดทฤษฎี APS ที่พัฒนาโดย Heingraj (2006) ซึ่งมี 3 ระดับ คือ 1) มโนทัศน์ระดับการจัดกระทำ (Action Conceptual Understanding) 2) มโนทัศน์ระดับกระบวนการ (Process Conceptual Understanding) และ 3) มโนทัศน์ระดับโครงสร้าง (Structure Conceptual Understanding)

สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

สรุปผลการวิจัย

นักเรียนมีความเข้าใจในมิติทางคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนเต็มในระดับการจัดกระทำ โดยที่นักเรียนกลุ่มที่ใช้สถานการณ์จริงเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ สามารถปฏิบัติตามคำสั่ง โดยการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม เพื่อหาผลบวกและผลลบของจำนวนเต็มได้ โดยการจัดกระทำกับขบวนการไฟ เช่น การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มบวก และจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ นักเรียนนำ รไฟสองขบวนที่มีสีเดียวกันมาต่อกันแล้วนับจำนวน ใบกรไฟที่เหลือได้เป็นผลลัพธ์ หรือจับคู่หักล้างตาราง ถ้าเป็นการบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ หรือเมื่อเจอเครื่องหมายลบแล้วขบวนการไฟเปลี่ยนทิศทาง เป็นต้น ส่วนนักเรียนที่ใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สามารถปฏิบัติตามคำสั่งได้ สามารถหาผลบวกและผลลบของจำนวนได้ โดยการจัดกระทำกับรูปวงกลมสีน้ำเงินและสีแดงเช่น จะนับรวมกัน ถ้าจำนวนรูปวงกลมมีสีเดียวกัน และได้ออกมาเป็นคำตอบ นั่นคือ เป็นการบวกจำนวนเต็มที่มีเครื่องหมายเหมือนกัน หรือจับคู่หักล้างกันถ้ารูปวงกลมต่างสีกัน นั่นคือการบวกจำนวนเต็มที่มีเครื่องหมายต่างกัน

นักเรียนกลุ่มที่ใช้สถานการณ์จริงและโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ มีความเข้าใจในมิติทางคณิตศาสตร์ในการบวกและการลบจำนวนเต็มในระดับกระบวนการ สังเกตได้จากการที่นักเรียนสามารถหาข้อสรุปเป็นกรณีทั่วไปของการบวกและการลบจำนวนเต็มได้ เช่น ในการบวกจำนวนเต็ม กรณีจำนวนเต็มบวกบวกกับจำนวนเต็มบวกได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มบวกบวกกับจำนวนเต็มลบกรณีที่จำนวนเต็มบวกมากกว่าได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบกรณีที่จำนวนเต็มลบมากกว่าได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มลบ และในการลบนักเรียนสามารถสรุปทั่วไปของการลบจำนวนเต็มได้ดังนี้ กรณีตัวตั้งเป็นจำนวนเต็มบวกตัวลบเป็นจำนวนเต็มบวก ตัวตั้งมีค่ามากกว่าตัวลบลบกันจะได้จำนวนเต็มบวก ตัวตั้งมีค่าน้อยกว่าตัวลบลบกันจะได้จำนวนเต็มลบ ตัวตั้งมีค่าเท่ากับตัวลบลบกันจะได้จำนวนเต็มศูนย์ กรณีตัวตั้งเป็นจำนวนเต็มบวกตัวลบเป็นจำนวนเต็มลบ ลบกันจะได้จำนวนเต็มบวก กรณีตัวตั้งเป็นจำนวนเต็มลบตัวลบเป็นจำนวนเต็มบวกลบกันจะได้จำนวนเต็มลบ กรณีตัวตั้งเป็นจำนวนเต็มลบและตัวลบเป็นจำนวนเต็มลบ ตัวตั้งมีค่าสัมบูรณ์มากกว่าตัวลบลบกันจะได้จำนวนเต็มลบ ตัวตั้งมีค่าสัมบูรณ์น้อยกว่าตัวลบลบกันจะได้จำนวนเต็มบวก ตัวตั้งกับตัวลบมีค่าเท่ากันลบกันจะได้ผลลัพธ์จำนวนเต็มศูนย์

มีนักเรียนบางคนมีความเข้าใจถึงระดับโครงสร้าง โดยสามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์เกี่ยวกับการบวกและการลบจำนวนเต็มในทุกกรณี ซึ่งนำไปสู่การได้คำตอบของการบวกและการลบจำนวนเต็มที่ถูกต้อง

อภิปรายผลการวิจัย

ผลการวิจัยพบว่า มีนักเรียนเพียงบางคนที่สามารถพัฒนาความเข้าใจไปถึงระดับโครงสร้างแต่

สามารถสรุปได้ว่า กิจกรรมใช้สถานการณ์จริงและใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สามารถทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในมิติทางคณิตศาสตร์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มในระดับโครงสร้างได้ ดังนั้นถ้าให้นักเรียนทุกคนได้มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม ผู้วิจัยคิดว่านักเรียนทุกคนน่าจะมีความเข้าใจในมิติทางคณิตศาสตร์เรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มในระดับโครงสร้างได้ โดยเฉพาะในส่วนของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เพราะเป็นโปรแกรมที่ผู้เรียนสามารถเรียนรู้และเข้าใจได้ง่าย จึงควรนำโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนักเรียนเพราะสามารถทำให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจในมิติทางคณิตศาสตร์ถึงระดับโครงสร้างได้

เอกสารอ้างอิง

กัญมณี กาลิสา. (2550). **การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องวงกลม โดยใช้โปรแกรม**

The Geometer's Sketchpad. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตร มหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

กรมวิชาการกระทรวงศึกษาธิการ. (2544). **เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544**

คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).

กัลยา ทองสุ. (2545). **การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน**

(Representation) เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์การศึกษา มหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษาบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). **หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.** กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

กาญจนา ฉลาดล้ำ. (2550) **การศึกษากระบวนการสร้างความคิดรวบยอดเชิงนิภาพของนักเรียนเรื่องวงกลม**

โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยขอนแก่น

เกศสุตา แนวกลาง. (2550). **การแสดงผลงานจำนวนเต็มของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยวิธีการ**

เรื่องราวและแผนภาพ. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะจากการทำวิจัย

1) ในการทำกิจกรรมการเรียนการสอน ครูควรเน้นให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมทุกคน

2) โปรแกรม GSP เป็นเพียงสื่อที่ช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ครูต้องคำนึงอยู่เสมอว่ามันไม่สามารถเข้ามาแทนที่ครูได้ ทักษะและพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อครูสามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยการนำโปรแกรม GSP ไปใช้ให้สอดคล้องกับเนื้อหาที่สอน

ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

1) ควรมีการศึกษาความเข้าใจในมิติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเนื้อหาและระดับชั้นอื่นๆ

2) ควรมีการศึกษาการนำเสนอที่หลากหลายเพื่อนำมาพัฒนาความเข้าใจในมิติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

- ชมภู สีสัน. (2551). การใช้รูปแบบการนำเสนอเชิงคณิตศาสตร์ที่หลากหลายในกระบวนการแก้ปัญหาเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 1 วิทยาลัยการอาชีพศรีขรภูมิ จังหวัดสุรินทร์. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2545). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545. กรุงเทพฯ: พริกหวานกราฟิค.
- อัจฉริยา พงศ์พิชญ. (2551). การวิเคราะห์แนวคิดทางคณิตศาสตร์จากการแสดงแทน จำนวนเต็มลบในสถานการณ์การแก้ปัญหาลายเปิด. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- English, L.D. & Halford, G.S. (1995). **Mathematics. Education : Models and Process.** Mahwah, New jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Gallardo. (2002). The Extension of The Natural-Number Domain to The Integers in The Transition from Arithmetic to Algebra. **Educational Studie in Mathematics**, 2 (49), 171-92.
- Goldin, Gerald A. (1998). Representational Systems, Lerner, and Problem Solving in Mathematics. **Journal of Mathematical Behavior**, 17 (2), 137-165
- Hiengraj, C. (2006, September). **Roles of the Geometer's Sketchpad in Students' Processes of Geometric Conceptual Construction: A Case Study.** Paper presented at the Thailand International Conference on 21st Century Information Technology in Mathematics Education, held of Chiang Mai Rajabhat University, Chiang Mai, Thailand. September 17-20, 2006.
- KAY D. Owen & M.A. (KEN) CLEMENTS. (1998). Representations in Spatial Problem Solving in the Classroom. **Journal of Mathematical Behavior**, 17 (2), 197-218.
- NCTM. (2001). **The Role of Representation in School Mathematics.** Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.