

การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้

An Investigation of Matthayomsuksa 6 Student's Linear Programming Conceptual Understanding Using The Geometer's Sketchpad as a Learning Tool

ศศิณภา บุตรสีเขียว*

ดร.ชาณุณรงค์ เอียงราช**

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ รูปแบบของการวิจัยเป็นระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพที่เน้นการวิเคราะห์โปรโตคอล ผู้มีส่วนร่วมในการวิจัยประกอบไปด้วย ผู้วิจัยจำนวน 1 คน ทำหน้าที่เป็นครูผู้สอน และผู้ช่วยวิจัยจำนวน 4 คน กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนดงมะไฟวิทยา อำเภอเมืองสกลนคร จังหวัดสกลนคร สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสกลนคร เขต 1 จำนวน 6 คน โดยมีความสมัครใจเข้าร่วมในการวิจัย ผู้วิจัยทำการคัดเลือกนักเรียนจากนักเรียนกลุ่มเก่งจำนวน 3 คน และนักเรียนกลุ่มอ่อน จำนวน 3 คนโดยพิจารณาจากคะแนนสอบคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 และแบ่งนักเรียนกลุ่มเป้าหมายออกเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 2 คน คือ กลุ่มที่ 1 ประกอบด้วยนักเรียนกลุ่มเก่ง จำนวน 2 คน กลุ่มที่ 2 ประกอบด้วย นักเรียนกลุ่มเก่งจำนวน 1 คน และนักเรียนกลุ่มอ่อนจำนวน 1 คน และกลุ่มที่ 3 ประกอบด้วยนักเรียนกลุ่มอ่อนจำนวน 2 คน แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 16 กิจกรรมโดยวิธีการคิดแก้ปัญหาพร้อมกับการพูดออกมามีดัง ๆ (Thinking Around Method) และไม่มีการแทรกแซงจากผู้วิจัยและทำแบบทดสอบหลังเรียนในแต่ละกิจกรรม หลังจากนั้นผู้วิจัยทำการสัมภาษณ์นักเรียนแต่ละคน ผู้วิจัยทำการเก็บข้อมูลโดยการบันทึกวิธีคิดและบันทึกเสียงของนักเรียนในระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรมแต่ละกิจกรรมตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ข้อมูลหลักที่นำมาวิเคราะห์ ได้แก่ โปรโตคอล (Protocol) การทำกิจกรรมจำนวน 16 โปรโตคอล งานเขียนของนักเรียน บันทึกภาคสนาม (Field Notes) ข้อมูลจากการสัมภาษณ์นักเรียนและแบบบันทึกความคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิเคราะห์กระบวนการสร้างความคิดรวบยอดเชิงโนภาพของนักเรียนตามกรอบทฤษฎี Action-Process-structure ที่พัฒนาโดย Heingraj (2006) ตามแนวทางทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (Constructivism)

ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนสร้างความคิดรวบยอดเชิงโนภาพซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ โดยที่นักเรียนแปลความหมายจากข้อมูลโดยการสังเกต และนำความรู้เดิมมาใช้ ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำถูกพัฒนาเป็นระดับกระบวนการ ซึ่งเป็นการอธิบาย เปรียบเทียบสะท้อนสิ่งที่สังเกตได้จากภาพเคลื่อนไหวบนหน้าจอ และมีการสร้างความคิดรวบยอดในระดับที่สูงขึ้น ซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับโครงสร้างต่อไป 2) ในการทำกิจกรรมและทำแบบทดสอบหลังเรียนในแต่ละกิจกรรม พบว่า นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดเชิงโนภาพซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) ระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding)

คำสำคัญ: ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์, กำหนดการเชิงเส้น, โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

Keywords: Investigation, Linear Programming, The Geometer's Sketchpad

* นักศึกษาหลักสูตรศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

** สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

และระดับโครงสร้าง (Structure conceptual understanding) 3) จากการวิเคราะห์โปรแกรมที่ใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่าโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ทำให้เรียนคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น และเข้าใจโดยการเปรียบเทียบและสังเกตการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น สามารถเกิดองค์ความรู้จากกิจกรรมได้อย่างหลากหลาย สร้างความเข้าใจด้วยตนเองจากการจัดกระทำกับวัตถุโดยการจัดกระทำที่ละขั้นตอนโดยสามารถที่จะเรียงจากขั้นตอนง่าย ๆ ก่อนแล้วค่อยเพิ่มขึ้นทีละน้อยสร้างโอกาสในการคิดและแก้ไขปัญหาต่าง ๆ ได้ดี และมีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน บทบาทของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ The Geometer's Sketchpad จึงเป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้หนึ่งในการสร้างโอกาสในการคิดและแก้ไขปัญหาต่าง ๆ ได้ดีเพื่อสร้างความเข้าใจในการเรียนรู้ในระดับที่สูงขึ้น

Abstract

The purpose of this study was to investigation of Matthayomsuksa 6 student's linear programming conceptual understanding using the Geometer's Sketchpad as a learning tool. Qualitative research approach emphasizing on protocol analysis was used in this study. The people involving in this study were the researcher who is a teacher and four researcher assistants. The target groups of this study were the students studying in Matthayom 6 in the second semester of the academic year 2008 at Dongmafiwitthaya School, Muang District, Sakonnakorn Province, Sakonnakorn Educational Area 1. The students voluntarily participated in the study and were organized into 3 groups of 2 students according to their mathematics scores of the 1st semester of academic year. These students consisted of 3 students with high achievement scores and 3 students with low achievement scores. Group 1 was the group of 2 high achievement score 2 student, group 2 was the group of 1 high achievement score student and 1 low achievement score student, and group 3 was the group of 2 low achievement score student. Each group of the students were given 16 activities in the out-of-classroom context without the researchers intervention. The students were interviewed individually when they had finished their post-test. Furthermore, an audio- and video-recording was made while the students do activities. Data were selected for analysis including 16 protocols obtained from the activities of lesson plan, students' written works, researcher's field notes, the transcription obtained from interviewing the students and student's diary about learning activities. The collected data were analyzed by means of Action-Process-structure theoretical framework (Heingraj, 2006) on constructivist approach.

Results indicated that: 1) The students had constructed the concept image which from their understanding in Action conceptual understanding in which they were able to interpret data from their observation and used their prior knowledge. The action conceptual understanding was developed to be process conceptual understanding in which they were able to explain and what they had observed in general way. 2) Students used their Action conceptual understanding, process conceptual understanding and structure conceptual understanding to solved the given problem situation; and 3) From the student's diary about learning activities, the Geometer's Sketchpad program could support their learning mathematics and made it easy and the activities allowed the students to manage and learn lessons by themselves. The students could learn and understand the lessons from the easy lessons and then they had a chance to think and find out the solution for the problems. Students was able to exchange his/her own ideas with their peers. They could understand and solve the problems within their groups. In conclusion, using the Geometer's Sketchpad as a learning tool considered as a good approach to allow students to think and solve the problems by themselves.

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การปฏิรูปการเรียนรู้ถือเป็นหัวใจสำคัญของพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 สาระสำคัญหมวด 4 แนวการจัดการศึกษาเป็นการปฏิรูปการเรียนรู้ สาระสำคัญของหมวดนี้ครอบคลุมถึงกระบวนการจัดการศึกษา มาตรา 22 ระบุในเรื่องของการจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุดสำหรับการจัดการเรียนการสอนโดยต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตนเองตามธรรมชาติ

คณิตศาสตร์เป็นวิชาในกลุ่มทักษะและเป็นศาสตร์ที่ใช้ในการพัฒนาระบบความคิดของมนุษย์ (กรมวิชาการ, 2544) ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์คิดอย่างมีเหตุผล สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้ (กรมวิชาการ, 2544) และยังเป็นเครื่องมือในการพัฒนาความก้าวหน้าของวิชาในแขนงอื่น ๆ ทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี เศรษฐศาสตร์และสังคมวิทยา นอกจากนี้ยังเป็นเครื่องมือสำคัญในการบรรยายการวิเคราะห์ความเป็นไปของธรรมชาติ

กำหนดการเชิงเส้นเป็นเนื้อหาที่ถูกจัดอยู่ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 วิธีการในกำหนดการเชิงเส้นเป็นวิธีการที่ช่วยในการตัดสินใจเพื่อแก้ปัญหาเกี่ยวกับการจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดให้ได้รับประโยชน์มากที่สุด ผู้เรียนต้องมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับสมการ อสมการ และการเขียนกราฟของระบบสมการจากสภาพปัญหาที่พบผู้เรียนส่วนหนึ่งมีปัญหาความรู้พื้นฐาน ซึ่งเห็นได้จากการศึกษาข้อบกพร่องของนักเรียนในเรื่องอสมการพบว่า นักเรียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ได้ พบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการเขียนประโยคสัญลักษณ์และขาดทักษะในการแก้สมการพหุนาม โดยเฉพาะการแยกตัวประกอบพหุนาม การหาคำตอบของอสมการของพหุนาม และการเขียนกราฟ นอกจากนี้ในปัจจุบันการจัดกระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยึดหลักการสอนแบบบรรยายมากเกินไป ยังไม่เอื้อต่อการพัฒนาผู้เรียน กล่าวว่าการสอนแบบบรรยายเป็นการจัดกิจกรรมการสอนที่ขาดความยืดหยุ่นไม่มีความหลากหลาย กล่าวว่าการสอนแบบบรรยายเป็นการสอนที่ไม่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างผู้เรียน ไม่กระตุ้นให้

ผู้เรียนคิดและพัฒนาความรู้ให้กว้างขวางขึ้นด้วยตนเอง ดังนั้นผู้สอนจึงควรพิจารณาปรับปรุงวิธีการสอนให้เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญมากขึ้น แนวทางการพัฒนา การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนจึงควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง และเป็นไปตามความสามารถทางการเรียนของแต่ละบุคคล โดยให้ผู้สอน ทำหน้าที่ชี้แนะแนวทางการเรียนรู้ Anthony (1996 อ้างถึงใน Heingraj, 2003) กล่าวว่า ครูต้องเป็นผู้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยเปลี่ยนสิ่งแวดล้อมในห้องเรียน โดยครูต้องเปลี่ยนบทบาทจากผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะวิธีการในการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนลงมือเรียนรู้ และกำหนดแนวทางการเรียนรู้ด้วยตนเอง (Self directed learning) ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้ (Constructivism) กล่าวว่า ผู้เรียนสร้างความรู้โดยกระบวนการคิดของตนเอง ผู้สอนไม่สามารถปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญาของผู้เรียนได้แต่สามารถช่วยให้ผู้เรียนปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญาของตนเองโดยการจัดสภาพการณ์ให้ผู้เรียนเกิดความขัดแย้งทางปัญญา ซึ่งเป็นสภาวะการณ์ที่ประสบการณ์ใหม่ไม่สอดคล้องกับประสบการณ์เดิม ผู้เรียนจึงพยายามปรับประสบการณ์ใหม่กับประสบการณ์เดิมเพื่อสร้างเป็นความรู้ใหม่เป็นผลให้โครงสร้างทางปัญญาเกิดการปรับเปลี่ยน นอกจากนี้ Heingraj (2006) ได้พัฒนารอบทฤษฎี Action-Process-Structure (APS) ในการวิเคราะห์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจำแนกความเข้าใจเป็น 3 ระดับ ดังนี้ ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) ความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding) ความเข้าใจในระดับโครงสร้าง (Structural conceptual understanding) ซึ่งเป็นการอธิบายความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน โดยพิจารณาการเชื่อมโยงระหว่างความเข้าใจในระดับต่าง ๆ เมื่อผู้เรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ไปจนถึงระดับโครงสร้าง ผู้เรียนจะสามารถพัฒนาไปจนเกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพดังนั้นการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรเน้นกระบวนการสร้างความเข้าใจในมิติทางคณิตศาสตร์

ปัจจุบันเทคโนโลยีถูกจัดเป็นสื่อที่มีบทบาทสำหรับการเรียนการสอนอย่างมาก เนื่องจากอุปกรณ์เทคโนโลยีสามารถที่จะช่วยให้นักเรียนเห็นภาพที่ชัดเจนตรวจสอบและทดสอบได้หลาย ๆ ครั้ง สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งอเมริกา (The National Council of

teacher of Mathematics [NCTM], 2000) กล่าวว่าเทคโนโลยีมีส่วนช่วยให้เด็กมีความเข้าใจในการเรียนคณิตศาสตร์ และควรนำเอาเทคโนโลยีมาใช้ในห้องเรียน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้ตระหนักถึงความสำคัญของการใช้เทคโนโลยีในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนจึงเห็นว่โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเทคโนโลยีที่ผู้สอนสามารถเรียนรู้ได้ และเกิดแนวคิดในการนำไปบูรณาการกับการเรียน การสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นโปรแกรมที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนรู้โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง Heingraj (2006) กล่าวว่าโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือที่มีความสามารถเปลี่ยนสถานะของรูปเรขาคณิตหรือกราฟมาเป็นรูปที่สามารถจัดกระทำได้ และยังมีฟังก์ชันที่สร้างภาพเคลื่อนไหว ซึ่งทำให้ผู้เรียนได้ศึกษาและสังเกตพฤติกรรมของกราฟหรือรูปทรงเรขาคณิต

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยเห็นว่าการที่ผู้สอนนำเอาโปรแกรม The Geometer's Sketchpad มาใช้เป็นเครื่องมือในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นเป็นการช่วยพัฒนาความเข้าใจของผู้เรียน และสามารถพัฒนาความรู้ความเข้าใจนั้นไปเป็นพื้นฐานในการศึกษาคณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไป ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นเพื่อเป็นพื้นฐานในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับความแตกต่างของผู้เรียน

วัตถุประสงค์ในการวิจัย

เพื่อศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความเข้าใจในการเรียนรู้เรื่องกำหนดการเชิงเส้นของนักเรียน ความเข้าใจเป็นการเชื่อมความรู้ที่หลากหลายภายในโครงสร้างทางปัญญา โดยมีการจัดระดับความเข้าใจในโมเดลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ระดับ ตามกรอบทฤษฎี

Action-Process-Structure (APS) (ชาญณรงค์ เอียงราช, 2551) ซึ่งประกอบไปด้วย

1) ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) หมายถึง ความเข้าใจที่เกิดจากผู้เรียนใช้ความรู้เดิมมาสร้างความหมายต่อสิ่งเร้าภายนอกได้จากการสังเกต นักเรียนมีความเข้าใจจำกัดในระดับการจัดกระทำสามารถปฏิบัติตามเงื่อนไขที่กำหนดหรือขั้นตอนการคิดคำนวณที่กำหนดอย่างเป็นขั้นตอนที่ต่อเนื่องกัน ขั้นตอนแต่ละขั้นตอนจะถูกกระทำให้สำเร็จก่อนที่จะทำในขั้นตอนต่อไป เช่น สามารถกำหนดค่าของและคำนวณหาจุดตัดระหว่างกราฟและแกนพิกัดได้ เป็นต้น

2) ความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding) หมายถึง ความเข้าใจที่เกิดจากการที่นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจจากการจัดกระทำหรือการคิดคำนวณหลาย ๆ ครั้งจนกระทั่งนักเรียนสามารถใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อสรุปเป็นกรณีทั่วไปโดยการวิเคราะห์ สังเคราะห์ หรือเปรียบเทียบผลที่ได้จากการสังเกต การวัดหรือการคิดคำนวณ หรือการจัดกระทำอย่างเป็นขั้นตอนในรูปของโมโนภาพโดยไม่จำเป็นต้องไปจัดกระทำหรือคิดคำนวณที่เป็นลำดับขั้นตอน นอกจากนั้นนักเรียนสามารถอธิบายสะท้อน หรือคิดย้อนกลับกระบวนการจัดกระทำนั้นโดยไม่จำเป็นต้องแสดงการจัดกระทำในแต่ละขั้นตอนออกมา เช่น สรุปได้ว่าคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นจะแทนด้วยบริเวณที่ซ้อนทับกันของกราฟของสมการทั้งหมด สรุปได้ว่าเมื่อกำหนดให้เป็นค่าคงตัวใด ๆ ค่าที่ต่างกันทำให้ได้กราฟเส้นตรงที่ขนานกันขึ้นชุดหนึ่ง เป็นต้น

3) ความเข้าใจในระดับโครงสร้าง (Structural conceptual understanding) หมายถึง ความเข้าใจที่เกิดจากการที่นักเรียนเชื่อมโยงความเข้าใจในระดับกระบวนการหลาย ๆ กระบวนการที่เกี่ยวข้องกันเพื่อใช้ในการสร้างความเข้าใจในระดับกระบวนการใหม่ หรือความเข้าใจในโมเดลทางคณิตศาสตร์ใหม่ในระดับที่สูงขึ้นเป็นการนำเอาความเข้าใจในระดับกระบวนการหลาย ๆ กระบวนการมาใช้ในการแก้ปัญหา ผลจากการเชื่อมโยงความเข้าใจในระดับกระบวนการทำให้เกิดโครงสร้างทางปัญญา (Schema) กล่าวได้ว่าความเข้าใจในระดับนี้เป็นการเอาความเข้าใจในระดับกระบวนการหลาย ๆ กระบวนการที่เกี่ยวข้องกันมาเชื่อมโยงอย่างเหมาะสมเพื่อเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างทางปัญญา เช่น นักเรียน

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการปฏิบัติการ
การเรียนรู้ในกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่านักเรียนในแต่ละ
กลุ่มสามารถสร้างความคิดรวบยอดเชิงโมภาพซึ่งเป็น
ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ โดยการแปลความ
หมายจากข้อมูลที่สังเกตการเปลี่ยนแปลงจากวัตถุหรือ
ภาพที่เคลื่อนไหวบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ ความเข้าใจ

ในระดับการจัดกระทำถูกพัฒนาเป็นระดับกระบวนการ โดยการอธิบาย เปรียบเทียบ หรือสะท้อนสิ่งที่สังเกตได้ ทำให้นักเรียนมีการสร้างความคิดรวบยอดเชิงมโนภาพในระดับโครงสร้าง ผลการวิเคราะห์มีดังนี้

1. กิจกรรมที่ 1 เรื่องกราฟของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1) นักเรียนสร้างความคิดรวบยอดเชิงมโนภาพซึ่งเป็นการเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) โดยสามารถจัดกระทำกับสิ่งที่ปรากฏบนหน้าจอคอมพิวเตอร์และความสามารถปฏิบัติตามเงื่อนไขที่กำหนด เช่นนักเรียนสามารถคลิกเมาส์ไปที่จุดแล้วลากจุดไปตามเส้นตรงสามารถกำหนดค่าของและตามที่กำหนดในใบกิจกรรม เป็นต้น

2) นักเรียนสร้างความคิดรวบยอดเชิงมโนภาพซึ่งเป็นการเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding) จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนในกิจกรรมนี้ พบว่า นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจจากการจัดกระทำหลายๆ ครั้ง จนกระทั่งนักเรียนสามารถใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อสรุปเป็นกรณีทั่วไป จากการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถสรุปได้ว่า ทุกๆค่าที่อยู่บริเวณเหนือเส้นตรงที่ผ่านจุดจะมีค่ามากกว่าค่าของพิกัดที่อยู่บนเส้นตรงที่ผ่านจุดแล้วนักเรียนสามารถสรุปได้ว่า ทุก ๆ ค่า ที่อยู่ใต้เส้นตรงที่ผ่านจุด จะมีค่าน้อยกว่าค่า บนเส้นตรงที่ผ่านจุด

2. กิจกรรมที่ 2 เรื่องกราฟของอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

1) นักเรียนสร้างความคิดรวบยอดเชิงมโนภาพซึ่งเป็นการเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) โดยนักเรียนสามารถเพิ่มค่าโดยการกดแป้นพิมพ์ [+] และลดค่าโดยการกดแป้นพิมพ์ [-] และนักเรียนมีการเชื่อมโยงความรู้เดิมเรื่องการแก้สมการมาใช้ในการหาจุดตัดของสมการเส้นตรงกับแกนพิกัด

2) นักเรียนสร้างความคิดรวบยอดเชิงมโนภาพซึ่งเป็นการเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding) โดยนักเรียนนำความเข้าใจจากการพัฒนาความเข้าใจในระดับการจัดกระทำมาวิเคราะห์เพื่อวาดกราฟ นอกจากนี้นักเรียนสามารถคิดคำนวณเพื่อเปลี่ยนอสมการ และให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานได้

3. กิจกรรมที่ 3 เรื่องกราฟของระบบอสมการเชิงเส้น

1) นักเรียนสร้างความคิดรวบยอดเชิงมโนภาพซึ่งเป็นการเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) โดยนักเรียนสามารถคำนวณเพื่อเปลี่ยนอสมการ และให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน และสามารถเลือกบริเวณที่สอดคล้องกับอสมการโดยคลิกที่จุดหรือ แล้วลากจุดดังกล่าวไปยังบริเวณที่สอดคล้องกับอสมการตามที่กำหนดได้

2) นักเรียนสร้างความคิดรวบยอดเชิงมโนภาพซึ่งเป็นการเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding) โดยนักเรียนสามารถนำความเข้าใจเกี่ยวกับกราฟของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟของอสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมาสร้างความหมายเกี่ยวกับกราฟของระบบอสมการได้

3) นักเรียนสร้างความคิดรวบยอดเชิงมโนภาพซึ่งเป็นการเข้าใจในระดับโครงสร้าง (Structural conceptual understanding) โดยนักเรียนสามารถเชื่อมโยงความเข้าใจเกี่ยวกับกราฟของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กราฟของอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จุดตัดระหว่างเส้นตรงสองเส้น ซึ่งเป็นกระบวนการที่เกี่ยวข้องกันกับการวาดกราฟของระบบอสมการ อาจกล่าวได้ว่านักเรียนเกิดความเข้าใจในระดับนี้ โดยการนำเอาความเข้าใจในระดับกระบวนการหลายๆ กระบวนการที่เกี่ยวข้องกันมาเชื่อมโยงให้เกิดเป็นกระบวนการใหม่

4. กิจกรรม 4 เรื่องการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีใช้กราฟ

1) นักเรียนสร้างความคิดรวบยอดเชิงมโนภาพซึ่งเป็นการเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) โดยนักเรียนสามารถเขียนตัวแปรที่เกี่ยวข้องจากการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา และสามารถคลิกที่ปุ่ม เพื่อตรวจสอบคำตอบตามคำสั่งในใบกิจกรรมได้

2) นักเรียนสร้างความคิดรวบยอดเชิงมโนภาพซึ่งเป็นการเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding) นักเรียนสามารถคำนวณฟังก์ชันจุดประสงค์และอสมการข้อจำกัดโดยนำความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่เกี่ยวข้องมาวิเคราะห์แล้วสร้างความสัมพันธ์ให้เกิดเป็นฟังก์ชันจุดประสงค์ และอสมการข้อจำกัด นอกจากนี้นักเรียนมี

ความเข้าใจที่เกิดจากการพัฒนา โดยการจัดกระทำหลาย ๆ ครั้ง จนกระทั่งนักเรียนสามารถใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของฟังก์ชันบริเวณจุดและค่า

3) นักเรียนสร้างความคิดรวบยอดเชิงมโนภาพซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับโครงสร้าง (Structural conceptual understanding) โดยนักเรียนสามารถเชื่อมโยงความเข้าใจเกี่ยวกับกราฟของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กราฟของอสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจุดตัดระหว่างกราฟของเส้นตรงและแกนพิกัดนำมาสร้าง กระบวนการความเข้าใจใหม่เกี่ยวกับการหาค่าสูงสุด/ต่ำสุด

จากผลการวิจัยข้างต้น พบว่า นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดเชิงมโนภาพซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ และระดับกระบวนการ ในทุกกิจกรรม และนักเรียนเกิดความเข้าใจในระดับโครงสร้าง ในกิจกรรมที่ 3 และกิจกรรมที่ 4

การอภิปรายผลการวิจัย

สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ ดังนี้

1. โปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีบทบาทสำคัญเกี่ยวกับการสร้างความเข้าใจของนักเรียน และสามารถขยายภาพของเกี่ยวกับคณิตศาสตร์จากมุมมองที่หลากหลาย นอกจากนี้ยังช่วยให้ผู้เรียนได้สังเกต สืบเสาะความสัมพันธ์จากการเปลี่ยนแปลงเชิงเรขาคณิต และพีชคณิตด้วยตนเอง การพัฒนา กิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์จึงเป็นเรื่องที่สำคัญเพื่อหารูปแบบในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เหมาะสม และสามารถพัฒนาความรู้ความเข้าใจนั้นไปเป็นพื้นฐานในการศึกษาคณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไป Heingraj (2006) ได้ศึกษาบทบาทของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในกระบวนการสร้างความเข้าใจ ในมโนคติทางเรขาคณิตเกี่ยวกับการเลื่อนขนานของนักเรียนระดับปริญญาตรีสาขาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ชั้นปีที่ 1 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 1 คน โดยใช้กรอบทฤษฎีความรู้ Action-Process Structure (APS) พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ช่วยให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจในระดับโครงสร้างภาพที่สร้างโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ทำให้นักเรียนสามารถจัดกระทำกับวัตถุที่เคลื่อนไหวนักเรียนสามารถจดจำและเกิดภาพในใจต่อสถานการณ์ที่ได้เรียนรู้

ซึ่งสอดคล้อง กับงานวิจัยของกฤษฎิ์ กาสีชา (2550), ที่ศึกษาบทบาทของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในกระบวนการสร้างความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ทำให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจ ในมโนคติทางคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น

2. ครูต้องเป็นผู้ที่มีบทบาทคอยช่วยเหลือแนะนำในบางโอกาสที่ผู้เรียนไม่เข้าใจ สังเกตพฤติกรรม การเรียนรู้ของผู้เรียนในระหว่างการทำเนกกิจกรรม การเรียนรู้จากกันนี้ครูมีหน้าที่จัดเตรียมกิจกรรมการเรียน การสอนให้เหมาะสมกับความแตกต่างของผู้เรียน เน้นให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเองและร่วมจัดกิจกรรมการเรียนรู้

3. ในระหว่างปฏิบัติการสอน ครูต้องคอยอธิบายเพื่อให้ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากขึ้น นอกจากนี้เมื่อนักเรียนแสดงพฤติกรรมการเรียนรู้ครูต้องทำการจดบันทึกแนวความคิด ประเด็นต่างๆเกี่ยวกับการแก้ปัญหาอุปสรรคหรือปัญหาในทุกด้านที่น่าสนใจ เพื่อรวบรวมเป็นข้อมูลในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4. คำสั่งในกิจกรรม ต้องเป็นคำสั่งที่นักเรียนสามารถเข้าใจได้ตรงตามจุดประสงค์คำถามหรือคำสั่งควรเป็นไปตามลำดับ และสอดคล้องกับสถานการณ์ที่จัดเตรียมไว้ ที่สำคัญคือต้องเป็นคำสั่งที่นักเรียนสามารถจัดกระทำกับวัตถุเพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างความเข้าใจด้วยตนเอง

5. เวลาในการปฏิบัติการกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ควรมีเวลาในการปฏิบัติการอย่างน้อย 2 ชั่วโมงติดต่อกัน และ 1 ชั่วโมงสำหรับการเสนองานที่เกี่ยวกับแนวคิดในการแก้ปัญหาในแต่ละกิจกรรม

ข้อเสนอแนะ

ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

1. ในการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ ผู้สอนต้องรู้ศักยภาพและการใช้งานเกี่ยวกับโปรแกรม ดังนั้นผู้สอนต้องจัดเตรียมการสอนและกิจกรรมที่เหมาะสมกับเนื้อหา และผู้สอนควรมีการศึกษาหาความรู้เพิ่มเติม เพื่อนำไปจัดแผนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาให้ผู้เรียนมีทักษะ มีความรู้ความเข้าใจ มีเจตคติที่ดี ตลอดจนสามารถนำความรู้ความเข้าใจที่เกิดขึ้นมาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

2. ครูควรคำนึงว่าโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเทคโนโลยีที่มีศักยภาพในการสำรวจซึ่งนักเรียนสามารถสร้างความรู้ความเข้าใจโดยการปฏิบัติด้วยตนเอง แต่ไม่สามารถเข้ามาแทนผู้สอนได้ และไม่สามารถนำมาใช้เพื่อแทนที่ทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ดังนั้นครูจะต้องเป็นผู้จัดกิจกรรมที่เหมาะสมเพื่อให้ นักเรียนสามารถใช้ประโยชน์จากโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3. การนำโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เข้ามาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนครูต้องเลือกบูรณาการเข้ากับเนื้อหาที่มีความสอดคล้องและเหมาะสมกับนักเรียน เพื่อให้ นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างแท้จริง และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนต้องคำนึงถึงระยะเวลาในการให้ นักเรียนทำกิจกรรมที่

เหมาะสม ไม่มากเกินไป หรือน้อยเกินไป เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแก้ปัญหาด้วยตนเองในการทำกิจกรรม

4. บทบาทของครู คือ เชื่อมโยงความรู้ความเข้าใจเดิมของผู้เรียนให้สอดคล้องกับความรู้ความเข้าใจใหม่ เพื่อให้ นักเรียนสามารถสร้างความรู้ความเข้าใจที่คงทน

5. ควรมีการสอนความรู้เพิ่มเติมเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน เพื่อนักเรียนแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์

6. บทบาทของสมาชิกในกลุ่ม มีอิทธิพลในการทำกิจกรรม ในการตัดสินใจการแก้ปัญหาที่นักเรียนกำลังเผชิญอยู่ ดังนั้นในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงควรมุ่งเน้นการสร้างปฏิสัมพันธ์เชิงสังคม เพื่อสร้างความเข้าใจ

เอกสารอ้างอิง

กรมวิชาการ. กระทรวงศึกษาธิการ. (2544). **คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.**

กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).

กฤษฎี กาสิข. (2550). **การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องวงกลมโดยใช้โปรแกรม**

The Geometer's Sketchpad. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

ชาญณรงค์ เอียงราช. (2550). **เอกสารประกอบการสอนรายวิชา Cognitive Science (รหัสวิชา 214739)**

เรื่อง Learning teaching geometry: ระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของ Van Hiele.

ขอนแก่น: สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

Heingraj, C. (2003). **An Investigation of a New Approach to Mathematics Teaching and Learning in Thailand.** Doctoral dissertation of Philosophy, Centre for Mathematics and Science Education Queensland University of Technology, Australia.

Heingraj, C. (2006). **Roles of Geometer's Sketchpad in Student's Processes of Geometric Conceptual Construction on Translation: A case study.** Paper presented at the Thailand International Conference on 21st Century Information Technology in Mathematics Education, held at Chiang Mai Rajabhat University, Chiang Mai, Thailand, September 17-20.